STORIA
DEL
METODO SPERIMENTALE
IN ITALIA

OPERA

DI

RAFFAELLO CAVERNI

TOMO VI.°

(*Questo volume è incompleto essendo decesso l'Autore mentre stava preparando l'opera. Si è stampato tutto ciò che l'Autore ha lasciato dei suoi manoscritti*).

FIRENZE
STABILIMENTO G. CIVELLI - EDITORE

1900.

STORIA

DEL

METODO SPERIMENTALE IN ITALIA

STORIA
DEL
METODO SPERIMENTALE
IN ITALIA

OPERA

DI

RAFFAELLO CAVERNI.

TOMO VI.°

FIRENZE
STABILIMENTO G. CIVELLI - EDITORE

1900.

DEL METODO SPERIMENTALE

APPLICATO

ALLA SCIENZA DEL MOTO DELLE ACQUE

PARTE PRIMA

CAPITOLO I.

Della Scienza dell'equilibrio e del moto delle acque da' suoi principii infino a tutto il secolo XVI

SOMMARIO

I. Della partizione di questa Storia: di Archimede, e del suo primo libro delle Galleggianti. — II. Del secondo libro archimedeo delle Galleggianti. — III. Della Scienza del moto delle acque da Sesto Giulio Frontino a Leonardo da Vinci. — IV. Delle dottrine idrauliche di L. da Vinci, paragonate con quelle di Girolamo Cardano. — V. De' progressi fatti dall' Idrostatica nella seconda metà del secolo XVI.

I.

Chiamare *acque* i liquidi, come arie i corpi gazosi, potrebbe sembrare improprio, o almen basso, nell' artificioso linguaggio, di che fanno uso gli scienziati moderni. Ma pure, amando noi di essere anche nelle parole semplici e chiari, abbiam creduto di non doverci dilungare in ciò dall' esempio di quei buoni antichi, i quali, per non coniar vocaboli strani e non intesi, davano a tutta una specie il nome stesso di uno degli oggetti, che, fra' compresi in essa, fosse de' più comuni. E qual cosa infatti è più comune e più nota dell' acqua, alla quale tutti sappiamo doversi attribuire, nelle piante e negli animali, quella che propriamente si dice freschezza di vita? Aggiungasi che parte principalissima della Scienza, di cui siamo per narrare la Storia, consiste nell' investigare le ragioni e i modi del correre le acque sull' alveo, e dentro gli argini dei fiumi.

Ma o siano acque o di qualunque altra natura i liquidi, per questo si distinguono, e formano una specie a parte dagli altri trattabili corpi, perchè, sebben rimangano quanto al volume costanti, son, quanto alla forma, continuamente variabili, accomodandosi, quando sono in quiete, a prendere quella,

qualunque ella si sia, dei recipienti. È di qui manifesto che se il recipiente ha figura regolare, come di cono o di sfera, il liquido infusovi, in quanto è grave, tende al centro terrestre secondo la direzione, e con la intensità di un solido, che fosse denso ugualmente, e il centro di gravità si troverebbe perciò nello stesso punto, che nel cono solido o nella sfera. Ma se le pareti si rompono, e il contenuto si versa, è impossibile a sapere oramai più dove sia andato il centro di gravità, sì perchè la mole liquida ha preso una figura irregolare, e sì perchè questa stessa figura ad ogni istante si varia.

Può intravedersi di qui una di quelle difficoltà, che la Scienza trova assai maggiore in investigar le leggi del moto ne' liquidi, che ne' solidi. Ma non è la sola, imperocchè ogni particella liquida com' è premuta per la propria gravità, e per il peso delle soprastanti, così ripreme col medesimo impulso tutte le altre, che le stanno all' intorno, ond' è in tutta la mole un' infinità d' infinite forze intestine, fra le quali può turbar l' equilibrio ogni più lieve accidente. Si presentano perciò allo scienziato a risolvere problemi di un' infinita infinità d' incognite, fortunato se può riuscire a determinarne qualcuna, e più fortunato che mai se la travagliata determinazion particolare è la vera.

Tante altre considerazioni, che si potrebbero fare in simile proposito, predispongono i nostri Lettori ad ascoltare una storia, in cui il Metodo sperimentale, quando non si confesserà insufficiente a scoprire la verità desiderata, darà le prove estreme della sua propria bontà e del suo valore. Di qui è che, mentre la Meccanica de' solidi era giunta alla perfezione, che si vide ne' Dialoghi delle due nuove Scienze; quella de' liquidi si può dire che rimaneva tuttavia nell' infanzia. Nè de' progressi fatti poco di poi si deve tutto il merito attribuire agli sperimenti, ma pure si furon questi, che addirizzarono il filo alle speculazioni, e che ne assicurarono della rettitudine in tanti casi, come per esempio quando s' applicò agli efflussi dai vasi le scoperte leggi delle cadute naturali dei gravi, e dei getti parabolici. Si prese da ciò fiducia di ridur la Scienza del moto de' liquidi a partecipar de' progressi così felicemente fatti dalla Scienza del moto dei corpi duri, ma tanti dubbi assalirono le menti, e tante cause concorsero a rompere i ritrosi vincoli di quei connubii, che le stesse esperienze più diligenti ebbero a travagliarsi lungamente in stabilirgli, e no assolutamente, ma in certe date condizioni.

In ogni modo partecipano i liquidi co' solidi una proprietà essenziale, che consiste nell' essere ambedue le specie de' corpi similmente gravi; ond' è che, se questa forza di gravità è ritenuta da qualche ostacolo, come dalle pareti di un recipiente, il liquido rimane in quiete, ma lasciato in libertà si muove, scendendo, per la più breve e diretta via, al comun centro terrestre. Anche questa Scienza perciò andò soggetta a quelle due massime distinzioni, che si fecero della Meccanica, chiamandosi *Idrostatica* l' una parte, che tratta dell' equilibrio, e *Idrodinamica* quell' altra, che tratta del moto. Le leggi idrostatiche e idrodinamiche, dai Matematici dimostrate co' calcoli, e da' Fisici verificate con l' esperienze, s' appropriano a ogni specie di liquidi, che si con-

tengano in piccoli vasi, da' fori aperti ne' quali fluiscano liberamente o dentro tubi aggiunti, o in artificiosi canali. Ma ci è un liquido, fra i mondani elementi diffusissimo, e uno de' maggiori ministri deputato dalla Natura a dispensare sul nostro globo la vita; liquido, che ha per suoi propri vasi i laghi e i mari, sull' ampia superficie de' quali corre e ricorre senza mai posa tra invisibili sponde, che gli si vedono poi distinte negli argini de' fiumi e negli alvei, da sè stesso scavatisi con provvido istinto a' suoi liberi flussi perenni.

Sembrerebbe a prima vista che, essendo le velocità indipendenti dalla maggiore o minor mole della materia, e dal più lungo o breve spazio percorso, fossero con pari legge velocitate le acque, sia ch' ell' escano da piccol vaso o da larga fonte, e s' avviino a scendere giù pel declivio di un tavolato manufatto o di un alveo naturale, senz' altra differenza che degli impedimenti nel più lungo corso, e nel declivio più scabroso, maggiormente ritardatori del moto. Ma ripensando poi che ne' fiumi le sezioni premono tanto più fortemente sopra sè medesime, e incalzano le sezioni seguenti, quanto più crescono le loro altezze, come si vede avvenir nelle piene, cosicchè non si verifica la legge delle velocità indipendenti dalle moli; si potrà da ciò solo argomentare che tante altre cause concorrono a far differire il flusso dell' acqua dai vasi, e il loro correr per gli alvei dei fiumi, da render necessario d' aggiungere alla Scienza una terza parte distinta, che è quella propriamente chiamata col nome di *Idraulica.* Così dunque, come tripartita è la Scienza stessa, tripartiremo noi la sua propria Storia, dell' Idrostatica e dell' Idrodinamica trattando in questo tomo, e dell' Idraulica nel seguente.

Secondo i limiti, che ci siamo prefissi, dovrebbe la nostra narrazione incominciare da quel risorgimento intellettuale, che sul finir del secolo XVI si rese più cospicuo e ammirato. Ma come, a conoscer bene un albero, e a giudicar del portato de' suoi frutti, è necessario andare a ricercarne le intime radici; così, per conoscer meglio i portati della mente speculativa, e dell' arte sperimentale in quel tempo, è ben risalire alle prime tradizioni. Si trova, così facendo, quel ch' è consueto osservarsi in tutti gli svolgimenti naturali dal loro proprio principio, che cioè, prima d' apparire distintamente le varie membra organiche, sono insieme confuse. Ne' tempi infatti, che precederono al risorgere della Scienza, le speculazioni intorno all' equilibrio e al moto de' liquidi, intorno alle loro leggi del fluire dentro i tubi o dentro gli alvei de' fiumi, benchè si distinguano ora da noi per la varietà dell' obbietto, si comprendevano nonostante dai loro Autori in un solo esercizio, ond' è che in questo rapido sguardo, che siam per dare indietro alla lunga via, ci verrà tutt' insieme in considerazione quel che intorno all' Idrostatica, all' Idrodinamica e all' Idraulica fu speculato, e sperimentato dai precursori dello Stevino e del Castelli.

Il più antico documento che abbiamo, e che, nel decorrere di tanti secoli, e in mezzo a tanti progressi, riman colle sue proprie note distinto, quasi radice maestra, che tuttavia duri a infondere i vitali umori nell' albero della Scienza; è fra le opere di Archimede quella, che tratta del galleggiare dei

corpi. Di sottile e difficile materia dissero di averla trovata sempre tutti gli studiosi, e coloro, che non lo confessarono con le parole, lo mostraron co' fatti ne' loro infelici commentarii. Si direbbe che tali difficoltà sono inevitabili in uno scrittore antico, le opere del quale non ci son pervenute, che nelle copie di amanuensi inesperti, e si soggiungerebbe che sono ai più dotti critici insuperabili, per la impossibilità delle collazioni, se non si ripensasse che assai leggeri sono i difficili incontri, per ragion del testo o guasto o corrotto, e del processo delle dimostrazioni disordinato, rispetto a quelli, che si parano innanzi alla mente dell' interpetre, per la sottigliezza dell' argomento. A diffondere perciò su tante tenebre qualche raggio di luce poco possono giovare le più diligenti cure di rendere quant' è possibile genuina la lezione, intorno a che par che consumino tutta l' opera loro i critici e i commentatori, ma bisogna penetrare addentro al segreto e profondo pensiero dell' Autore, per poi ritrarne l' indole propria dell' esposizione.

L' intenzion nostra presente non è alle cose geometriche, ma alle fisiche e meccaniche, e più particolarmente a quelle, che riguardano il galleggiare dei corpi. L' indole della trattazione archimedea intorno a un tale soggetto si può conoscere in precedenza, ripensando esser egli stato fedel seguace di quel Platone, che reputava indegno del Filosofo il trattenersi a contemplare le vili e variabili passioni della materia. Passando poi a leggere si trova confermata la verità del preconcetto, imperocchè quell' ingegno ogni volta che ripiega le ali, per scendere a posarsi sulla materia, è studioso di sceglierne il fiore, quasi ape, che ne trasforma la nativa insipidezza in ambrosia celeste. La sua trutina, per esempio, è quasi un invisibile genio, che distende per sostenere i pesi le impalpabili braccia. Le piu disperse virtù di que' pesi si riducono per Archimede in un punto, a cui vanno, e da cui vengono i moti dispensati con ordine e con misura, come cuore o punto saliente, da cui escono, e in cui rientrano gli spiriti della vita. Il liquido, in che egli immagina galleggiare i corpi, non è acqua propriamente, nè altro di simile e particolare natura, ma quasi una stillata essenza di tutte le loro proprietà, a cui non si saprebbe, e non s' è saputo dare altro nome che di *umido*.

Ma pure una fama antica, e di riflesso in riflesso fattasi infino a noi sempre più diffusa, ci rappresenta Archimede quale uno de' più affaccendati in voler ridurre alla sua suggezione le forze più ritrose della materia. Egli inventore di macchine prodigiose, da offendere i nemici, e da difendere la sua patria dai loro assalti: egli costruttore sul mobile mare di un edifizio, da render più comodo e delizioso il soggiorno del Re, che in mezzo ai giardini di Siracusa. Non le sentine sole de' vascelli, ma i laghi stessi si asciugano con la sua Coclea: le più gravi moli si trasportano con facilità, per il felice accoppiamento ch' egli ha pensato di fare dell' elice con la ruota: e risalendo ardito infino a invadere i dominii del Sole, lo costringe a condensare il potente calore de' suoi raggi, per abbruciare in mezzo alle acque i navigli nemici dei Romani. E che più? ci vien dipinto ebro della sua scienza correre per le vie ad annunziare la scoperta inaspettatamente sovvenutagli

della quantità dell' argento, furtivamente sostituito dall' orefice all' oro, che egli aveva avuto dal suo Re, per costruirne una corona votiva.

Si dirà forse che Archimede sapeva, per colmo delle sue virtù, congiungere insieme la contemplazione e l' azione? Ma perchè in tutti i suoi libri serba sempre il carattere di filosofo platonico, e in mezzo a tante astratte verità speculate non si legge fatto mai nemmeno un cenno a qualcuna di quelle pratiche applicazioni, che la fama gli ha attribuito? Com' è possibile non riconoscere una diversità fra le opere endoteriche e le esoteriche, benchè vadano sotto il medesimo nome di Archimede Siracusano? E da un' altra parte, perchè le notizie sparse da così nobili scrittori, quali sono Diodoro, Polibio, Ateneo non possono non essere sostentate da qualche aura di verò, giova ricercar da qual parte sia quella sottile aura spirata. Nè difficile ci si presenta la ricerca, ripensando a quelle leggi d' induzione e di deduzione, secondando le quali il pensiero, con moto simile all' andare e al ritornar di una spola, va intessendo la sua sottilissima tela. Archimede induce per astrazione dalle cose fisiche una proprietà geometrica, da cui potrà chi vuole dedurne la notizia dei vari fatti particolari. Tra le prime sensibili apprensioni, e questa notizia acquistata così per riflessione, ci è la differenza che passa tra uno, che lavora un oggetto a mano, e un altro, che si trova già preparata la forma. E come chi ha preparato la forma si può giustamente dire autore della statua, che dentro vi s' è gettata; così può dirsi Archimede autore di tutte le invenzioni, che gli studiosi stessi contemporanei attinsero da' suoi libri. Chi trova ragionevoli queste considerazioni si vedrà facilmente risoluti molti problemi, e fra gli altri quello del non parer credibile che, all' invenzione e all' esecuzione di tante maraviglie, potesse bastar la vita di un Filosofo. Quel Filosofo dunque inventò, e altri eseguirono: gli autori delle opere endoteriche e delle esoteriche son diversi, e nonostante sta bene che s' attribuiscano a uno solo.

Passiamo ora a considerare particolarmente, fra quelle opere, il trattato delle Galleggianti. Che questo insigne monumento della Scienza avesse occasione dal sentirsi l' autore alleggerire il corpo nel bagno, e dal pensiero che si sarebbe quella leggerezza potuta misurare per la quantità dell' acqua riversatasi dalla tinozza; saranno anche i nostri Lettori disposti a non reputarlo oramai più che quale un apologo nella Storia. Ben più alti furono que' principii, e più degni della Filosofia. Avvezzo Archimede, infin da fanciullo, a vedere i porti della sua Siracusa tutto intorno assiepati di navi, non era possibile che non rivolgesse poi le sue speculazioni a macchine così suntuose, e dalle quali principalmente dipendevano le sorti della sua terra, per l' utilità de' commerci, e per la sicurezza dagli assalti nemici. E quanto, e da quante parti porgevan materia da specular quelle moli, così intorno alle ragioni del loro galleggiare sull' acque, come del mantenere sulle mobili onde fermezza di equilibrio fra la prora e la poppa?

Il soggetto attraeva tanto più fortemente Archimede a contemplarlo, in quanto che l' ebbe a trovare intatto, e anzi da gravissimi errori deturpato

nella scuola del Filosofo, il quale, domandandosi, nel problema secondo della XXIII sezione, *Cur navigia onustioria in portu, quam in altu esse videntur;* rispondeva: « An quia plus aquae quam minus reniti validius potest, pauca nam oppressa onere cedit, ut demergi necesse sit: multa e contrario repellit ac sustinet » (*Aristot. Opera,* T. IX, Venetiis 1550, fol. 316). Archimede invece veniva, co' suoi nuovi teoremi, a insegnare che del galleggiar più o meno, e dell'affondare un solido dentro un liquido non è altra ragione dalla proporzionalità in fuori, che passa tra la gravezza di esso solido immerso e la gravezza del liquido, in cui quello per l'immersione occupa il luogo, intantochè o egli giungerà al livello del vaso o soprastarà o precipiterà sott' esso, secondo che sarà la detta proporzione o d' eguaglianza o di eccesso. Non dalla quantità dunque dell' acqua, come insegnava Aristotile, ma dalla sua sola gravità in specie dipende il fatto, ond' è che, riducendo ne' termini della verità il problema, deve il mare, di un medesimo vascello e ugualmente carico, inghiottir meno che un lago o un fiume, avendo maggiore gravità specifica l' acqua salsa che la dolce. Ma non condiscendeva a così fatte minuzie il genio di Archimede, le proposizioni del quale comprendono nella loro universalità ogni sorta di acqua, anzi ogni liquefatta sostanza, purchè ell' abbia le proprietà generali dell' umido, di giacersi cioè in superficie orizontale e di ceder le parti men premute alle più compresse. Del problema proposto da Aristotile, e di altri simili, lasciava l'Autore ricavarne per corollario la soluzione agli studiosi, i quali impararono, fra le altre cose, a ritrovare il peso specifico de' vari corpi, e la proporzione de' loro misti, d' onde ebbe l' origine, come si spiegherà meglio altrove, il famoso apologo dell' invenzione della quantità dell' argento sostituito dall' orefice del re Gerone all' oro della corona.

È tale, cioè del semplice galleggiamento, la prima parte del trattato archimedeo. Ma la seconda è d' assai più sottile speculazione e di maggiore importanza nella pratica, proponendovisi l' Autore di dimostrare le ragioni dello stabile equilibrio dei galleggianti. Ch' egli avesse anche qui di mira la Nautica si può ragionevolmente argomentare dall' avere scelto, fra' solidi rotondi, il settore di sfera principalmente e il conoide parabolico, che son le forme geometriche astratte, alle quali più prossimamente ci può rassomigliare e ridurre la mole di una nave. D' applicarne poi la teoria alle costruzioni negli arsenali lasciava Archimede l' ufficio agl' ingegneri, i quali non mancarono di adempirlo, come discepoli diligenti, e fu la loro ammirabile solerzia simboleggiata in quel palazzo incantato, che essere stato costruito dallo stesso Archimede sulle onde marine, per variar le delizie alla dimora del re Gerone, scrive, ne' suoi *Dinnosofisti,* Diogene Laerzio.

Ma dai simboli passando alla realtà, è un fatto che i Siracusani avevano, sotto le discipline di Archimede, molto progredito e nella costruzione e nel governo delle belliche navi, di che ebbe a fare esperienza più volte, venendo a cimento con loro, l' armata dei Romani. Rimasti questi vittoriosi, ed esercitando la loro prepotenza in ridurre in schiavitù non le membra ma l' in-

gegno dei vinti, tradussero nella loro propria lingua, col titolo *De insidentibus aquae,* il libro, da cui tant' arte pericolosa era derivata ne' loro nemici, non riserbandosi dell'originale, che perciò andò miseramente smarrito; altro che le figure illustrative.

La storia dell' Architettura navale di que' tempi ci potrà narrare qual pro sapesse ritrarre dalle male conquistate teorie l'arte dei Romani, ma nel campo della Filosofia naturale è più facile ritrovare intorno a ciò i documenti, de' quali ci contenteremo citar da Seneca uno, in cui si può dir che s' interpetrano, e si compendiano le proposizioni, dall' appresso Siracusano dimostrate nella prima parte delle sue Galleggianti. Voleva Seneca confermare quella verissima sentenza della Filosofia platonica non essere cioè una cosa leggera o grave, secondo la nostra stima, ma in comparazione col mezzo, e di ciò fare prende occasione nel terzo libro delle *Questioni naturali,* dove, nel cap. XXV, spiegò così il perchè in alcuni laghi il corpo di un uomo, anche senza notare, e in qualche stagno i mattoni stessi rimangano a galla: « Huius rei palam causa est. Quamcumque vis rem expende, et contra aquam statue, dummodo utriusque par sit modus. Si aqua gravior est, leviorem rem quam ipsa est fert, et tanto supra se extollit, quanto erit levior. Graviora descendunt. At si aquae et eius rei quam contra pensabis par pondus erit, nec pessum ibit nec extabit, sed aequabitur aquae et natabit quidem, sed pene mersa ac nulla eminens parte. Hoc est cur quaedam tigna supra aquam pene tota efferantur, quaedam ad medium submissa sint, quaedam ad aequilibrium aquae descendant. Nam, cum utriusque pondus par est, neutra res alteri cedit. Graviora descendunt, leviora gestantur. Grave autem et leve est, non aestimatione nostra, sed comparatione eius, quo vehi debet. Itaque, ubi aqua gravior est, hominis corpore aut saxi, non sinit id quo non vincitur mergi » (Venetiis 1522, fol. 30).

Da Vitruvio poi, e da qualche altro autore di que' tempi, si raccoglie che i principii archimedei, dimostrati nel primo libro *De insidentibus aquae,* si applicavano alla invenzione delle gravità specifiche dei varii corpi, ma il secondo libro parve si rimanesse oscuro a quegli stessi, che s' erano confidati di far romana la scienza di dare stabilità d' equilibrio sul mare agli agitati vascelli. Diciamo così perchè si vedono qualche tempo dopo que' baldanzosi tornare a ricercar fra le spoglie dei vinti altri trattati dello stesso Archimede, scegliendo principalmente quelli, ne' quali si dimostrano le leggi dell' equilibrio de' gravi nell'aria, mossi dalla speranza che verrebbe luce di lì a intender meglio le leggi dell' equilibrio ne' galleggianti sull' acqua. Di qui ebbe origine quella prima collezione delle Opere archimedee, che si componeva dell' ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ tradotto, o per dir meglio interpetrato *Liber de centro gravium,* del ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΕΣ, a cui rimase il titolo assoluto di *Tetragonismus,* e *De insidentibus aquae.* Chiameremo questa raccolta *Romana,* per distinguerla da quell' altra, che si fece molto più tardi, e alla quale, per la legittimità dell' origine, ci sia lecito dare il nome di *Siracusana.* Si comprendono in questa tutte le opere, che per la diligenza degli

eruditi, nell' epoca del Rinascimento, si poterono ritrovare, ma in quella si scelsero, come s' è inteso, i soli trattati in materia di Meccanica, dal ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ in fuori, che, per esser breve e di facile e maravigliosa invenzione, s' inserì quasi parte dell' altro Tetragonismo.

Nel tempo del decadimento, come andarono dimenticati e dispersi gli altri documenti della Scienza antica, e della letteratura; così incontrò alle Opere di Archimede, che si ricercarono poi con desiderio, nel secolo XV, quando da Cicerone e da Plutarco, da Vitruvio e da Polibio, insieme coi tanti altri autori latini e greci resuscitati, se ne udì magnificare così l' eccellenza. È facile indovinare, dietro ciò che s' è detto, e secondo i naturali avvenimenti delle cose, come dovesse esser prima a trovarsi, e a richiamare a sè l' attenzione degli studiosi, la collezione Romana, della quale una copia si fece, con la maggior diligenza possibile, a richiesta e a spese del vescovo di Padova, quando s' incominciò a istituire quella Biblioteca, assegnata poi al Seminario, e che fu una delle prime e delle più benemerite degli studii in Italia. Si diffusero di lì come da centro le altre copie, che se ne fecero via via, fra le quali son memorabili quelle, sopra cui studiarono Leonardo da Vinci, e Niccolò Tartaglia. Superate con l' esercizio le prime difficoltà, che ebbe a incontrare l' arte della stampa, pensò esso Tartaglia, nella povertà munifico, di pubblicare a sue spese, per comun benefizio, come poi fece in Venezia nel 1543, il manoscritto, intitolandolo *Opera Archimedis Siracusani per Nicolaum Tartaleam multis erroribus emendata.* Questa non è, come si disse, altro che la parzial Collezione romana, comprendente le sole Opere in materia di Meccanica: anzi, perchè l' intenzion principale de' collettori fu rivolta al *De insidentibus aquae,* a cui il libro de' Centri di gravità e il Tetragonismo non servivano che di preparazione; intorno al *De insidentibus aquae* versò principalmente lo studio anche del Tartaglia, il quale vi si mostrò meno editor diligente, che sottile e acuto commentatore. Di ciò diremo più qua, ma intanto non è da passare sotto silenzio un errore, che un nostro eloquente storico delle Matematiche può facilmente avere insinuato ne' suoi Lettori.

Guglielmo Libri, discorrendo nel suo secondo libro del Tartaglia, dice che « on lui doit le traité *De insidentibus* d'Archimede, dont il connaissait l'original grec, qui a été perdu depuis » (*Histoire des Sciences mathem.,* T. III, a Paris, pag. 165). Come fosse quell' originale greco perduto assai tempo prima fu detto da noi di sopra, e ci fa gran maraviglia non avesse quel valent' uomo fatto attenzione che il Tartaglia stesso conferma di non avere avuto, del testo archimedeo, notizia, in quella lettera al conte Antonio Landriani, dedicatoria del suo primo *Ragionamento.* Dichiarasi in questo il libro di Archimede Siracusano *De insidentibus aquae,* e perchè, essendo così fatta traduzione dal greco in molte parti oscura, esso conte, per collazionarla coll' originale, voleva mettersi a ogni costo a ricercarlo; il Tartaglia, che reputava questa di lui fatica inutile, e opera perduta, così, nella detta lettera dedicatoria, gli soggiungeva: « Onde, per levar questa fatica a V. S. di stare a ricercare tale original greco, qual forse più oscuro ed incorretto ritroverà

della detta traduzione latina, ho dichiarata e minutamente dilucidata tal parte in questo mio primo Ragionamento » (Venetia 1551).

Il Libri deve senza dubbio esser rimasto ingannato da quel che dice il compar Riccardo, sulla fine di quel primo ragionamento in dialogo, rispetto alla figura illustrativa della VIII proposizion di Archimede, la qual figura, essendo mal disegnata, voleva esso Riccardo che fosse nel ricopiarla corretta, ma a lui Niccolò rispondeva: « Voi dite la verità, ma perchè così era quella figura nell'esempio greco, non m'è parso di contraffarla, ancorchè fosse stato meglio » (ivi, pag. 21). L'inganno dello Storico dunque stette nel credere che con quell' *esempio greco* s' appellasse al testo, e non alle tavole unicamente rimaste, come si disse, e com'è confermato dal Commandino, il quale, supplendo di suo alla detta VIII del primo libro archimedeo, e alla seconda del secondo, che per l'ingiuria de' tempi si desideravano; dice di averle restituite *ad mentem Archimedis ex figuris, quae remanserunt* (Archimedis, *De his quae vehuntur in aqua,* Rononiae 1565, fol. 7 et 11). Non vediamo poi come possa eludere la forza di questi argomenti Carlo Thurot, il quale supponeva che si fosse il Tartaglia fatto tradurre per suo servigio i libri idrostatici di Archimede da qualcuno, quanto dotto della lingua greca, altrettanto ignaro della Matematica (*Revue archeol.*, 1868, 69).

Nelle collezioni archimedee, che via via si completarono, con l'aggiunta delle Opere geometriche in greco, o in latino col testo a fronte, i soli due libri *De insidentibus aquae* si rimanevano scritti in una lingua, che si può dire straniera all'Autore, e fu primo tra gli editori David Rivault, che osasse di restituirla alle imitate forme del dialetto dorico. Fu lo stesso Rivault anche il primo a movere questioni intorno al titolo, che, per relazion di Strabone, era ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ, ma Pappo, soggiunge l'editor francese sulla fine del suo proemio, per togliere ogni ambiguità, e per dichiarar sopra che cosa particolarmente farebbesi l'insidenza, v' aggiunse *υφ' υδατος*. Io poi, conclude il proemiatore, volentieri starei con Pappo, se non temessi di far contro allo stesso Archimede, che non fece motto mai particolarmente dell'acqua, ma sempre usò la parola *umido*: onde, a rendere il titolo più universale, e più conforme con l'intenzion dell'Autore, direi che si dovesse piuttosto aggiungere *εφ' υγρων*.

La questione, che par di semplici parole, è, come vedremo, di gran conseguenza, per le strette relazioni, che le parole stesse hanno con le cose. L'aggiunta della parola *acqua,* per denotare il subietto del galleggiante o l'insidenza, fu fatta dal traduttore latino, forse prima che da Pappo, il quale non sembra a noi che avesse l'intenzione, attribuitagli dal Rivault, di definir cioè il titolo dell'Archimede, essendo manifesto ch' egli intende piuttosto di dichiarare ai lettori il suo proprio discorso. Nel proemio infatti all'ottavo libro delle *Matematiche collezioni* annovera l'Autore i vari inventori delle macchine, e il vario modo d'esercitarle: « alii quidem per spiritus, ut Hero *πνευματικοις*, alii per nervos et funes, ut Hero ad *·ομα οις και ξ γιοις*, alii vero per ea quae in aqua vehuntur, ut Archimedes *οχουμενοίς.* » (Bononiae 1660,

pag. 448): onde s' intende come al Commandino stesso, che così traduceva, sovvenisse di dare il titolo, ai due libri del Siracusano, *De his quae vehuntur in aqua.*

È notabile a questo proposito che il Nardi riprendesse esso Commandino, per aver seguitato così autorevoli esempi, invece di correggere il titolo, posto in fronte alla stessa antichissima versione latina. « La traduzione di Archimede *Delle cose che stanno nell' umido* mentisce il titolo, perchè dice *nell' acqua,* e non so perchè il Commandino non correggessela. Non si parla dell' acqua in detto libro, ne è vero che l' acqua sia sinceramente umida, onde molti, non attendendo lo scopo di Archimede, hanno preteso che egli abbia dimostrato, o voluto dimostrare, che la superficie dell' acqua sia perfettamente sferica, il che non è vero. L' Autore semplicemente suppone trovarsi l' umido in natura, cioè una sostanza grave e scontinuata, o senza viscosità di parti. Nè sapere gl' importa se tale squisitamente sia l' acqua, o altro liquore, od anche il vapore o l' etere: nemmeno saper gl' importa se tal qualità di umido si trovi sincera o rimescolata, onde per le mescolate ragioni della viscosità si alterino gli effetti, bastandogli che sia in atto naturalmente, e che con l' intelletto si separi dalla mistione » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 846).

Avrebbe potuto il Commandino rispondere che non corresse il titolo, per la ragione che non l' aveva prima di lui corretto il Tartaglia, il quale osservava che, verificandosi le proposizioni archimedee per ogni qualità di umido, si poteva questo universalmente significare col nome di acqua, *essendo l'acqua la principale di tutte le cose umide* (Ragionam. I cit., pag. 6). Ma il Nardi, nell' accennare a que' molti, che non avevano inteso Archimede, aveva piu ragione che di riprendere il Commandino, benchè il titolo non corretto da lui avesse dato motivo di riguardar l' acqua come un umido astratto, e di negarle perciò una delle più importanti sue proprietà naturali, qual' è d' essere tegnente nelle particelle componenti, o viscosa. Vedremo di ciò notabili fatti nel corso della nostra Storia, ma per ora è da ritornare al titolo impresso, o da imprimersi a' due libri idrostatici del Siracusano, concludendo che il riferitoci da Strabone dev' esser propriamente quello scritto in fronte al codice originale. Supponiamo che qualche nostro scrittore intitolasse un suo trattato *Delle galleggianti.* Gli si potrebbe domandare: galleggianti in che? nell' acqua, nel mercurio, o piuttosto nella cera, o nella pece liquefatta? Ma ei risponderebbe: sopra nessuna di queste cose in particolare; io intendo di trattar del galleggiamento dei corpi in generale. Ora, essendo precisamente questa l' intenzione di Archimede, è manifesto quanto fosse bene appropriato a significarla il titolo assoluto di ΠΕΡΙ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ, purchè questa voce avesse nel comune uso, oltre al general significato d' *insidente,* anche quello, che particolarmente si dà da noi al nome di *galleggiante.* I latini non avevano forse una parola, che rispondesse a quella di Archimede come la nostra, e traducendola nel general significato che ha la frase *De insidentibus,* o *De his quae vehuntur,* furono costretti a dichiarare che l' insidenza

o il sostentamento doveva intendersi particolarmente su un liquido, a rappresentare il quale scelsero l'acqua, a quel modo che i nostri Autori intitolano i loro libri *Del moto delle acque,* benchè di qualunque altro liquido si verifichi quel che attendono a dimostrare. Dunque è ΠΕΡΙ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ il vero titolo dell'Opera di Archimede, che per noi si traduce, con mirabile fedeltà, in quello *Delle galleggianti:* e tanto bastando, per quel che riguarda la questione delle parole, è tempo oramai di passare a dir delle cose.

È diviso il trattato, come s'è accennato più volte, e come tutti sanno, in due libri, de' quali intanto esamineremo il primo, che procede con una semplicità e facilità, veramente maravigliose in così sottile e delicato argomento. Una tale semplicità poi del processo, e una tale facilità della dimostrazione, non da altro dipendono che dall'aver saputo Archimede ridurre il modo di pesare i corpi nell'acqua a quello ordinario di pesare i solidi nell'aria, per mezzo della Bilancia. E come avviene in questo strumento che il peso, posto in un de' bacini, si dice uguale, o più leggero, o più grave del contrappeso nell'altro, secondo che fa rimanere uguale o sollevare o abbassare il giogo; così un corpo immerso si dice, ed è ugualmente grave, o più lieve o più ponderoso del liquido stesso, secondo che ne pareggia il livello, o lo sovrasta, o gli sottostà, seguitando a precipitare infino al fondo del vaso. La somiglianza però tra i due modi è solamente evidente rispetto a ciò, che anche i liquidi son come i solidi gravi, e tendono perciò tutti ugualmente al comun centro terrestre. Ma non è chiaro in che si corrispondano i due strumenti, dove cioè sia nell'umido l'ipomoclio, e cos'è che rappresenta in esso, e fa l'ufficio del giogo, e de' bacini della Bilancia, come quando si pesano i corpi nell'aria. In dichiarar dunque tuttociò consiste la dottrina di questo libro, che si compendia nella prima supposizione. In essa infatti si dice che le parti componenti ogni liquido son per loro natura continue, ed equigiacenti, ossia si dispongono in superficie orizzontali concentriche, in ciascuna delle quali si può mettere il giogo della Bilancia. Il qual giogo liquido, se sia o più o meno premuto da una parte che dall'altra, necessariamente s'abbassa o si alza. E perchè anche il liquido è grave, o egli naturalmente discenda o sia premuto da qualche forza straniera, le discese e le pressioni non hanno in ogni modo altra direzione diversa dalla linea perpendicolare. « Ponatur humidi eam esse naturam ut, partibus ipsius aequaliter iacentibus et continuatis, inter sese minus pressa a magis pressa expellatur. Unaquaeque autem pars eius premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculum, si humidum sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pressum » (Archimedis, Opera, Parisiis 1615, pag. 491).

Sembrerebbe che la desiderata Bilancia liquida si dovesse spontaneamente offerire alle speculazioni di Archimede nel sifone di braccia uguali. In esso infatti il liquido omogeneo si livella, o sottostà o sovrastà, se ciò che vi s'è infuso è più grave, o più leggero da una parte che dall'altra, come se per esempio si fosse riversato mercurio o olio sull'acqua. Nonostante Archimede scelse una via più semplice, che consiste nel ridurre all'equilibrio

le braccia uguali della Bilancia, supponendo il vaso di figura regolare, e l' umor contenutovi diviso in due parti uguali da un piano, che l' attraversi nel mezzo. La detta regolarità si sarebbe potuta ottenere formando un vaso parallelepipedo, orizzontalmente posato con la sua base, come si rappresenta nella figura 1, nella quale, essendo CD il piano, che divide nel mezzo il liquido contenuto nel vaso AB, con le pareti AE, FB verticali; in qualunque sezione liquida orizzontale, come in GH, può stabilirsi il giogo immaginario della Bilancia, col sostegno in I, intorno al quale sta in equilibrio, perchè si suppone che il peso AI da una parte sia uguale al peso CH dall' altra.

Figura 1.

Ma è notabile che quell' Archimede, il quale non badò tanto in suppor parallele le direzioni dei pesi attaccati alle braccia della Bilancia solida, si mostri ora nella Bilancia liquida così scrupoloso, in descriver sempre quelle medesime direzioni come convergenti, cosicchè il vaso, in ch' egli intende contenersi l' umido, non è composto sulla regola di un parallelepipedo, ma di un cono o di una piramide, che, avendo la base sulla superficie della Terra, scenda precisamente infino ad appuntarsi nel centro B della sfera, qui disegnata nella figura 2. In questa la superficie AOC non è piana, ma convessa, e le braccia DF, FE, benchè uguali, perchè la OB divide nel mezzo la sezione ABC del vaso; non son però in linea retta, ma curvate in archi di cerchio.

Figura 2.

Qualunque si fosse l' intenzion di Archimede, che in dimostrare i suoi teoremi volle sempre eleggere questa teorica posizione, è un fatto che in realtà non è possibile il considerare, del gran vaso piramidale ABC, altro che una minima parte, cosicchè la superficie dell' umido, ristretta nella porzion tangenziale alla grande sfera terrestre, sia piana; le pareti AB, BC, in così breve tratto, convergano tanto poco, da potersi avere per parallele; e l' arco DFE, ridotto a essere quasi infinitesimo, si confonda con la rettitudine della sua propria tangente. Ond' è che, per maggiore semplicità ed evidenza, riferiremo i Teoremi archimedei con le loro proprie ragioni, supponendo parallelepipedo, come nella prima figura, il vaso; piana la superficie dell' umido, e rettilineo perciò il giogo della Bilancia. Le quali cose tutte presupposte, sarà facile intendere per prima cosa come sia vero che un corpo, d' eguale peso specifico a quello di un liquido, si sommerga in esso così, che nulla ne resti sopra, ma senza andare più al fondo.

Figura 3.

Sia un quadrato solido S (fig. 3) lasciato sulla superficie del detto liquido, di cui si suppone essere esso solido ugualmente grave in specie: è certo che vi si sommergerà tutto, come si rappresenta nella indicata figura, e quivi permarrà in equilibrio, perchè, preso un quadrato liquido L, uguale e a ugual distanza dal punto I della bilancia CD, pesano

ugualmente le due grandezze sulle braccia di lei. A ciò si riduce insomma la ragion del Teorema, che vien terzo nell'ordinamento del libro, perchè succede a due lemmi di Geometria, ma che veramente è il primo fra gl' idrostatici, da Archimede stesso così proposto: « Solidarum magnitudinum, quae, aequalem molem habentes, aeque graves sunt atque humidum; in humidum demissae mergentur, ita ut ex humidi superficie nihil extet, non tamen adhuc deorsum ferentur » (Archim., Opera, Parisiis 1615, pag. 493).

Che se S, stante la medesima figura, è più leggero di L, è patente che questo preponderando s' abbasserà, e farà sollevar quello in modo, che ne rimanga qualche parte fuori dell' umido, secondo che, fra' teoremi idrostatici di Archimede, si legge scritto così in secondo luogo: « Solidarum magnitudinum quaecumque levior humido fuerit, demissa in humidum, non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit » (ibid., pag. 496).

Suppongasi il proposto solido esser sollevato sulla superficie dell' umido infino in EF (fig. 4), e che lì giunto rimangasi in equilibrio. Essendo che pur in equilibrio si rimarrebbe la bilancia, quando, estrattone il solido, si riempisse dell'umido circostante la pozzetta lasciata da lui; è dunque vero quel che nel suo terzo teorema idrostatico propone lo stesso Archimede: « Solidarum magnitudinum quaecumque levior humido fuerit, demissa in humidum, usque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est partis demersae, eamdem quam tota magnitudo gravitatem habeat » (ibid.).

Figura 4.

La forza poi dell' impeto di L, nella terza figura, per far sollevare S, è manifesto esser tanta, quant' è l' eccesso della gravità, che ha quella grandezza sopra questa, secondo che Archimede stesso pronunziò in questa forma: « Solidae magnitudines humido leviores, in humidum impulsae, sursum feruntur tanta vi, quanto humidum, molem hadens magnitudini aequalem, gravius est ipsa magnitudine » (ibid., pag. 497).

Sia all' ultimo S più grave di L, nella figura 3ª. Si immagini essere S trasformato in umido così, che si debba aggiungere a lui il peso P, per eguagliare il peso suo primo. È facile vedere come S e L equilibrandosi, la bilancia prepondererà in forza del solo peso P, che è la differenza tra il peso del solido e quello di un ugual mole dell' umido, in cui egli è sommerso: d' onde riman provata la verità dell' ultima proposizione idrostatica di Archimede, che dice: « Solidae magnitudines humido graviores, demissae in humidum, ferentur deorsum donec descendant, et erunt in humido tanto leviores, quanta est gravitas humidi, molem habens solidae magnitudini aequalem » (ibid., pag. 498).

S' è detto che questa è l' ultima proposizione idrostatica, dimostrata da Archimede nel suo libro primo, benchè, nella Collezione romana e in tutte le altre edizioni, che si fecero poi su quell' esempio, se ne aggiunga un' al-

tra, che è l'ottava segnata nell' ordinamento primo di quello stesso libro. Ma chi ben attende si persuade con facilità che la detta proposizione appartiene all'argomento, dall'Autore stesso trattato nel libro secondo, e che ella anzi contiene in sè il principio, da cui si svolgono, e a cui s' informa il processo dimostrativo di tutte le altre. La supposizione, premessa qui sul fine, piuttostochè in principio del libro, insieme e subito dopo la prima; avrebbe dovuto far accorti gli editori e i commentatori che si preparava già fin di lì la trattazione di un argomento diverso, ma nessuno ebbe questa felice rivelazione all' intelletto, per cui le dottrine archimedee nel secolo XVIII si rimanevano tuttavia non comprese. A chi poi sembrasse questa asserzion temeraria sodisfaranno forse le considerazioni qui appresso.

II.

All' uno e all' altro libro dunque del trattato delle Galleggianti è premesso un principio proprio e distinto, e a riconoscer l' importanza di ciascuno par che nocesse non poco il titolo di *supposizione*. Tale è veramente quella prima, nella quale si suppone un fatto, e si ricercano tali proprietà fisiche dell' umido, concesse le quali ne conseguono necessariamente i teoremi idrostatici, di cui s' è discorso.

Il principio però premesso al secondo libro ha indole e significazione molto diversa da quella, che gli si suol dare comunemente, e che, primo fra' commentatori di Archimede, gli fu data dal Tartaglia: di principio cioè per sè noto e indimostrabile, come son quelli « che alcuni gli dicono petitioni, e gli altri chiamano dignità, ovver supposizioni » (Ragionamento primo cit., pag. 4). Chi si persuaderebbe infatti di ricever tra i principii di senso comune, o fra gli assiomi, questo così formulato, secondo la trascrizione dello stesso Tartaglia? « Supponatur eorum, quae in humido sursum feruntur, unumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quae per centrum gravitatis ipsorum producitur » (ivi, pag. 18).

Vero è bene che nemmen l' Autore di questo primo Ragionamento idrostatico sembra che se ne persuadesse, giacchè egli accenna al suo interlocutore, compar Riccardo, quel che Archimede stesso aveva dimostrato nell' altro suo libro *De centro gravitatis*. Trasparisce di qui intanto che il Tartaglia non dà al premesso principio valor proprio di assioma, ma di verità, che, sebbene non sia per sè nota, pur supponesi tale, perchè fu altrove già dimostrata. Nell' indicato libro però non avrebbe trovato messer Riccardo da sodisfare la sua curiosità, se non che circa al modo di determinare il centro gravitativo ne' piani, o circoscritti da linee rette, o da curve paraboliche, mentre nella pronunziata supposizione apparisce definito esso centro come il punto dell' applicazion di una forza unica, resultante da tutte insieme quelle che risospingono in su un solido, tutto sommerso in un umido specificamente più

grave. È certo insomma che Archimede suppone avere i suoi Lettori la notizia di quel che i moderni chiamano *Centro delle pressioni*, che è giusto il punto, a cui s' applica la resultante di tutte le forze parallele, che nascono dal riflettersi in su le pressioni idrostatiche. Or trattandosi di una scienza, la quale non refulse chiara agli intelletti, se non che a mezzo il secolo XVIII, come apparirà dalla Storia, s' intende di quanta curiosità, e di quanta importanza sia il saper come Archimede a' suoi tempi la supponesse già nota.

Egli deve senza dubbio averla già dimostrata, e perchè ne tace qui nel *De insidentibus aquae*, e negli stessi libri *De aequiponderantibus* si suppongono le verità de' medesimi o di simili altri pronunziati; si può domandare se la dimostrazione fu fatta in un libro, che sia andato smarrito, o che Archimede avesse intenzione di scrivere, ma che poi la morte o altro caso glielo impedisse. Di questo vezzo, del supporre vera cioè una proposizione da dimostrarsi, ne abbiamo nel nostro Autore, in altro proposito, notabili esempi. Nessuno, che da noi si sappia, potrebbe decidere con certezza quale delle due opere, intorno agli Equiponderanti e alla Quadratura della parabola, fosse scritta o messa in ordine per la prima. Se fu tale quella degli Equiponderanti, nel Problema premesso al secondo libro si suppone essere il piano parabolico sesquiterzo al triangolo inscritto, che è l' ultima conclusione, a cui si giunge dopo quella lunga serie di proposizioni, dimostrate nel libro della Quadratura della parabola. Che se altri volesse dire invece aver la scrittura di questo preceduto a quella del libro degli Equiponderanti, si trova supposto là come noto il centro di gravità del triangolo e del trapezio, che qua sarebbesi dimostrato.

Ma lasciando per ora addietro la questione se Archimede pronunziasse la verità fondamentale, premessa al suo secondo libro delle Galleggianti, come cosa dimostrata o da dimostrarsi; l' importante sta nell' investigare da quali principii movesse, e per quali mezzi fosse condotta la desiderata dimostrazione. Rispetto a che giova principalmente osservare che la detta premessa è quasi il corollario di un' altra più generale, concernente le cadute naturali dirette secondo la perpendicolare, che passa per il centro di gravità del cadente. Una tal direzione unica delle varie parti, che compongono il grave, si può ammettere come cosa di fatto, da cui argomentar che gl' impulsi gravitativi distribuiti per le sparse particelle della materia si raccolgano in qualche punto di quella stessa retta perpendicolare. E perchè in un' altra simile perpendicolare si raccoglierebbe quella medesima somma d' impulsi, variando al corpo la posizione; sarebbe lecito concludere che dalla intersecazion delle due linee viene indicato il pùnto, intorno a cui gravita tutta intera la mole. L' invenzione però del centro di gravità fatta in questo modo non era punto conforme col genio di Archimede, che dalle nuvolose questioni della Fisica risale sempre alle serene alture della Geometria. E della Geometria pur valendosi nella proposta inquisizione, non sembra aver potuto tenere altra via, da quella dei Matematici moderni, con la differenza forse di qualche più comodo veicolo, e, per essere stati battuti per tanti secoli, con la facilità de' più appianati sentieri.

I moderni dunque si sa che riducono la questione a trovare la resultante, e il centro di più forze parallele, in un modo che può ridirsi così in poche parole: Siano alla verga inflessibile AB (fig. 5) applicate le due forze parallele AP, BQ. Aggiuntene due altre AM, BN, nella stessa direzion della verga uguali ed opposte, si possono, invece delle quattro forze, considerare le loro resultanti AC, BD, o, prolungatene le direzioni concorrenti in S, le loro uguali SE, SF, che si possono decomporre nelle SI, SK, e nelle SG, SH, queste alla linea AB perpendicolari, e quelle parallele. Protratta poi la SG, e dal punto O, in cui ella incontra la verga, presa la OL = SG + SH, è manifesto che, intesa questa applicata in O, è la resultante cercata delle due forze parallele, verso esse stesse parallelamente diretta, e uguale alla loro somma. E perchè EG : AO = SG : SO, e HF : OB = SH : SO, d'onde, essendo EG, HF uguali, consegue AO : OB = SH : SG = BQ : AP; è manifesto che il punto O, a cui viene applicata la resultante, divide la verga in due parti, che sono alle due forze componenti reciprocamente proporzionali. Anche più manifestamente poi ne consegue che, se le due forze componenti sono uguali, il punto dell' applicazione della loro resultante divide la verga AB nel mezzo.

Figura 5.

S' immagini ora che A, B (fig. 6) sian due corpi congiunti insieme, o due distinte porzioni di un medesimo corpo, e con esse altre due porzioni C, D, o quante più se ne voglia, sollecitate ciascuna dai propri impulsi gravitativi, rappresentati dalle verticali AP, BQ, CR, DS. Congiunto A con B, e divisa la linea di congiunzione in O, cosicchè OB ad AO stia reciprocamente come AP a BQ; nell'unica V s'assommano le potenze di P e di Q, come nell' unica X s' assommano le due R, V, fatta in M, della linea CO, secondo le medesime contrarietà, la divisione: e s' assommano all' ultimo nell' unica Z le quattro forze componenti, divisa la MD in N come dianzi.

Figura 6.

Simile essendo il processo del ragionamento, quando le porzioni, in cui s' intenda esser diviso il corpo, fossero ridotte all' infinito numero delle minime particelle di lui componenti; è manifesto, trattenendosi nella semplicità del proposto esempio, che N è il punto, intorno a cui si raccolgono i pesi, ossia è il centro di gravità, e che il tutto prende una direzione unica se-

condo NZ. Di qui perciò torna geometricamente dimostrato perchè i moti in giù son diretti lungo la linea perpendicolare, che passa per il centro di gravità del cadente, E perchè, ne' moti in su, non è da fare altra variazione al discorso, che di considerare le forze P, Q, R e tutte le altre, quante ce ne fossero, in verso opposto; ecco da quali principii deriva la scienza, che si presuppone da Archimede nel suo secondo libro delle Galleggianti: scienza, che si riduce dunque a saper comporre in una qualunque numero, o finito o infinito di forze parallele, e che, sebbene sia resa così nelle sue conclusioni evidente, potrebbe fare alcun dubitare se vi giunse propriamente il suo Autore per le vie da noi disegnate: per l'una cioè del parallelogrammo delle forze, e per l'altra della risoluzion del continuo nelle minime parti indivisibili. Abbiamo giusta ragione di temer di que' dubbi, ripensando come prevalga anche oggidì in molti l'idea, che il parallelogrammo sia d'invenzione recente, e leggendo in alcuni commentatori moderni che Archimede costantemente rifuggì da ogni speculazione, che sapesse d'infinitesimale. Quanto al primo, il libro delle Spirali, e le precedenti invenzioni di simili altre curve meccaniche, persuadono essere antichissima la notizia de' moti composti, di che s'addussero, nella passata Storia della Meccanica, tali documenti, da essere oramai soverchio spendervi attorno altri discorsi. Di maggiore curiosità e importanza è il saper se sia vero, come si dice, che Archimede aborrisse dall'ammettere nelle quantità continue la possibile divisione all'infinito. Per verità sembrerebbe invece che dovess'essere un tal genere di speculazioni propriamente conforme col suo genio, e non mancano fatti, che da più parti sovvengono a confermarne il giudizio.

Le tradizioni del nuovo metodo più immediate vennero al Cavalieri dal Kepler, e il Guldin argutamente notava che la quadratura kepleriana del circolo si concludeva per via degli indivisibili. Ma perchè esso Kepler protestava di non aver fatto altro che commentare una proposizion di Archimede, rimasta alquanto oscura, e variamente interpetrata; egli insomma veniva ad attribuire allo stesso Archimede l'invenzione e l'uso del metodo cavalierano.

Il Matematico di Praga ne deve essere stato inconsapevole, ma è un fatto che l'avevano prevenuto i Matematici del secolo precedente nell'interpetrare, con la dottrina degli infinitamente piccoli, la recondita ciclometria del Siracusano. « Il cerchio, scriveva Leonardo da Vinci, è una figura parallela, perchè tutte le linee rette prodotte dal centro alla circonferenza sono eguali, e caggiono in nella lor linea circonferenziale infra angoli eguali eretti sferici. Il cerchio è simile a un parallelo rettangolo, fatto del quarto del suo diametro, e di tutta la circumferentia sua, o vo' dir e della metà del diametro, e della periferia. Come se il cerchio EF (fig. 7) fusse immaginato essere resoluto in quasi infinite pi-

Figura 7.

ramidi, le quali poi essendo distese sopra la linea retta, che tocchi la loro base BD, e tolto la metà dell'altezzà, e fatto il parallelo ABCD; sarà con precisione eguale al circolo EF » (MSS. K, fol. 80 r.).

In simile modo quadrava Leonardo il settor circolare ABC (fig. 8) dividendolo in altri settori infinitesimi. Poi dirizzava l'arco, col farlo movere sopra la linea retta DE, per cui veniva esso settore ad aprirsi, e allargarsi nel rettangolo DF duplicando il suo proprio spazio, così meccanicamente riquadrato. « E questa, ne concludeva, è la sola e vera regola da dare la quadratura d'ogni porzion di cerchio, minore del semicircolo, della quale nulla scientia vale, se non col moto predetto » (MSS. E, fol. 25 r.).

Figura 8.

Con la medesima regola, applicandovi cioè il metodo degl'indivisibili, tacitamente supposto da Archimede, insegnava Leonardo a quadrare la superficie della sfera, come si vede in varie sue Note, e specialmente in quella, che si legge nel MSS. E, a tergo del foglio 24. Nè di altre simili applicazioni manca, in questi preziosi documenti Vinciani della Scienza, l'esempio. Nella prima faccia del foglio 73 del medesimo manoscritto è formulata questa proposizione: « *Il descenso del grave situato per qualunque obliquità sempre fia per diritta linea.* » S'immagina l'Autore di avere la trave AB (fig. 9) di uniforme figura e peso, e perciò col centro di gravità nel suo mezzo. Ora, a provare che, sebbene si giaccia obliqua, essa trave caderà nonostante per la rettitudine CD della sua perpendicolare; divide il cadente in minime particelle, di uniforme figura e peso, nella piccolezza delle quali perciò l'obliquità del tutto sparisce. E perchè ciascuna delle dette particelle è sollecitata dal proprio impulso gravitativo, rappresentato da altrettante linee perpendicolari uguali, come si vede nella figura disegnata nel citato foglio in margine; ne conclude Leonardo che la resultante delle parti è la medesima linea perpendicolare CD, applicata al centro di gravità della trave. « Provasi per la settima di questo che dice: Li gravi d'uniforme figura e peso, che descenderanno per mezzo eguale, saranno d'egual velocità. Adunque, se il trave d'uniforme figura e peso sarà diviso in parti eguali, e simili per direzione, sarà di velocità uguale e simile, E quel che fa la parte farà il tutto. » Chi, penetrando addentro al significato di queste parole, non vi riconosce schietto il principio della composizion delle forze parallele, rappresentanti la velocità della caduta, o il peso delle particelle, in cui è lecito immaginar di-

Figura 9.

viso qualunque corpo? E da che può avere appreso Leonardo una tale scienza, se non dalla V proposizione archimedea *De aequiponderantibus,* la quale, lasciando immaginar qualunque numero di grandezze, pendenti intorno al centro di gravità, nella verga che le sostiene; confermava in quella medesima verità gli studiosi, anche quando fosse a loro piaciuto di ridurre quelle stesse grandezze a un numero infinito?

A questo punto i Lettori, a cui non sia passato dalla memoria quel che da noi stessi fu scritto a pag. 104, 105 del Tomo IV, troveranno da notare una contradizione, la quale però non è temeraria, avendoci le nuove cose meglio considerate fatto ritrattare le prime opinioni. Anche la sentenza ivi citata dal Torricelli ci parve poi verissima, messa specialmente a riscontro di altri documenti, che s' addurranno fra poco. Ma la questione concernente Leonardo è di tale importanza, da non lasciar l' occasione di ritornarvici sopra.

Il Libri notò che *le Peintre toscan* era stato il primo a indicare il centro di gravità della piramide, decomponendola in piani paralleli alla base, come si rileva dalle figure dimostrative. Ripetiamo che di qui non si rileva propriamente altro, se non che la proposizione si voleva concludere dall' intersecarsi gli assi, condotti dagli opposti vertici sopra le respettive basi, a quel modo che, nella sua XXII *De centro gravitatis,* fa il Commandino, la figura del quale è similissima a quella dello stesso Leonardo. Questa XXII però si faceva, come da principal lemma, dipendere dalla XIV fra le precedenti, nella quale si dimostrava che il centro di gravità di qualunque solido piramidale si ritrova necessariamente in qualche punto sull' asse. La dimostrazione, che ne dà di ciò esso Commandino, procede all' assurdo, per le solite vie lunghe e faticose degl' inscritti e dei circoscritti, mentre Leonardo è da credere se ne spedisse, decomponendo la piramide o il cono in infiniti piani triangolari o circoli, i centri di ciascun de' quali essendo disposti lungo l' asse, sull' asse stesso era necessario che cadesse pure il centro di gravità del tutto. E perchè le medesime ragioni manifestamente valevano, da qualunque vertice si conducessero i detti assi sopra l' opposta base triangolare; legittimo era concluderne che dovesse essere il richiesto punto quello della loro comune intersezione.

Ecco in qual modo si può dir che il Pittore toscano applicasse alla Baricentrica stereometrica il metodo degl' indivisibili, ciò che non s' argomenta mica dalle figure, ma dal ripensare che dovette esser venuta a Leonardo, come poi venne al Roberval, l' inspirazione da quel loro profondo meditare sui libri di Archimede, da cui intesero esser proposti i piani ponderosi, non come superficie astratte, ma come solidi veri, con le loro altezze infinitesimali. E giacchè il Libri, anzi tutti gl' interpetri dei Manoscritti vinciani, trattandosi di Matematiche, non possono trascurar le figure, bene spesso significative ora del concetto, ora del processo dimostrativo di qualche teorema; a noi pare di vedere in que' segni, dalla scienza insieme e dall' arte resi così eloquenti, un proposito anche più ardito di quel che si sia annùnziato fin qui,

ed è che il Nostro, oltre alla piramide intera, o al cono, instituiva un metodo, da ritrovare il centro di gravità ne' loro frusti: metodo, che non è solamente più facile e più elegante, ma anche più diretto e più universale di quelli stessi usati di poi dal Commandino, dal Valerio e da Galileo. Dell'esser diretto n'è prova la derivazione immediata dalla VIII archimedea del primo libro *Degli Equiponderanti,* e dell'essere universale l'estendersi per analogia dal triangolo genitore, che Leonardo chiamò *piramide di due lati equidistanti,* al cono, da lui stesso detto *piramide di lati piramidali.*

Nel manoscritto E, a tergo del fol. X, è una nota che dice: « Sia con un taglio diviso il triangolo equidistante alla base in due parti uguali. Questo è provato nella sesta del 3° *De ponderibus.* » Tale era il titolo che, ad imitazione del loro più prossimo maestro Giordano Nemorario, si dava ai trattati di Meccanica dagli Autori di que' tempi, e così anche Leonardo, richiamandosi a quel suo libro, che sarebbesi potuto compilar delle sue note sparse, mentalmente se lo rappresentava come già scritto, e lo intitolava *De ponderibus.* La prova poi, o la soluzion del problema dipendeva dalla proposta di un problema più generale, che si trova altrove scritto così in una nota: « *Io voglio saper quante piramide CED* (fig. 10) *entra nella piramide CVQ.* — Io multiplicherò la linea CV in sè, la quale avendo la parte EV per sua parte aliquota, troverai tal piramide grande contenere in sè tante delle piramidi piccole, quant'è la somma, che resulta dalle parti, in che è partita la linea CV, che son simili alla linea CE, come dire la linea DE eqidistante alla linea VQ. E il lato CE entra 8 volte nel lato CV. Dirai dunque: 8 via 8 fa 64, e tanto fia il numero delle piramide CED, che entrano nella piramide maggiore » (K, fol. 6 r.).

Figura 10.

E questo modo, soggiunge Leonardo, *è regola generale.* Condotto infatti l'asse CO, abbiamo CED : CVQ = CI . EI : CO . VO. E perchè tanto CI a CO, quanto EI a VO stanno come EC a CV; dunque ECD : CVQ = $EC^2 : CV^2$. E prendendo CE per unità di misura, CVQ = FCD . CV^2, onde essendo CV = 8, come suppone Leonardo, è manifesto che, de' piccoli triangoli isosceli CED, se ne contengono nel maggiore CVQ, 64. Se poi la figura è un cono, si ha, per l'omologa regola generale ECD : CVQ = $EC^3 : CV^3$. Trasponendo e dividendo, EQ : ECD = $CV^3 - EC^3 : EC^3$, e per il triangolo EQ : ECD = $CV^2 - EC^2 : EC^2$. Che se EQ = ECD, sarà per l'una figura $CV = EC . \sqrt[3]{2}$, e per l'altra $CV = EC . \sqrt{2}$, d'onde vien la regola per sapere dove debba farsi il taglio, che divida il triangolo, equidistante alla base, in due parti uguali, secondo il proposto problema, per la prova del quale rimandava Leonardo al suo libro *De ponderibus.*

Ma trattandosi di un teorema puramente geometrico, qual relazione, vien

fatto di domandare, può aver egli con un libro di Meccanica? La risposta al quesito incomincia ad apparire da quest' altra nota: « La piramide ha tre centri, de' quali uno è centro della magnitudine, l' altro è centro della gravità accidentale, e il terzo è centro della gravità naturale. Centro della magnitudine è quello, che divide la lunghezza della piramide in due uguali parti. E centro della gravità naturale è quello, nel quale sospendendo la piramide fa che essa piramide sta nel sito dell' egualità colli stremi della sua linea centrale. Centro della gravità naturale è detto quello, sopra del quale, dividendo la piramide per linea retta per qualunque verso, sempre resta divisa in due parti d' egual peso. Ma lo centro della gravità naturale, per qualunque verso sarà tocco dalla linea retta, che divide la piramide; sempre sarà di $^5/_9$ di tutta la piramide, di verso la base, ed è posto il centro d' essa gravità accidentale nel terzo della lunghezza di verso la base, essendo piramide di due lati equidistanti, e, se ella piramide fusse di lati piramidali, il centro della sua gravità accidentale sarà nel quarto della sua lunghezza di verso la base » (K, fol. 89).

La dicitura impropria e confusa non toglie nulla alla verità del concetto, che si conferma per corollario dal Teorema geometrico, preparato dianzi dallo stesso Leonardo, per fondamento di questa conclusione. Se nella formula infatti $CED : CVQ = CE^2 : CV^2$, si fa $CE = {}^2/_3\ CV$ (nel qual caso, essendo CE a CV, come CI a CO, il punto I sarebbe sceso nel centro di gravità del triangolo) avremo $CED : CVQ = {}^4/_9 : 1$, ossia $CED = {}^4/_9\ CVQ$, e perciò sarà la parte EQ di verso la base $^5/_9$ di tutta la piramide, onde il trapezio al triangolo viene a essere come 5 a 4. Che se la formula è $CED : CVQ = CE^3 : CV^3$, fatto $CE = {}^3/_4\ CV$ (nel qual caso il punto I sarebbe sceso nel centro di gravità del cono) sarà $CED : CVQ = {}^{27}/_{64} : 1$. E come la parte CED è $^{27}/_{64}$, così la rimanente EQ deve essere $^{37}/_{64}$ del tutto, e perciò il frusto al minor cono otterrebbe la proporzione di 37 a 27.

Ora, come avrebbe Leonardo, in proposito *De ponderibus,* cercato le geometriche proporzioni delle parti, in cui la linea e il piano, che passano per i centri di gravità, segano il triangolo e il cono; se non perchè, applicandovi la proposizione VIII del primo libro *Degli equiponderanti,* voleva istituire una reogla generale, da ritrovare il punto, intorno a cui gravitano il trapezio, e il frusto rimasti dal segamento delle due dette figure, che pur s' osservano nel Manoscritto, benchè senz' altra dichiarazione? La regola dall' altra parte riusciva di tal bellezza d' ordine e di semplicità, da far maraviglia che sfuggisse all' industria di que' tre valorosi, poco fa commemorati, i quali, tra la seconda metà e il finir del secolo XVI, ripresero a trattare l' arduo soggetto.

Sia il triangolo isoscele VOQ (nella precedente figura) il cui centro di gravità X, e sia segato esso triangolo, secondo qualunque proporzione, dalla linea FG in due parti: cioè nel triangolo CFG, col centro in T, e nel trapezio FQ, di cui si cerca sull' asse HO il centro Z. Fatta $CO = m$, $HC = n$, abbiamo, per il Teorema geometrico di Leonardo, $FCG : FQ = n^2 : m^2 - n^2$,

e, per la VIII proposizione meccanica di Archimede, $ZX : XT = n^2 : m^2 - n^2$, onde $ZX = \frac{n^2 XT}{m^2 - n^2}$. Ma perchè $XH = XC - CH = {}^2/_3\, m - n$, e $HT = {}^1/_3\, n$; dunque $XT = XH + HT = {}^2/_3\, m - n + \frac{n}{3} = {}^2/_3\, (m - n)$, il qual valore sostituito, dà $ZX = \frac{2\,n^2}{3\,(m + n)}$, onde

$$ZH = ZX + HX = \frac{2\,n^2}{3\,(m + n)} + {}^2/_3\, m - n.$$

Per l' altra porzione dell' asse abbiamo

$$ZO = HO - HZ = m - n - \frac{2\,n^2}{3\,(m + n)} - {}^2/_3\, m + n = {}^1/_3 \left(m - \frac{2\,n^2}{m + n}\right)$$

e di qui viene a istituirsi la proporzione

$$OZ : HZ = {}^1/_3 \left(m - \frac{2\,n^2}{m + n}\right) : \frac{2\,n^2}{3\,(m + n)} + {}^2/_3\, m - n =$$
$$(m^2 - 2\,n^2 + mn) : (2\,m - n^2 - mn).$$

Volendosi avere la relazione in funzion della base maggiore, che chiameremo a, e della minore, che chiameremo b; perchè $a : b = m : n$, avremo

$$OZ : HZ = (a^2 - 2b^2 + ab) : (2a^2 - b^2 - ab) =$$
$$[(a - b)(a + b) + b\,(a - b)] : [(a + b)(a - b) + a\,(a - b)] =$$
$$(a - b)(a + 2b) : (a - b)(2a + b) = (a + 2b) : (2a + b)$$

che è la formula, con la quale Archimede, e dietro lui i Meccanici sogliono indicare il centro di gravità del trapezio.

Se $m = 2$, e $n = 1$, tanto da questa, quanto dalla formula di Leonardo, s' ha $OZ : HZ = 4 : 5$, com' aveva trovato il Nardi. Se $m = 3$, e $n = 2$, nel qual caso la sezione FG passa per il centro di gravità del triangolo grande, $OZ : HZ = 7 : 8$. Se poi $VQ^2 : FG^2 = OC^2 : HC^2 = 2 : 1$, ossia $OC : HC = \sqrt{2} : 1 = m : n$, per cui $m = n \sqrt{2}$; sostituito questo valore di m nella formula di Leonardo, viene $OZ : HZ = \sqrt{2} : 3 - \sqrt{2}$.

Queste cose però, che non promovevano, ma illustravano la Scienza, erano da Leonardo preparate in grazia del centro di gravità del frusto conico, l' invenzion del quale il Commandino si credè che fosse nuova, e Galileo si compiacque di averla perfezionata. Per il teorema stereometrico infatti, che dice avere il cono maggiore, e il minore segato da lui con un piano parallelo alla base, la proporzion de' cubi dei loro assi, il valore di ZX si trasforma in quello di $\frac{n^3 XT}{m^3 - n^3}$. E perchè $XT = {}^3/_4\, (m - n)$, e $XH = {}^3/_4\, m - n$; dunque $ZX = \frac{n^3}{m^3 - n^3} \cdot {}^3/_4\, (m - n)$ e perciò $ZH = ZX + XH = \frac{n^3}{m^3 - n^3} \cdot {}^3/_4\, (m - n) + {}^3/_4\, m - n = \frac{n^4 + 3\,m^4 - 4\,nm^3}{4\,(m^3 - n^3)}$.

Si trova poi, per l' altra porzione dell' asse, ZO $=$ HO — ZH $=$.
$m - n - \frac{n^3}{m^3 - n^3} \cdot {}^3/_4\,(m - n) - {}^3/_4\,m + n = \frac{m^4 + 3n^4 - 4mn^3}{4\,(m^3 - n^3)}$,
d' onde HZ : ZO $= (n^4 + 3\,m^4 - 4\,nm^3) : (m^4 - 3\,n^4 - 4\,mn^3)$. E potendosi agli assi m, n, sostituire le basi a, b loro proporzionali, avremo un' analoga relazione espressa dalla formula

$$HZ : ZO = (b^4 + 3\,a^4 - 4\,a^3\,b) : (a^4 + 3\,b^4 - 4\,ab^3)$$

la quale è facile vedere come si riduca a quella che Galileo dà nel suo trattatello (Alb. XIII, 286):

$$HZ : ZO = (3\,a^2 + b^2 + 2\,ab) : (3\,b^2 + a^2 + ab).$$

Che se $a = 2$, e $b = 1$, tanto dalla formula di Galileo, quanto da quella di Leonardo, s' ha il centro di gravità del frusto conico indicato dalla relazione HZ : ZO $= 17 : 11$.

Chi non ha dimenticato il precedente nostro Tomo, nella prima parte del capitolo VII, sa che questa medesima indicazione era stata data da Antonio Nardi, e il comparare il metodo di lui con quello di Leonardo, che ha dato luogo a questa forse lunga, ma non inutile digressione, giova a confermare come derivasse in ambedue una tale elegante facilità, anche ne' metodi ordinarii, da quello principalissimo degli indivisibili, di cui dunque esso Leonardo conferma l' antichità dell' origine.

Benchè irragionevole sarebbe il pensare altrimenti, nondimeno abbiamo la più efficace, e più espressa testimonianza di ciò, che intendiamo provare, da que' due stessi, i quali nella nostra Storia appariscono del Cavalieri precursori immediati, anzi nella istituzione del metodo degl' indivisibili competitori con lui. Il Nardi, ora commemorato, in quella sua *Ricercata seconda* sopra Archimede, nella quale risponde alle obiezioni, che si fanno all' opere di lui, dop' aver concluso che nulle per lo più, o leggere almeno sono tali obiezioni, così soggiunge: « Eppure ad inchieste così ardue egli si pone, che molto difficile il non mai sdrucciolare apparisce. È vero che molto dal metodo degli indivisibili, se però io posso ben giudicare, o veracemente mostrare in quest' opera cosa alcuna, ed anche dagli sperimenti meccanici Archimede fu in parte aiutato per l' investigazione di tante astruse verità, il che da più capi argomento, e in particolare dai proemii delle Conoidali e delle Spirali, ed anco dal supporre noto il centro della gravità nella rettangola conoidale. »

La testimonianza dell' altro, dopo il Nardi, a cui s' accennava di sopra, è quella del Roberval, che, ne' documenti riferiti da noi a varie occasioni, fu udito confessare apertamente aver dal divino Archimede appresa quella Scienza matematica dell' infinito, la quale egli poi applicò alla soluzione dei più ardui problemi, *integro quinquennio* prima, chè si pubblicasse il metodo del Cavalieri. Non cita però il Roberval nessun libro particolare, e nessuna proposizione, d' onde almen trasparisca aver Archimede riguardate le superficie come composte della somma d' infinite linee, o il solido della somma

d' infinite superficie indivisibili, per cui si crederebbe un' invenzione l' asserto del Matematico francese, che, per non parere secondo al Nostro, pensò astutamente di sottoporre sè e lui a un' autorità tanto maggiore. La sincerità nonostante e la generosità dell' animo, che si dimostra nell' epistola al Torricelli, non facendo lecito un tal giudizio, s' andava ripensando fra noi da qual parte delle opere del Siracusano potess' esser derivata la Scienza degli indivisibili robervalliani, e finalmente parve avere il nostro proposito risoluzione dalla risoluzione stessa di quel famoso problema, in cui domandavasi com' è possibile che le superficie sian gravi, secondo che sempre supponesi da Archimede, nell' uno e nell' altro libro de' Piani equiponderanti.

Il Nardi nella Ricercata seconda sopra citata, tocca così frettolosamente la sottile questione: « Suppone parimente egli (Archimede) nella stessa opera della Quadratura della parabola, e nei Superficiali equilibri, che le superfice gravi siano, il che ad alcuno parve sproposito sì grave, che per fuggirlo ne commesse un gravissimo, col sostituire i corpi in luogo delle superficie. Ma se a chi separa le considerazioni sue dal materiale non si permette tal libertà, nemmeno si permetterà il far muovere una linea o una superficie.... Ma alcuni, superficiali nella dottrina peripatetica, intendono sinistramente il detto del loro Maestro, mentr' egli scrive che il Matematico astrae dal moto, cioè dal naturale e concreto, e non dall' astratto e immaginario, altrimenti avverria che Euclide non saria geometra, quando l' origine di tante figure riconosce dal moto. »

Colui che volle correggere lo sproposito di Archimede, e a cui il Nardi accennava, è senza dubbio David Rivault, il quale avvertiva nella sua versione, e nel suo commento all' opera *De aequiponderantibus,* dopo il primo lemma del libro primo: « Caeterùm, licet in sequentibus agatur de planis, tamen ne planae superficies intelligerentur, quae pondus habere non cernuntur, figuras ut corpora adsignavimus » (Archim., Opera illustrata, Parisiis 1615, pag. 169). Sempre infatti egli embreggia le figure in modo, che rappresentano non piani, ma prismi o prismoidi o solidi colonnari, non avvedendosi dell' errore veramente gravissimo, in cui veniva a compromettere il suo Archimede, perchè in queste rappresentazioni di corpi solidi, dovendosi il centro di gravità ridurre nel preciso mezzo dell' asse, tutte le proposizioni archimedee, manifestamente riuscirebbero false.

Che se errata è la soluzion del problema, data dal Rivault, non è per questo punto più accettevole l' altra, suggerita dallo stesso Nardi, il quale diceva esser lecito per astrazione attribuire alle superficie il peso, com' Euclide, e tutti i geometri, per astrazione attribuiscono a loro stesse il moto. Rispetto a che giova invocare l' antica distinzion metafisica tra forma e materia, e rammemorar che la forma, a cui si riferiscono le superficie, non pesa, come, valendosi degli stessi principii idrostatici di Archimede, Galileo dimostrò contro i Peripatetici, e come ce ne persuadono l' esperienze, pesando nel vuoto qualche plasmabile corpo, trasfigurato in qualunque maniera. Se il peso dunque è inerente e proprio alla sola materia, è irragionevole attri-

buirlo alle superficie, rese per astrazione immateriali. Si può inoltre osservare che, se il peso è causa produttrice del moto, non ogni moto però, com'è quello della linea che genera la superficie, è l'effetto del peso. Una tale generazione meccanica infatti, suggerità ai Geometri dall'esempio di un punto discreto e luminoso, che movendosi velocissimo apparisce una continuata striscia di luce; ha relazione piuttosto con la forma imponderabile, che con la gravità essenzialmente propria della materia.

Antonio Rocca avrebbe, secondo il Rivault, introdotto nella Baricentrica un altro sproposito più grosso di quello di Archimede, facendo, non solo le superficie, ma le linee stesse pesanti. Eppure il Torricelli non dubitò d'imitarne gli esempi, e chi ha letto, nel Tomo precedente, il trattato dei Centri di gravità di lui, si rammenterà di aver trovata anche questa, fra le altre supposizioni: « Supponghiamo ancora che le linee abbiano il centro di gravità, e forse non sarà maggiore assurdo il considerare le linee come gravi, che il considerar le superficie pesanti. Già in buona Geometria non si può dire che una linea sia minore di una superficie, ed io credo che tanto sia lontano dall'esser grave una linea, quanto una superficie. »

Il discorso dunque del Torricelli riesce a questo: non esser ragionevole negare il peso alle linee, se si concede alle superficie. E perciò sembra che, senza troppo travagliarsene, volesse risolvere il problema col dire: Archimede l'ha supposto, i Matematici in generale hanno menata buona quella sua supposizione; sia dunque anche a noi lecito ammetterè che le superficie, e perciò anche le linee, gravitano intorno al sostegno delle loro bilance. Il ragionamento del Torricelli è quello insomma, che s'è fatto sempre, e si fa tuttavia dagli Scrittori, i quali si propongono nei loro trattati di trovare il centro di gravità del triangolo, per esempio, e della parabola, come un esercizio usato infin dagli antichissimi tempi, senza ripensare alla vanità dell'opera loro, quando si terminasse l'inquisizione in quelle figure, e senza pur sospettare che le cose dimostrate da Archimede non son veramente proposizioni, ma lemmi.

I reconditi sensi del Siracusano sembra a noi che fossero penetrati dall'acutissimo Roberval, il quale, unico forse, comprese che i piani, di cui si tratta ne' libri degli Equiponderanti, son solidi: il triangolo, sì, un prisma, la parabola un cilindroide, non però con altezze definite, come le metteva il Rivault, ma infinitamente piccole, indivisibili. Par che si voglia il centro di gravità di piani, e l'invenzione è invece ai solidi colonnari, che si possono costruire con soprapporre essi piani infiniti, il centro di gravità de' quali solidi essere in mezzo all'asse, alla linea cioè che congiunge i centri di gravità delle basi, è più chiaro, diceva il Torricelli, di ogni prova, che se ne potesse addurre. Ecco perchè, convien che il Roberval dicesse, volendo Archimede indicare il centro di gravità del prisma triangolare, o del parallelepipedo, o del cilindroide parabolico, si limita a trovar que' medesimi centri nel triangolo, nel parallelogrammo, e nella parabola: perchè di lì, come da lemmi, chiunque avrebbe potuto con facilità concluderne il fine delle pro-

posizioni. Fattosi così pervente a esso Roberval lo spirito di Archimede, s' intende come ammirato lo salutasse col titolo di divino. A lui era debitore, non solamente d' aver appresa la scienza dell' infinito, e di averla instituita in un metodo nuovo, ma di esser felicemente riuscito a scansar le critiche, che incontrò il Cavalieri, malignamente inconsiderate, non intendendo come lui il solido compaginato d' infinite superficie, ma d' infiniti piani con altezze indivisibili, e quali volevano esser quelli del suo divino premonstratore, affinchè si potessero dire, e trattar come gravi.

Benchè queste cose sian forse trapassate fin qui dai critici inosservate, non sembrano a noi però meno evidenti, e mentre la scoperta del Roberval da una parte conferma l' origine antica del metodo degl' indivisibili, derivata direttamente da Archimede ne' contemporanei di Leonardo, e nel Roberval, e per riflesso dalle Collezioni di Pappo nel Nardi, e dalla Stereometria o dalla Ciclometria del Kepler nel Cavalieri; dall' altra riduce a ragionevoli termini una nuova questione, come Archimede cioè ritrovasse il centro di gravità nel solido parabolico. Il Commandino fu primo ad avvertire la mirabile invenzione. Pervenutogli alle mani il trattato delle Galleggianti, « animadverti, egli dice nel dedicare il suo libro del centro di gravità de' solidi al cardinale Farnese, dubitari non posse quin Archimedes, vel de hac materia scripsisset, vel aliorum mathematicorum scripta perlegisset; nam in iis tum alia nonnulla, tum maxime illam propositionem ut evidentem, et alias probatam assumit: centrum gravitatis in portionibus conoidis rectanguli axem ita dividere, ut pars, quae ad verticem terminatur, alterius partis, quae ad basim, dupla sit » : proposizione che, sebbene non sia dall' Autore espressamente formulata, pur s' argomenta dall' enunziato della seconda, e dalle altre proposizioni, che seguono nel secondo libro. Il Nardi insinuava, come udimmo poco fa, che l' invenzion del punto gravitativo nel Conoide occorresse ad Archimede, per via dell' esperienza, ciò che sembra alieno dall' istituto schiettamente geometrico di lui, sempre avverso alla scienza somministrata dai sensi, i quali ei reputava fallaci, e non senza ragione, per le prove che se ne ebbe a far poi, come da Galileo, quando volle colla bilancia tentare il centro di gravità della cicloide. Or si comprende come l' incertezza del fatto venisse a togliersi con facilità, per via della speculazione, ammettendo che procedesse anche Archimede, nell' invenzion del centro di gravità del Conoide, a quel modo, che vedemmo già fare al Torricelli. Il metodo degl' indivisibili rivelava così patente l' analogia fra il triangolo ed essa Conoidale, da dover concluderne con tutta la certezza geometrica essere gli assi del piano e del solido segati dal centro di gravità, secondo la medesima proporzione.

Deve il Commandino, dietro quella prima avvertenza, averne fatta anche un' altra, ed è che Archimede, nella figura illustrativa l' ottava proposizione del primo libro, indicava il centro di gravità del settore sferico con quella precisione, che poi sarebbe per indicare il centro della Conoidale. Al Matematico urbinate però questa volta non servì, per la difficile inquisizione, la Geometria ordinaria, ond' ei non seppe dir altro, se non che il richiesto cen-

tro di gravità del settore trovavasi su qualche punto dell' asse. A questa vaga indicazione si sarebbe dovuto star senza dubbio contento anche Archimede, quando non avesse invocati i soccorsi della Geometria infinitesimale, in modo simile a quel che fecero il Nardi, il Cavalieri, il Torricelli e il Wallis, i quali, immaginando essere il solido composto d' infinite callotte concentriche, vinsero del problema quella gran ritrosia, di che il Tartaglia e il Commandino ebbero a fare non vincibile prova.

Che Archimede avesse penetrato, con l' acume degl' indivisibili, il centro di gravità del conoide parabolico e del settore di sfera, sembra che lo credesse anche lo stesso Torricelli, il quale anzi si persuase che gli antichi avessero in quel metodo, e nel principio della composizione de' moti, un segreto efficacissimo, per aprire in Geometria i più reconditi misteri. Di questo medesimo parere fu anche il Wallis, come apparisce dal commentario di lui sopra il libro archimedeo *De circuli dimensione,* e prima dell' Inglese e del Nostro aveva il Nunnez, nel suo trattato di algebra in lingua spagnola, sentenziato non doversi reputar da nessuno che le proposizioni di Euclide e di Archimede fossero trovate per quelle medesime vie che appariscono ne' loro libri (Antuerpiae 1567, pag. 114). Occultassero quest' arcano dell' arte, per non soggiacere all' invidia, e alle contradizioni, come disse il Torricelli (Opera geom., P. II, pag. 56), o per far più mirabili apparire i loro trovati, come pensò il Nardi, o per qualsivoglia altra ragione molto difficile a indovinarsi da noi, gente tanto diversa da quella di que' tempi; sarebbe vano, secondo le riferite opinioni, aspettare l'apparizion di que' libri, dove Archimede dimostrerebbe la natura e le proprietà de' centri gravitativi, che si presuppongono ai teoremi *De aequiponderantibus,* e il principio della composizion delle forze parallele, da cui resulta che il moto in su si fa nella direzion della perpendicolare, che passa per il centro di gravità del galleggiante. Anche in quel trattato Περι ζυγῶν, che tanto si desidera dai cultori di Archimede, si troverebbe forse, quando finalmente apparisse alla luce, essersi dall' Autore mantenuto quel segreto geloso, che ora gli studii ci hanno scoperto, e per cui può svelarsi la scienza, rimasta fin qui coperta dal pellucido tessuto delle supposizioni.

Ammessa infatti la dottrina degli infinitesimi, e l' uso del parallelogrammo delle forze, abbiamo potuto rintracciare le sottilissime vie, per le quali si condusse Archimede (riguardando le infinite particelle materiali come sollecitate da forze parallele) a ritrovare il punto, dov' è applicata l' unica forza resultante dalla somma delle componenti infinite: punto, che riferito ai pesi, è quel centro di gravità, che dal chiuso pensiero dell' Autore sale a un tratto, com' acqua da nascosta vena, a irrigar largamente i campi della Statica archimedea. La famosa dimostrazione del vette è quella, che più al vivo ritragga in sè l' immagine della teoria, da cui con occulto parto fu esposta, sostituendo i pesi, moltiplicabili all' infinito, alle forze parallele, il centro delle quali vedemmo segar la linea di congiunzione (che per la V^a del primo libro *De aequiponderantibus* si trasforma nel vette) in parti reciprocamente pro-

porzionali alle stesse forze sollecitanti, sì considerate in astratto, e sì come applicate a rappresentare le gravità delle appese grandezze.

Abbiasi ora, per ridursi più da vicino al nostro proposito, in AB (fig. 11) un corpo, che supporremo in forma di quadrato, e di tale gravità in specie da cader liberamente nell' aria, e siaci proposto a ritrovare la direzione e l' intensità di una tale caduta. Risoluto il detto quadrato in infiniti rettangoli, nel mezzo C della linea ED, che ricongiunge i centri di gravità di ciascuna grandezza, deve, per la citata quinta proposizion di Archimede, ritrovarsi il centro di gravità del tutto, e sostituite altrettante forze parallele a rappresentare le sollecitazioni in tutti gl' infiniti elementi, la resultante CM, uguale a tutte insieme le forze parziali, e a esse stesse parallela, misura la intensità e la direzione della caduta.

Figura 11.

S' immagini poi esser messo il corpo AB in fondo a un liquido, di cui sia specificatamente men grave: è un fatto che il moto, dianzi discensivo, ora si converte in ascensivo, ciò che non può avvenire altrimenti, se non per essere le forze sollecitanti ciascuna particella rivolte in direzione opposta, e per aver raggiunta proporzion maggiore verso le prime. Dovendo poi l' incremento in ciascuna essere uguale, il centro delle nuove forze parallele potrà essere il medesimo, e la medesima direzione, benchè con più gagliardo moto, avrà la resultante CN, la quale è alla CM direttamente opposta. D' onde è manifesto i corpi più leggeri del liquido, in cui sono immersi, *sursum ferri secundum perpendicularem, quae per centrum gravitatis eorum ducitur,* come dice Archimede, supponendo i principii, dall' investigazione de' quali s' è veduta scaturire questa stessa conclusione.

Giunto il corpo immerso alla sommità del liquido, e sopra il livello di lui sollevatosi tanto, quanto dalla V^a del primo libro archimedeo delle Galleggianti è prescritto; ivi si rimane, ciò che non può essere, se non perchè la forza, che violentemente lo sospingeva in alto, s' è fatta uguale a quella che lo portava in basso, e qui giova trattenersi alquanto in considerare le condizioni di un tale equilibrio.

Sia il solido, quietandosi nel termine della sua ascesa, rimasto nella posizione rappresentata per la medesima figura, nella quale FO segna la linea del livello. Si potrebbe ritrovare la causa della sua stazione, immaginando che il peso de' prismetti infinitesimi, componenti esso solido, uno de' quali AH, sia uguale al peso degl' infiniti filetti liquidi, simili a LH, in modo però che questi tendano non verso M, ma verso N, centro contrapposto a quello della Terra. La speculazione sarebbe senza dubbio conforme a quel che è stato dimostrato nella proposizione V del primo libro *De insidentibus aquae,* essendo manifesto che di quegli infiniti filetti liquidi componesi una mole di

umido uguale alla parte del solido sommersa, e che pesa quanto esso solido intero. Tale fu appunto la speculazion di Archimede, ma rimase per molti secoli incompresa, d' onde ebbero origine le vicende, che ci porgeranno argomento, anzi saranno come il polo, intorno a cui s' aggira la storia dell' Idrostatica: per ora non è da interrompere il filo del discorso.

Il quadrato o altro solido qualunque ABCD (fig. 12) galleggiante sul liquido, sia tenuto per forza con l' asse BD inclinato alla superficie FO del livello: consegue da' premessi principii la ragion meccanica perchè, abbandonato a sè stesso, si dirizza naturalmente coll'asse perpendicolare. Essendo infatti in X il centro di gravità del tutto, e in Z quello della parte sommersa, il galleggiante è spinto in basso dalla forza ZY, e in alto dalla forza a lei uguale TU, trasportata da Z in T sopra l'asse, e basta osservare al loro modo di agire, per concluder che non cesseranno di far rotare il solido, da destra a sinistra, infintanto che non giungano a contrapporsi lungo la medesima linea, diretta al centro della Terra.

Figura 12.

Proprietà simili a queste si proponeva Archimede a dimostrare nel suo secondo libro, in galleggianti scelti di tal figura, che potessero accomodarsi all' intenzione dell' Opera. Posto dunque, come principio fondamentale, esser portati in su i corpi nell' umido, secondo la perpendicolare, che dal loro centro di gravità si produce, è secondo la traduzion latina, edita dal Tartaglia, formulata così la proposizione, che, secondo l' ordine logico, si disse dover esser la prima: « Si aliqua solida magnitudo habens figuram portionis sphaerae in humidum demittatur, ita ut basis portionis non tangat humidum, figura insidebit recta, ita ut axis portionis secundum perpendicularem sit: et si ab aliquo trahitur figura, ita ut basis portionis tangat humidum, non manet declinata, secundum dimittatur, sed recta restituatur. »

Doveva il testo ragionevolmente avere: *sed, cum dimittitur, recta restituetur,* e ciò osservatosi per fare accorto chi legge de' tanti errori scorsi nella trascrizione, da qualunque mano abbiano avuto origine, seguitiamo a leggere nella stessa copia del Tartaglia scritto così, che pare incominci la dimostrazione del proposto teorema: « Et igitur, si figura levior existens humido demittatur in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; figura insidebit recta ita, ut axis ipsius sit secundum perpendicularem. Intelligatur enim aliqua magnitudo in humidum demissa: intelligatur etiam etc. » proseguendovisi a dimostrare in che modo il segmento sferico, che sia messo con tutta la base nell' umido, rimosso dal perpendicolo, vi ritorna. La dimostrazion diretta perciò della proposta è taciuta, e forse Archimede, dall' esposte ragioni dell' equilibrio nel segmento con la base nell' umido, lasciava a' suoi studiosi la facile applicazione al primo proposito, ch' era del segmento stesso, con la base fuori dell' umido. E perchè, primo fra quegli studiosi, fu lo stesso Tar-

taglia, non mancò di mettersi, nel Ragionamento primo sopra la sua *Travagliata invenzione,* a un tale esercizio. Quivi, esposto il teorema tutto insieme nelle due parti, incomincia dal dimostrar la seconda, proponendosi il caso di un segmento maggiore dell' emisfero, come si rappresenta dalla nostra figura 13, nella quale ACD è la superficie sferica dell' umido, col centro in L, e HNE il galleggiante, ora con l' asse eretto secondo NL, ora, secondo ZT, inclinato, la porzione emersa del qual galleggiante abbia raccolto in R il suo peso, che per la RL è diretto in L suo stesso centro. « Il restante dunque di tal figura, dice il Tartaglia, cioè quella parte, che è nell' umido sommersa, averà il centro della sua gravità, per la sesta proposizione del libro *De centro gravium,* nella linea CR, prodotta in diretto dalla banda del C, tolta talmente, che la parte allungata, alla CR, abbia la medesima proporzione, che ha la gravità di quella parte di figura, che è di fuori dell'umido, alla gravità di quella parte, che è nell' umido sommersa. Or poniamo che tal centro di detta figura sia il punto O, e per il detto centro O sia protratta la perpendicolare LO. Adunque la gravità della parte che è fuora dell' umido premerà di suso in giuso, secondo la perpendicolare RL, e la parte della figura, che è sommersa nell' umido, premerà di sotto in suso, per la seconda supposizione, secondo la perpendicolare LO. Adunque tal figura non rimarrà, ma le parti della figura, che sono verso H, saranno portate in giuso, e quelle che sono verso E saranno portate in suso, e questo sarà, per fino a tanto che l' assis ZT sia fatto secondo la perpendicolare. E questa tal dimostrazione si verifica ancora nella mezza sfera, che stia nell' umido con tutta la base.... e si verifica ancora nella porzion minore della mezza sfera. »

Figura 13.

« Con questi medesimi argomenti si dimostra il medesimo, quando che queste sopraddette figure siano lasciate nell' umido talmente, che le base di quelle stiano in suso, cioè che niuna di quelle tocchi l' umido, conchiudendo quasi con parole contrarie a quelle di sopra narrate, cioè che la parte della figura, che è fuora dell'umido, premerà di suso in giuso, secondo la perpendicolare LS (figura 14) per la prima supposizione. E la parte della figura summersa premerà di sotto in suso, secondo la perpendicolare LR, per la seconda supposizione. Adunque tal figura, secondo quest' altra posizione, non starà : anzi le parti di tutta la figura, che sono verso E, saranno premute di suso in giuso, e quelle che sono verso H saranno urtate e spinte di sotto in suso, e questo persevererà per fino a tanto che l' assis ZT sia fatta se-

Figura 14.

condo la perpendicolare più volte detta, che è il proposito vero » (Venetia 1551, pag. 20, 21): ossia è la parte principale della proposizione. Che se il Tartaglia ne pospose l' ordine, fu per mantenersi fedele al testo, e per tener dietro alla scorta delle figure, le quali si succedevano nella tavola, rimasta dell' originale greco, in due gruppi, il primo de' quali rappresentava il galleggiante ora uguale all' emisfero, poi maggiore, e all' ultimo minore, con la base immersa nell' umido, mentre le tre analoghe figure dell' altro gruppo rappresentavano que' medesimi segmenti sferici con la base emersa. Per questo stesso amore di fedeltà s' indusse a porre l' asse ZT, non secondo il suo debito stare, cioè nella metà dell' arco della figura, ma alquanto obliquo, e benchè conoscesse che a quel modo *saria più naturale e più chiaro,* nonostante *perchè,* dice, *così erano tali figure nell' esempio greco, non me parso di contrafar quelle, anchor che fusse stato meglio* (ivi, pag. 21).

Il Commandino non ebbe tanti scrupoli. Ridusse le figure al loro debito stare, come s' è fatto da noi con le linee punteggiate: ritoccò qua e là la forma dell' enunciato, e corresse gli sbagli della trascrizione dal codice latino. Poi, benchè la licenza paresse oltrepassare il necessario, di una proposizione unica divisa in due parti, ne volle fare due distinte proposizioni, la prima delle quali così diceva: « Si aliqua magnitudo solida, levior humido, quae figuram portionis sphaerae habeat, in humidum demittatur, ita ut basis portionis non tangat humidum: figura insidebit recta, ita ut axis portionis sit secundum perpendicularem. Et si ab aliquo inclinetur figura, ut basis portionis humidum contingat, non manebit inclinata, si demittatur, sed recta restituetur. » L' altra proposizione viene appresso così formulata: « Quod si figura humido levior in humidum demittatur, ut basis tota sit in humido; insidebit recta, ita ut axis ipsius secundum perpendicularem constituatur. » La qual verità così proposta si passa a dimostrare in quel modo, che aveva fatto Archimede: modo con tanta facilità applicabile a dimostrar la precedente, che, anche quando non si fosse l'Autore curato di vedere il Ragionamento del Tartaglia, parrebbe una vanagloria lo scrivere in margine *Suppleta a Federico Commandino,* e si direbbe adulazione quella di un valoroso Critico tedesco, il quale annotava: *Demonstrationem de suo adiecit Commandinus* (Heiberg. Archim. Op., Vol. II, Lipsiae 1881, pag. 371).

Nè maggior ragione di compiacersi sembra avesse lo stesso Commandino, nell' annunziar che di suo proprio s' era pure supplito alla parte, mancante nel primo di quei teoremi, in cui proponevasi il galleggiante in figura di un solido conoidale. Intorno a ciò è da osservare che, nel segmento sferico, non s' attendeva ad altro, che a dimostrare il gioco delle forze, e come per il modo dell' agir di loro fosse costretto a rotare in sè stesso il galleggiante, non quietandosi infin tanto che le dette forze non venissero a contrapporsi lungo la medesima verticale. Anche in questo caso però potrebbe darsi che l' equilibrio si facesse, ma che non fosse stabile, ond' è che le condizioni di una tale stabilità, trascurate dianzi nel segmento sferico, si vengono ora a considerar particolarmente da Archimede nel solido parabolico.

Sia il detto solido, quale, nella sua sezione AOL, ce lo rappresenta la figura 15. Immerso nel liquido col suo vertice, vi si manterrà stabilmente eretto, ogni volta che il suo centro di gravità rimanga alquanto di sotto al *centro della pressione.* E perchè una condizion tale dipende, non solamente dalla proporzione, che ha la gravità specifica del solido al liquido, ma e dal parametro della parabola genitrice, o dalla distanza fra l'apice del cono, e il punto, in cui cade sull' apotema il vertice della sezione, distanza che Archimede chiama *linea all' asse;* e perchè il centro di gravità del conoideo sega così l' asse di lui, che il tutto sia sesquialtero della parte, che è verso il vertice, ossia che stia a questa come tre sta a due; è perciò che si dice l'annunziato fatto verificarsi, quando la porzione del conoideo rettangolo abbia l' asse minore che *sesquialtero* (dal greco latinamente trasvestito in *emiolium*) della linea stessa che è all' asse. « *Recta portio rectanguli conoidalis,* così è nella edizione del Tartaglia, *quando axem habuerit non minorem, quam emiolium eius, quae usque ad axem, omnem proportionem habens ad humidum in gravitate, dimissa in humido ita, ut basis ipsius non tangat humidum, posita inclinata, non manet inclinata, sed restituetur recta: rectam dico consistere talem portionem, quando, quod secuit ipsam, fuerit aequidistanter superficiei humidi.* »

Figura 15.

Le parole che seguitano si crederebbe che fossero il principio della dimostrazione, ma di questa propriamente non sono che l' *ipotesi*: non si fa cioè altro con esse che dichiarare esser l' asse del solido veramente inclinato, come si vuole, alla superficie del liquido, perchè non fa con essa da una parte e dall' altra angoli uguali. La dimostrazione però manca affatto, e il Commandino al solito nota in margine di averla supplita di suo, concludendo che se R, nella proposta figura, è il centro di gravità del tutto, H della parte immersa, e G della emersa; la forza applicata in H, e che spinge in alto, insieme con quella applicata in G, e che spinga in basso, faranno rotare il solido, infin tanto che il suo asse ON non torni nella dirittura RT della perpendicolare.

A questa conclusione però sarebbero bastati i principii, premessi per il segmento sferico, cosicchè inutile, e tutto affatto fuor del proposito, apparisce quel che il Commandino, dall' essere la linea RO minore di quella che è all' asse, argomenta: che cioè l' angolo RTΩ è acuto, e che perciò il punto T della perpendicolare alla superficie del livello cade tra P e Ω. Di qui è manifesto che il benemerito commentatore di Urbino non comprese come quei principii erano da Archimede premessi, e presupposte quelle condizioni, non a dimostrar che l' effetto resultante dalle due forze contrariamente applicate in H o in G, è quello di dirizzare il conoideo, ma che esso conoideo, venuto

a mettersi in dirittura, anche vi permarrebbe, perchè il centro H della pressione riman di sopra al centro R, intorno a cui s' intende gravitar tutta la mole.

Si può dietro questo giudicare qual fiducia debba aversi ai commenti, fatti dal Commandino intorno alle seguenti parti del Trattato archimedeo, le proposizioni del quale si vanno via via sempre più complicando, da smarrirsi ne' sottilissimi laberinti anche i matematici, a cui benevola Arianna, non avesse dato in mano il suo filo. Non poche difficoltà dipendono senza dubbio da quella sciagurata traduzione latina, ma son queste un nulla, appetto a quell' altre, che si sono incontrate dai commentatori, per avere smarrito il filo, veramente arianneo, delle archimedee tradizioni: smarrimento che, avvenuto poco dopo i tempi dell' Autore, riapparve nel risorgere della Scienza manifesto, lasciamo stare per ora Leonardo da Vinci, nei commentarii stessi del Commandino. La conclusione della proposizione ottava del primo libro, nella quale si dice che la porzion del segmento sferico, rappresentato nella figura 14ª qui poco addietro, fuori dell' umido, sarà per la retta SL spinta *deorsum*, e l' altra porzion che è nell' umido, per la retta RL, *sursum*; è da esso Commandino dichiarata con queste parole: « Magnitudo enim, quae in humido demersa est, tanta vi per lineam RL sursum fertur, quanta quae extra humidum per lineam SL deorsum: id quod ex propositione sexta huius libri constare potest. Et quoniam feruntur per alias, atque alias lineas, neutra alteri obsistit quominus moveatur, idque continenter fiet dum portio in rectum fuerit constituta. Tunc enim utrorumque magnitudinum gravitatis centra in unam eamdemque perpendicularem conveniunt, videlicet in axem portionis. Et quanto conatu impetuve ea quae in humido est sursum, tanto quae extra humidum deorsum, per eamdem lineam, contendit. Quare, cum altera alteram non superet, non amplius movebitur portio, sed consistet manebitque in eodem semper situ, nisi forte aliqua causa extrinsecus accesserit » (*De iis quae veh. in aqua* cit., fol. 7, 8).

Ora, è notabile l' errore del Commandino, il quale fa le due forze RL, SL eguali, e da esse sole perciò dipendere l' equilibrio. Ma ben assai più notabile è quel richiamarsi alla proposizione VI, senz' avvedersi il valent'uomo che questa, e più manifestamente la quinta che la precede, scoprono anzi la fallacia di quella sua posizione. Imperocchè, se son le spinte uguali e contrarie della porzione immersa e della emersa del galleggiante, che lo fanno rimanere in quiete, e allora non sarebbe vera quella stessa quinta proposizione citata, la quale ammette l' uguaglianza in gravità, o rispetto alle forze de' pesi, non tra la mole dell' umido uguale alla porzione immersa, e la sola porzione emersa, ma tra quella e la gravità di tutta intera la mole. Cosicchè, secondo il vero senso delle tradizioni archimedee, le due forze che si equilibrano sono quella diretta in giù, secondo XL, e l' altra diretta in su, secondo RL.

L' origine dell' inganno consiste nel non avere il Commandino avvertito che, essendo la XL decomposta nelle SL, RL, ambedue dirette al centro della

Terra, vengono a trovarsi lungo la medesima direzione RL, e applicate al medesimo punto R due forze differenti e contrapposte: l' una dovuta alla gravità naturale della porzione BRG immersa, e l' altra dovuta alla spinta che si farebbe dal peso riflesso in su di un egual mole di liquido, la quale spinta il Commandino ammetteva che fosse una forza semplice, e non resultante dalla differenza di lei con un' altra forza opposta.

I commentatori che successero, non solo non emendarono l' errore, ma volsero le cose in peggio, non facendo nessun conto della pressione idrostatica *sursum,* da Archimede stesso richiesta come principio necessario nella sua seconda supposizione. Cosicchè le forze sollecitanti il galleggiante inclinato si riducevano per costoro alle sole SL, RL, ambedue dirette al centro L con impeti uguali. La restituzione perciò del segmento sferico alla prima sua rettitudine la facevano dipendere dalla medesima causa, che fa restituire orizzontale una bilancia di braccia, e di momenti uguali, quando il centro di gravità, torna in qualche punto della linea verticale e inferiore alla sospensura. Così, mentre il Commandino, intendendo a mezzo Archimede, non riconosceva lungo la direzione RL che una forza *sursum,* questi altri non riconobbero che una sola forza *deorsum,* contro la manifesta intenzion dello stesso Archimede, il quale, per aprirsi la via alle future e più complicate proposizioni de' galleggianti conoidei, incominciava fin d' ora a considerare, invece della forza unica XL, applicata al centro di gravità del tutto, le SL, RL applicate al centro di gravità delle parti. Quando dunque l' asse TZ, scendendo si sia abbattuto sulla NL, le forze che ve lo fanno rimanere, e che si possono intendere applicate tutte nel punto X', son tre: due direttamente concorrenti e, sommate insieme, proporzionali alla gravità di tutta la grandezza, e una ad esse contraria, e proporzionale alla reazione del peso di una mole di umido uguale a quella della parte sommersa. E ciò fa esatto riscontro con quel che, per altre vie molto diverse, era stato dallo stesso Archimede dimostrato nella sua proposizione quinta, la quale si può, secondo questo nuovo ordine di speculazioni, rendere più evidente, immaginando che le due dette forze concorrenti vengano assommate nella X'R, e che la terza sia rappresentata dalla X' K, le quali due forze così ridotte, essendo uguali e contrarie, manterranno il punto X', intorno a cui s' aduna il peso di tutta la magnitudine, in stabilità di equilibrio. La cosa insomma, sotto questo aspetto, torna a quel più semplice caso, illustrato addietro dalla figura 12.ª

Intendasi perciò il galleggiante ABCD restituito, per l' azion delle forze Y, U componenti una di quelle che il Poinsot chiamava *coppie,* nella rettitudine del suo asse, e così stando s' immagini essere violentemente profondato esso galleggiante sotto il livello FO del liquido più grave in specie. È manifesto che, rimanendo la Y sempre la medesima, la contraria forza U cresce via via, secondo che il corpo via via più s' immerge, ond' è che lasciato in libertà torna in su con tant' impeto, quant' è dovuto alla differenza che passa fra' due impulsi contrarii, in piena conformità con quel ch' era stato detto nella proposizione sesta: « *Solidae magnitudines humido leviores, in*

humidum impulsae, sursum feruntur tanta vi, quanto humidum, molem habens magnitudini aequalem, gravius est ipsa magnitudine. » Come poi si possano da questi medesimi principii concludere con facilità tutti gli altri teoremi, proposti nel primo libro *De insidentibus*, è così agevole a comprendere, che ce ne passiamo senz' altri discorsi.

Nè son questi principii dell' antichissimo Maestro dell' Idrostatica punto differenti da quelli professati sui principii del secolo XVIII, nel capitolo III del secondo libro della *Foronomia*, dove l' Herman, dop' aver concluso in un corollario della sua proposizione XIII universalissima che, per non essere le due forze Y, U congruenti, il galleggiante è costretto a convertirsi in sè medesimo, infin tanto che l' asse di lui non sia tornato perpendicolare alla superficie del liquido; soggiunge: « Atque in hoc corollariolo fundantur ferme omnes regulae, quas Autores circa aequilibria solidorum cum fluidis homogeneis subinde tradunt » (Amstelodami 1716, pag. 155),

La conclusione dunque è quella medesima, a cui giungemmo dianzi dall' aver bene addentro esaminata la dottrina ascosta ne' teoremi archimedei: eppure l' Herman crede esservi giunto per vie affatto nuove, e incognite ai suoi predecessori, fra' quali nomina espressamente il Pascal, che dimostrò le ragioni degli idrostatici equilibri col principio delle velocità virtuali: principio, dice l' Herman, indiretto, e difficilmente applicabile ai fluidi eterogenei (ivi, Schol. II, pag. 157).

La Storia conferma esser verissimo pur troppo quel che da una parte asserisce il Matematico di Basilea, ma dall' altra gli contende la compiacenza del credersi autore di que' principii diretti, de' quali, benchè non sapessero far uso nè il Pascal, nè altri, si trova pure il documento nell' antichissimo Siracusano. I due libri di lui hanno indole alquanto diversa, riconoscibile, chi sottilmente penetra il mistero, nelle due distinte supposizioni, separatamente premesse innanzi all' un libro e all' altro. Nel primo libro i galleggiamenti e le sommersioni de' corpi si riducono alle ragioni de' loro pesi, misurabili con la bilancia, ma nel secondo, invece de' pesi, si considerano le forze, che le ponderose moli traggono al centro, per cui può dirsi che quella prima parte dottrinale sta a questa seconda, come la Fisica sta alla Geometria. Le geometriche sottigliezze però si stavano così sotto la crassizie fisica velate, che sino all' Herman, in tanti secoli, nessun Matematico valse a riconoscerle. Se tutti i corpi son ponderosi, e perciò tendono in basso, e se anche ogni umido è un corpo, com' è possibile, dicevano, che contro alla comun legge naturale debba spingere in alto? La riflessione delle pressioni idrostatiche verticali rimase, anche dopo il Torricelli, per qualche tempo, dalla maggior parte de' Fisici, incompresa, come incomprese rimasero pure per molti le pressioni laterali: ond' è che, lusingati da quel che pareva porgere la prima supposizion di Archimede, si credè che il liquido non premesse altro che il fondo del vaso.

A questa estrema conseguenza, preparata già dal prevaler delle precedenti opinioni, giunse Famiano Michelini, secondato e difeso da quel Viviani

che, nell' atto di correggersene, faceva complice dell' errore Archimede, accusandolo di aver trattato l' Idrostatica con principii poco universali, perchè il progresso delle sue dimostrazioni, diceva, non vale, se non in caso che le parti infime del fluido si trovino ugualmente poste in continuazione fra loro, e premute dalla mole che le sovrasta perpendicolarmente. Il quale esempio ci basti per ora a provar che in sul declinare del secolo XVII, si teneva dai più insigni cultori della Scienza che unico modo di dimostrar le leggi idrostatiche fosse quello tenuto dall' antico Maestro, nel suo primo fisico libro. E come il Viviani stesso, dando mano a scrivere il suo trattatello *Degli abbassamenti e de' sollevamenti dei corpi ne' fluidi,* non sospettò che l' opera sua era simile a quella di chi fa riapparire una scrittura su un palinsesto; così parve non ne sospettare nemmeno l' Herman. Ond' è alla nostra Storia affidato tale ufficio che, sebbene non sia affatto nuovo, ha qualche cosa di straordinario: a noi incombe narrare i delirii lunghi e affannosi di venti secoli, prima che l' Idrostatica si riduca nella rettitudine de' sentieri archimedei.

III.

Si direbbe che Archimede, da quella parte, nella quale insegnava essere il galleggiante sostenuto da forze, suscitatesi nell' umido contrariamente a quelle della gravità naturale; fosse rimasto incompreso da quegli stessi, che convissero con lui, o che gli successero poco di poi. Scarsi e languidi, per la lunga oblivione, ci sono i documenti, ma qualcuno che n' è rimasto, e che non è sfuggito alla nostra scarsa erudizione, par che dia ragionevole fondamento al nostro giudizio.

Herone Alessandrino, nel proemio al suo libro *Degli spiritali,* propone un problema, che fra gl' idrostatici è uno de' più famosi, e che serve quasi di metro a misurare i progressi di questa scienza: onde avvenga che coloro, i quali notano nel profondo del mare, avendo un peso d' acqua inestimabile sopra le spalle, non ne vengano oppressi. E l' Autore, per la soluzione della proposta, invoca Archimede, non già là, dove dimostra che le pressioni deorsum sono equilibrate da quelle sursum, perchè eguali e contrarie, ma là dove, dai teoremi del primo libro, si raccoglie che l' acqua non pesa in sè stessa, e nè perciò sopra il corpo del marangone, secondo qualunque profondità a lei soggetto. Nè a principii punto diversi da questi è informata, nel capitolo I dei detti *Spiritali,* la teoria del sifone ritorto, la quale, invece che sopra le pressioni idrostatiche, e sopra le ragioni del loro equilibrio, si fonda inopportunamente sul principio che deve l' acqua disporsi necessariamente in una superficie sferica, « il centro della quale sia l' istesso con il centro della Terra, perciocchè, se la superficie di qualche acqua è sferica, ed ha l' istesso centro della Terra, essa si posa, ma se è possibile non posi.... » (*Tradu-*

zione di A. Giorgi, Urbino 1592, fol. 14), e seguita ripetendo il senso di Archimede, nella proposizione seconda del primo libro.

Trapassando ad altra nazione, ad altre discipline, e ad altri tempi, da' libri di Seneca s' attinge un' altra prova del ridursi tutta la scienza degli idrostatici equilibrii a un fatto, non dissimile da quello, che si osserva, pesando i corpi solidi sulla bilancia. *Quamcumque vis rem expende, et contra aquam statue, dummodo utriusque par sit modus.* Or che altro significano così fatte parole, se non quella parità di modi, che s' otteneva da Archimede nelle proposizioni del suo primo libro, col divider l' umido in due settori uguali, quasi bilancia, che nel punto di mezzo sostiene il giogo, sopra cui s' intenda da una parte posato il galleggiante, e dall' altra un' egual mole di liquido, che lo contrappesa?

Seneca invocava, come avvertimmo, queste dottrine, per confermare i placiti della Filosofia platonica, nella quale s' insegnava non essere i corpi o gravi o leggeri, secondo la nostra stima, ma per comparazione del mezzo, da cui son portati. La Filosofia però non era la Scienza più gradita a quei tempi, ne' quali, piuttosto che alla speculazione s' andava dietro a ciò, che potesse in qualche modo servire alle utilità, e ai comodi della vita. E spentasi quella face, che precorreva nelle mani di Archimede, a dimostrare i sottili e ascosti sentieri, per i quali si sarebbe dovuta metter l' arte dell' architettura navale; non si vedeva quale altro vantaggio riceverebbero le comunanze civili dalla Scienza delle acque, se non imparando a regolarne equamente la dispensa, ne' domestici usi, e per la irrigazione delle campagne. Ma nè Archimede stesso, nè nessun altro avevano ancora insegnato nulla intorno a ciò, per cui unica regola, intorno a un fatto di così grande importanza alla vita sociale, si rimaneva la volgare esperienza.

I primi suggerimenti, che di qui vennero all' arte, furono quelli di regolar le dispense secondo la maggiore o minore ampiezza delle bocche, ma non potè nello stesso tempo sfuggire alla considerazione de' legislatori quel che dall' altra parte era notissimo ai villici, e a' canovai, che cioè da una medesima cannella s' attinge in ugual tempo maggior misura di vino dalla botte piena, che dalla scema, passando con maggior impeto il liquido in quella, che in questa. Si trova perciò che furono, infin dagli antichissimi moderatori, avvertite alcune fra le cause principali del crescere e del diminuire la rapidità del corso dell'acque, d'onde, venendosi a dare ai privati meno o più del convenuto, o farebbe ingiustizia il Principe, o ne riceverebbe danno lo Stato.

I Romani, fra le antiche nazioni, furono, in costruire acquedotti, specialmente per la loro città, i più suntuosi, e ne eleggevano a prefetto uno de' cittadini più principali. Sotto gl' imperi di Nerva e di Traiano cotesta prefettura delle acque venne in Sesto Giulio Frontino che, zelantissimo del commessogli ufficio, e letterato, scrisse quel Commentario *De aquaeductictibus Urbis Romae,* da cui ci viene il primo documento di ciò, che sapesse la Scienza, e praticasse l' arte, intorno al regolar le misure delle acque correnti.

Incomincia Frontino dal descrivere gli Acquidotti, col nome proprio a ciascuno, e poi dice d' onde movessero, quanto corressero per giungere alla Città, quanto rimanessero incavati entrando sottoterra, e quanti archi gli sostenessero, uscendo fuori all' aperto. Seguita poi a narrare quant' acqua porti ciascun condotto, o dentro o fuori della Città, quante siano le piscine o i conservatoi, quanto se ne dispensasse di lì ai laghi, quanto a nome di Cesare, quanto ad uso de' privati, per benefizio del Principe. Venivano le distribuzioni regolate col crescere o col diminuire le bocche delle fistole, la più comune tra le quali era detta *quinaria*, per essere un circolo inciso in una lamina di piombo, e d' un diametro di cinque quarte di digito del piede romano.

È un fatto dunque che la regola si riduceva principalmente a moderare le luci, ma che inoltre la maggiore o minore velocità del corso conferisse ad alterare le misure dell' acqua era cosa che Frontino, come insisteva, perchè non la dimenticassero i suoi ufficiali; così voleva rammemorarla ai suoi lettori: « Meminerimus omnem aquam, quotiens ex altiore loco venit, et intra breve spatium in castellum cadit, non tantum respondere modulo suo, sed etiam ex superare: quotiens vero ex humiliore, idest minore pressura, longius ducatur, segnitia ductus modum quoque deperdere: ideo, secundum hanc rationem, aut onerandam esse erogationem, aut relevandam » (*S. I. Frontini Comment. restitutus atque explicatus op. et studio I.* Poleni, Patavii 1722, pag. 100-2).

Il Poleni, in questa riconosciuta necessità di onerare o di relevare l' erogazione, ossia, com' egli interpetra, di ampliare o di restringere il modulo o la sezion della bocca, secondo che maggiore o minore è la natural velocità dell' acqua che passa; argomenta non essere ignoto a Frontino il principio delle velocità medie, benchè non sapesse farne l' applicazione. Ma comunque sia per ora di ciò, le parole, che immediatamente seguono alle citate, contengono un altro avvedimento che, sebbene ora sembri a noi ovvio, doveva nonostante allora valere per una sottigliezza, ed è che i *calici*, ossia quei tubi, che si mettevano nel grosso della muratura de' conservatoi, e che si facevano di bronzo, perchè gli attriti e le fraudi non ne dovessero alterar la misura; facevano differenza nella portata, secondo la loro collocazione rispetto alla linea orizontale, o alla direzione dell' acqua. « Sed et calicis positio habet momentum: in rectum, et ad libram collocatus, modum servat: ad cursum aquae oppositus et devexus amplius rapit: ad latus praetereuntis aquae conversus et supinus, nec ad haustum pronus, segniter exiguum sumit » (ibid., pag. 102, 3).

Per un' altra varietà di collocamento, soggiunge altrove Frontino, fanno i calici differenza nella portata, cioè, per non essere tutti disposti nella medesima linea orizontale, ma alcuni più bassi, altri più alti; intorno a che mette questa avvertenza: « Circa collocandos quoque calices observari oportet, ut ad lineam ordinentur; nec alterius inferior calix, alterius superior ponatur. Inferior plus trahit; superior, quia cursus aquae ab inferiore rapitur,

minus ducit » (ibid., pag. 197-99). La ragione del trar più l'inferiore che il superiore, perchè in quello vien l'acqua più rapidamente che in questo; è la stessa, che dicemmo esser nota anche alla gente volgare, la quale sa altresì molto bene, come Frontino, che del gettar più lo zipolo di sotto, che quello di sopra, è immediata causa la maggiore o minore altezza del vino, che fa, in dargli esito, maggiore o minore la pressura. Dalla collazione del qual passo, con quello primo citato, par se ne ricavi un' interpetrazione diversa, da quella datagli dal Poleni, cosicchè *onerare* o *relevare* l'erogazione non significhi direttamente allargare o restringere il modane, ma aumentare o diminuire l'altezza, e con essa la pressione e l'impulso velocitativo, infino a ridur la cosa al suo temperamento.

Benchè così chiari, e derivati dalle loro legittime fonti, ne siano i documenti, s'accusava nulladimeno, da un autorevolissimo giudice, Frontino di non aver bene considerato quanto conferiscano le velocità in mutar le misure della medesima acqua corrente. Fondamento all'accusa era quel che si legge all'articolo LXIV del citato Commentario degli acquedotti di Roma, che qui trascriviamo: « Persecutus ea quae de modulis dici fuit necessarium, nunc ponam quem modum quaeque Aqua, ut Principum commentariis comprehensum est, usque ad nostram curam habere visa sit, quantumque erogaverit; deinde quem ipsi scrupulosa inquisitione, praeeunte providentia optimi diligentissimique principis Nervae, invenerimus. Fuere ergo in commentariis in universo quinariarum XII millia DCCLVI: in erogatione XIV millia XVIII; plus in distributione, quam in accepto, computabantur quinariae MCCLXIII. Huius rei admiratio, cum praecipuum officii opus in exploranda fide Aquarum atque copia crederem, non mediocriter me convertit ad scrutandum, quemadmodum amplius erogaretur, quam in patrimoni, ut ita dicam, esset. Ante omnia itaque capita ductuum metiri aggressus sum, sed longe, idest circiter quinariis X millibus, ampliorem, quam in commentariis modum inveni: ut per singulas demonstrabo » (ibid., pag. 112-15).

Il conto si riduce a questo, come, per ciascun acqua, si raccoglie dai successivi articoli del Commentario: Dall' Appia, quinarie 1825; dal Teverone, 4398; dalla Marcia, 4690; dalla Tepula, 445: dalla Giulia, 1206; dalla Vergine, 2504; dalla Claudia, 4607; dal Tevere, 4738: in tutto quinarie 24413. Onde essendo nell' erogazione quinarie 14018, la trovata differenza era di 10395 quinarie, *idest,* preso il numero tondo, *circiter quinariis X millibus,* come dice Frontino, a cui venne perciò il sospetto che quel di più se l'avessero usurpato i ministri o i partecipanti.

« La qual cosa, soggiunge in tal proposito il Castelli, poteva essere in parte, perchè pur troppo è vero che il pubblico quasi sempre è ingannato. Con tutto ciò io penso ancora assolutamente che, oltre le fraudi di quelli officiali, le velocità dell' acqua nei luoghi, ne' quali Frontino le misurò, potessero essere diverse da quelle velocità, che si ritrovavano nelli altri luoghi misurati da altri per avanti, e perciò le misure dell' acque potevano, anzi dovevano necessariamente essere diverse, essendosi da noi stato dimostrato che

le misure della medesima acqua fluente hanno reciproca proporzione delle loro velocità. Il che non considerando bene Frontino, e ritrovando l' acqua *in commentariis* 12755 quinarie, *in erogatione* 14018, e nella propria misura, fatta da sè medesimo *ad capita ductuum,* 22755 (*così è scritto, ma veramente è 24413, come torna alla somma de' numeri dati dallo stesso Frontino*) quinarie in circa; pensò che in tutti questi luoghi passasse diversa quantità d' acqua, cioè maggiore *ad capita ductuum* di quella, che era *in erogatione,* e questa giudicò maggiore di quella, che era *in commentariis* » (*Della Misura delle acque correnti,* Bologna 1660, pag. 29, 30).

Ora, alcuni zelantissimi partigiani dell' antico Scrittore si risentirono acerbamente contro il Castelli, e allegando i passi da noi sopra alligati ne concludevano che l' accusa era ingiusta, e che il Console romano aveva dato la vera regola di misurare le acque, tanti secoli prima, e più esattamente del Discepolo di Galileo. A suo tempo la Storia darà intorno alla passionata questione definitiva sentenza, e per ora si conceda liberamente agli amici, e agli ammiratori di Frontino, come cosa di fatto, aver egli avuto qualche notizia del Teorema, che dice stare le quantità dell' acque erogate in ragion composta delle velocità e delle sezioni. Anzi soggiungeremo per conferma di ciò che, sebbene Frontino stesso ne faccia qualche cenno, si trova nelle leggi degli antichi pretori di Roma espresso di quel generale teorema idrodinamico sopra formulato una importantissima conseguenza, qual' è che, avendosi quantità d' acque uguali, stanno le loro velocità reciprocamente come le sezioni. La notizia era stata data in una scrittura idraulica dal padre Guido Grandi, le parole del quale trascriviamo qui tanto più volentieri, in quanto che sono tutt' insieme illustrative della Scienza, e interpetrative dell' antica legge pretoria.

« L' acqua corrente, egli scrive, con somma facilità si adatta a più e diverse aperture, compensando colla velocità ciò che manca alla grandezza della sezione, per cui è obbligata a passare. Così il medesimo fiume passa da un luogo più largo ad uno più stretto, e viceversa dal più angusto al più ampio, e passa sotto gli archi de' ponti tutta quella piena, che pare non possa capire nell' alveo inferiore più dilatato, e che talvolta lo trabocca. E però una minor sezione, o per larghezza o per altezza, o per entrambe, non è sempre segno di minor quantità d' acqua, che passi per essa, ma per lo più, secondo le circostanze del caso, di cui si parla, indica solamente maggiore velocità della medesima quantità di acqua. E così, nella Legge: *Ait praetor ff. ne quid in flum. publ.*, dicesi che, senza mutare la quantità dell' acqua corrente, si fa innovazione nel fiume, con farla correre per sezione o più bassa o più stretta, rendendola con questo più rapida e più veloce. *Si mutetur aquae cursus, dum vel depressior vel arctior fiat aqua, ac per hoc rapidior sit* ...: non dovendosi attendere chi legge in questo luogo *altior* ovvero *auctior,* ma bensì *arctior,* come sta nelle Pandette fiorentine, il che meglio corrisponde al sentimento di quella legge » (*Raccolta di Autori che trattano del moto delle acque,* ediz. 2ª, Firenze 1774, T. IX, pag. 274).

I regolamenti, che poteva suggerire la Scienza nella pubblica dispensa dell'acque, si mantennero quali ce li porgono Frontino ne' suoi commentarii, e nelle loro leggi i Pretori romani, senza nessun progresso, in tutto il tempo della decadenza. E anche, ne' primi albori del Rinascimento, non si sapeva aggiungere nulla di più alle avvertenze date in proposito dagli antichi. « La cannella, dice Leon Batista Alberti nel X libro della sua *Architettura,* che sarà messa a piano e diritta, manterrà il modine, ed hanno trovato che detta cannella, per lo attingere, dirò così, si consuma » (*Traduzione di C. Bartoli,* Milano 1833, pag. 364). E aveva poco prima lo stesso Autore notato che « i buchi delli sboccatoi si variano per versare le acque, secondo il concorso dell'acqua che viene, e secondo i doccioni. Perciocchè quanto più l'acqua sarà presa da un largo e veloce fiume, e quanto ella sarà condotta per canali e vie più spedite, e quanto ella sarà per esse stretta insieme, tanto più bisognerà allargare il modine da versare » (ivi). In queste parole si comprendono dall'Alberti le due massime leggi, da sì lungo tempo già note, che cioè le quantità dell'acqua stanno in ragion composta delle velocità e delle sezioni, ond'è perciò che, avendosi quantità uguali, esse stesse velocità e sezioni si corrispondono in ragion contraria. Ma non era però questa altro che una semplice notizia sperimentale, e come non si sapeva da quegli Autori mettere nella sua precisa forma il Teorema, così mancava a loro il modo di dimostrarlo scientificamente dai suoi principii.

Il primo tentativo di una dimostrazione geometrica sembra a noi che, fra gli Autori più noti, s'incontri ne' libri di Girolamo Cardano. Mentre la Idrostatica si teneva nel trattato di Archimede come perfetta, per cui non si ridussero in tanti secoli le promozioni di lei, che a mettere le verità proposte dal Siracusano sotto altra forma; l'Idrodinamica, verso la metà del secolo XVI, fa la sua prima pubblica comparsa. Diciamo così, perchè il Cardano stesso mostra di non esser venuto a dire cose del tutto nuove; anzi alcune delle sue proposizioni non hanno altro scopo, che di contradire a ciò, che intorno al moto delle acque avevano insegnato i suoi predecessori.

Or chi erano costoro, che avevano preceduto l'Autore *De rerum varietate?* E, nella mancanza di pubblici documenti, chi altri si penserebbe che potessero essere, se non i discepoli di Giordano Nemorario, i quali, applicando ai liquidi la promossa scienza del moto, istituirono l'Idrodinamica? Così fatte promozioni ebbero efficacissimo impulso dalla benefica resurrezione dei libri meccanici di Archimede, ciò che, mentre vale a determinar l'epoca in cui esso Giordano scrisse, e incominciò a fiorir la sua scuola; mostra quanto poco probabile sia l'opinione di chi fa un tale autore molto più antico, e dice essere il trattato di lui *De ponderibus* tradotto dal greco. La storia della Meccanica ci ha narrato che in cotesto libro s'insegnava a misurare le forze e i loro momenti dal prodotto della massa e della rettitudine del discenso, ossia dalla massa e dalla velocità, la quale per un medesimo tempo è proporzionale allo spazio: nè con diversa formola, secondo quegli insegnamenti, si misurava ciò che i Matematici odierni chiamano *quantità*

di moto. Ora, essendo anche i liquidi corpi, soggetti come gli altri agli impulsi della gravità naturale, s' intende facilmente che le loro quantità nell' uscire dai vasi, o nel passar per i fiumi, corrispondevano ad altrettante quantità di moto, le quali perciò volevano essere misurate dalla massa (proporzionale alla grandezza del foro o della sezione dell' alveo) e dalla velocità, con cui il liquido stesso era mosso. Che se il corso, invece di essere libero, si facesse dentro il chiuso di tubi inclinati, la nuova Scienza meccanica aveva insegnato a desumerne il grado della velocità, non secondo la maggiore o minor lunghezza di essi tubi, ma secondo la quantità della discesa verticale, cosicchè con pari impeto esca l' acqua da bocche disposte lungo una medesima linea orizzontale, qualunque sia l' obliquità del loro scendere dal medesimo punto della conserva. Quanto fosse questo principio fecondo d' importantissime conseguenze, trattandosi di fiumi, che andando o diretti o tortuosi allo sbocco, è come se corressero in un alveo più o meno obliquo; si può preveder facilmente anche prima, che venga la storia a dimostrarcelo col fatto.

Così ebbe le sue prime istituzioni, e fece i suoi progressi quella Scienza idrodinamica, che il Cardano in parte volle confutare, e in parte promovere nei suoi libri, benchè non apparisca il filo, a cui si riappiccano le sue tradizioni. Confutando infatti, o accettando le dottrine correnti, non nomina mai, da Frontino in fuori, nessun Autore particolare. Nè poteva nominarli, perchè i Maestri si confondevano nella Scuola, gl' insegnamenti della quale erano orali e non scritti, o, se scritti, in carte senza l' impronta pubblica della stampa, benchè non fossero perciò tra gli studiosi di allora meno diffusi. Di qui s' intende quanto benefica, a rischiarare il buio di que' secoli, tornasse l' apparizione dei manoscritti di Leonardo da Vinci, in cui si specchia, non la particolare sapienza dell' uomo, ma e del tempo in cui visse, e di quello che più prossimamente l' aveva preceduto.

Quell' apparizione, dopo tre secoli, parve che suscitasse nell' animo degli studiosi un senso molto simile a quello che, a incontrarsi nel cappello d' oro di un fungo, in mezzo alla borraccina e alle foglie secche del bosco, prova la villanella, la quale stupisce lieta dell' improvvisa apparizion solitaria, perchè nulla aveva mai visto, e nulla saputo della sottilissima rete del micelio. Gli stupefatti lettori proclamarono allora Leonardo creatore dal nulla della Scienza enciclopedica, e lo adorarono come un Dio più vero e onnipotente di quello descrittoci da Mosè, che dianzi avevano deriso. I più temperati si contentarono di dire che non prima d' oggidì s' è rivolto lo studio ai manoscritti divini, perchè a tanta altezza non era possibile risalisse l' ingegno degli studiosi, se non da poi che gli avessero impennate le ali Galileo e il Newton, non inventori in realtà, ma banditori o espositori di una sapienza più antica. Strane opinioni, che non s' intenderebbe come potessero essere invalse in tempi, in cui la teoria delle evoluzioni lente e progressive, dalla storia naturale, s' è tanto audacemente estesa alla psicologia; se non si ripensasse che i sistemi filosofici più declamati sempre anche sono i meno compresi.

Sembrerebbe dunque che fosse ora il tempo di dimostrare, come nemmeno l'ingegno di Leonardo da Vinci si sottrasse all'impero di una legge, che è generalissima, e naturale a tutte le cose. E perchè, concedendo che sia così, è necessario ammettere un subietto, che venendo a perfezionarsi, in virtù dell'evoluzione, doveva essere prima difettivo in sè stesso; a ogni passo, fra le ammirate scritture di Leonardo, ne ricorrono alcune, che accennano all'imperfezione, e ai difetti proprii alle scienze, specialmente fisiche, le quali abbiano incominciato pur ora a movere dai loro principii.

In questi giorni Teodoro Sabachnikoff ha pubblicato, dai manoscritti della R. biblioteca di Windsor, i primi fogli *Dell'anatomia,* e Mathias Duval vi premette un discorso, in cui magnifica le scoperte fatte da Leonardo intorno alla descrizione delle membra umane, e alla fisiologia delle loro funzioni, senz'avvedersi ch'eran piuttosto le scoperte degli anatomici e de'fisiologi di quel tempo, de'quali, insieme con alcune verità, Leonardo stesso ripete i moltissimi errori.

Tutte quelle note, che ricorrono ne'primi fogli dèl MSS. H, del Ravaisson, in soggetto di storia naturale, non sono altro che apologhi, o fatti ingegnosamente trasportati al morale: e se possono essere un esempio, imitabile anche dagli scrittori d'oggidì, di stile descrittivo, non oltrepassano la credula semplicità delle narrazioni di Plinio. In fatto di biologia, la generazione spontanea, e la trasformazione immediata di un essere insensitivo in un animale, era una di quelle semplicità, che Leonardo aveva comuni col volgo. « La setola del bue, egli scrive, messa in acqua morta di state, piglia sènsitività e moto per sè medesima, e paura e fuga, e sente dolore. E prova sia che stringendola, e si storce, e si divincola. Ma riaila nell'acqua: essa, come di sopra, ripiglia fuga, e levasi dal pericolo » (MSS. K, fol. 81).

Senza dubbio i Naturalisti moderni commettono peccato più grave, e meno scusabile di quello di Leonardo, quando, ingannati dalle medesime apparenze, concedono l'animalità a certi infusorii. Ma lasciando star ciò, se esso Leonardo credeva così facilmente alla trasformazione degli esseri vegètanti ne'sensitivi, non fa maraviglia che secondasse la comune opinione, intorno alla trasformazione degli elementi. « Quando l'aria, si legge altrove, si converte in pioggia, essa farebbe vacuo, se l'altr'aria non lo proibisse col suo soccorso, lo quale fa con impetuoso moto, e questo è quel vento, che nasce di state insieme colle furiose piogge » (MSS. E, in fine).

Non è tutta di questa qualità è vero, nè tutta consiste qui la scienza di Leonardo, ma anche là dove annunzia una proposizione vera, e descrive qualche fatto osservato, non è poi cosa di tanta maraviglia, che trascenda la virtù naturale, e la possibile cultura dell'ingegno. In materia di ottica, per èsempio, è notabile la riduzione di certi fenomeni al principio della persistenza delle immagini sopra la retina. « Se l'occhio, che risguarda la stella, si volta con prestezza in contraria parte, li parrà che quella stella si componga in una linea curva infocata, e questo accade perchè l'occhio riserva per alquanto spazio la similitudine della cosa che splende. E perchè tale im-

pressione dello splendore della stella è più permanente nella pupilla, che non fu il tempo del suo moto; è che tale impressione dura insieme col moto in tutti i siti, che passano a riscontro della stella » (MSS. K, fol. 120). L' incrociamento de' raggi, che passano per un piccolo foro, e gli effetti, che ne conseguono rispetto al modo di vedere l' oggetto, come si descrivono, fra' tanti luoghi, nel foglio 127 del MSS. K, son delicatissime osservazioni; e i Teoremi di prospettiva, sparsi per queste pagine, son tanto numerosi, da avanzarne largamente alla compilazione di un libro, ma non sono altro in sostanza che illustrazioni, o promozioni de' teoremi di Euclide, concernenti le proprietà della sola luce riflessa. Della luce rifratta però, e delle applicazioni di lei agli strumenti ottici, e alla visione, non se ne legge fatto negli ammirati volumi il minimo cenno, ond' è a concludere che l' Autore sapesse di ottica quanto ne potessero sapere gli altri più dotti uomini di que' tempi, ignari tuttavia come lui de' teoremi diottrici dello Snellio, e del Cartesio.

Fra le note di Leonardo, che possono richiamar l' attenzione de' lettori e la maraviglia, una delle principali sembra a noi che sia questa: « La figura del corpo luminoso, ancora che partecipassi del lungo, in lunga distantia parerà di rotondo corpo. Questo si prova nel lume della candela che, benchè sia lungo pure in lunga distantia pare rotondo. E questo medesimo può accadere alle stelle, che ancora che fussino come la luna cornute, la lunga distantia le farebbe parere rotonde » (MSS. C, fol. 8). Chi tali parole rileggendo avrebbe il coraggio di negare a Leonardo il merito di aver prevenuto Galileo, la principale opera di cui, in confermare la verità della Sintassi copernicana, si riduce in aver dimostrato di fatto che Venere è corniculata, benchè sempre all' occhio nudo apparisca rotonda? La difficoltà, allo stesso Copernico irresolubile, prima della invenzione del Canocchiale, dovette pararsi alla mente degli Astronomi, infin da quando s' ebbe a tener per certo che Venere e Mercurio son collocati fra la Terra e il Sole: certezza che, insieme con Dante e con la massima parte degli uomini dotti, ebbe anche Leonardo, nonostante che i due detti pianeti apparissero sempre rotondi, ciò che egli attribuiva come Galileo alla irradiazione ascitizia. « Se l' occhio riguarda il lume di una candela lontana 400 braccia, esso lume apparirà a esso occhio suo riguardatore cresciuto 100 volte la sua vera quantità. Ma se li poni dinanzi un bastone (*Galileo invece usava una cordicella*) alquanto più di esso lume grosso, esso bastone occuperà quel lume, che pareva largo due braccia. Adunque questo errore viene dall' occhio, che piglia le spetie luminose, non solamente per lo punto della luce, ma etiam con tutta essa luce » (MSS. C, fol. 60). Che se il Nostro avesse anche fatto professione di copernicanismo perfetto, non sarebbe cosa da stupire, avendo il sistema del Sole, posto nel centro e immoto, attirato a sè l' attenzione de' più eletti ingegni, infin da quando, fra le resuscitate opere di Archimede, s' incominciò a leggere, e a meditar l' Arenario.

Chi si crede d' aver ritrovato in Leonardo tutta la scienza del Copernico, di Galileo, e del Néwton, o non ha pensato che doveva averla deri-

vata dalle precedenti tradizioni immediate, o ha fatto dire all' Autore altrimenti, da quel che egli intendeva, specialmente trattenendosi in una sentenza staccata dal contesto. In un familiare colloquio udimmo una volta un uomo assai dotto magnificare con grand' enfasi Leonardo da Vinci, per aver notato ne' suoi volumi che la Terra è di figura sferoidea, più sollevata sotto il circolo equinoziale, che intorno ai poli. E perchè possano i nostri Lettori avvedersi da sè medesimi come si fosse quel buon uomo illuso, trascriveremo dal foglio 12 del MSS. E il passo, ch' egli citava, e dove, fra i sommari dei capitoli trattanti del moto dell' acqua, mette Leonardo stesso anche quello, in cui si direbbe « come l' acqua delli mari equinoziali è più alta che le acque settentrionali, ed è più alta sotto il corpo del Sole, che in nessuna parte del circolo equinoziale, come si sperimenta sotto il calore dello Stizzo infocato l' acqua, che mediante tale stizzo bolle, e l' acqua circostante al centro di tal bollore sempre discende con onda circolare: e come l' acque settentrionale son più basse, che li altri mari, e tanto più, quanto esse son più fredde, in sin che si convertano in ghiaccio. »

Ma cotesto citato libro *Delle acque* è quello, che più strettamente si riferisce al presente nostro discorso, ond' è che dovendosi da noi, come principal documento di storia, sottoporre ad esame, dobbiamo prima di tutto osservar che l' Autore non dette esecuzione al proposito più volte espresso di metterlo in ordine, ma ne lasciò i materiali, che si trovano per le numerose sue carte informi e dispersi.

Come rimanessero queste carte, dopo la morte di Leonardo, nella villa Melzi di Vaprio dimenticate, e come poi la miglior parte di loro venisse alle mani di Galeazzo Arconati; son cose oramai tanto note, ch' è superfluo il ripeterle. Alla famiglia degli Arconati apparteneva il padre Luigi Maria, frate domenicano, il quale, mettendosi a esaminare e a studiare i curiosi volumi, ebbe a restar maravigliato di trovar, fra gli scritti di un pittore, tanta copia di quella Scienza idraulica, dell' istituzion della quale tutta la lode e il merito si dava allora al Castelli. Con l' intenzione di mostrare a chi fossero tali lodi e tali meriti per giustizia dovuti, il p. Arconati, raccogliendo le sparse note le ordinò in un libro, ch' egli intitolava *Del moto e della misura delle acque*. Il manoscritto pervenne alla Biblioteca barberiniana di Roma, dove, contro l' intenzione del laborioso compilatore, si rimase dimenticato, infin tanto che il Venturi, andato a Parigi a ritrovare gl' involati volumi, e mosso da' medesimi sentimenti, ebbe a ripetere, non meno maravigliato, che da Leonardo era stata l' Idraulica più copiosamente, e più perfettamente trattata che dal Castelli. Mossi da queste voci i Raccoglitori d' Autori italiani, che trattano del moto dell'acque, pubblicarono in Bologna, nel 1828, il manoscritto, che l'Arconati aveva preparato 185 anni prima. L' edizione, fattasi in tempi, in cui era difficile il collazionare in Italia le trascrizioni con le note originali; è scorrettissima, e nonostante ha giovato agli studiosi, e può giovare tuttavia, non foss'altro per aver tutto insieme raccolto quel che si squaderna ne' sei volumi in foglio del Ravaisson-Mollien, e negli altri pubblicati dopo e da pubblicarsi.

Riducendosi ora sul filo del nostro ragionamento, così l'Arconati come il Venturi, dal confronto che facevano del Castelli con Leonardo, intendevano concluderne che questi avesse precorsi i fioritissimi tempi della scuola di Galileo, e, incominciatosi così a dar fiato alla tuba, se ne diffuse largamente il suono in quelle esagerazioni, che poco fa si diceva. Il proposto confronto tra i due Autori non è cosa da spedirsi in brevi parole, e noi lo rimetteremo al giudizio, che ne proverrà dalla Storia: basti per ora confermare quel che altra volta abbiamo accennato, che cioè Leonardo non è creatore, e nemmeno istitutore della Scienza idraulica, ma cultore e promotore di lei, quanto ne potess' essere uno studioso di Archimede, qual maestro dell' Idrostatica, e del Nemorario, qual premostratore della Idrodinamica. Onde, essendo le scuole pubbliche, si comprende come Leonardo dovesse avere condiscepoli, sopra i quali non si vede che s' avvantaggiasse per tanto spazio smisurato. Se nel trattare dell' equilibrio de' liquidi ne avesse considerate le pressioni, e la loro uguaglianza per tutti i versi; se nel trattar del moto avesse scoperta la legge delle velocità, e ne avesse fatta l'applicazione ai getti parabolici; avrebbe dato qualche ragionevole motivo di ammirazione, e ne sarebbe in qualche modo giustificato, o scusato il titolo d' ingegno creatore. Ma se i Teoremi archimedei non sa interpetrarli con altro, che con ammettere la leggerezza positiva, e se ne fa da essa conseguire a dirittura le più false dottrine peripatetiche; se dagli insegnamenti del Nemorario non sa ricavarne altro, se non che l' acqua è velocitata a proporzione del numero degli strati soprapposti, o delle altezze; e se delle elevazioni e delle ampiezze de' getti liquidi, fatti con varia inclinazione de' tubi, non sa dar che una regola a caso, o come egli stesso confessa in di grosso; come dubitar se sia vero ch' egli non oltrepassò i limiti della Scuola, alla quale s' era educato l' ingegno? Ma perchè si potrebbe dubitare dell' esistenza di questa Scuola, noi ne osserveremo le tradizioni riversarsi, come sotterraneo fiume che scaturisce, ne' libri del Cardano, di cui nessuno sospetterà che avesse veduti i Manoscritti di Leonardo da Vinci, per attingerne le dottrine idrauliche, o per confutarle: d' onde verrà altresì efficacemente provato che del patrimonio della Scienza, benchè in moneta senza pubblica impronta, si faceva in fin d' allora comune e liberale commercio fra' dotti, e non ingiusto e sterile monopolio.

IV.

Il libro *Del moto delle acque* di Leonardo da Vinci, comunque siasi dall' Arconati ordinato, contiene l' Idrostatica, l' Idrodinamica, e le applicazioni di lei alla così detta *misura dell' oncia,* e al regolamento dei fiumi. La prima parte resulta dai primi teoremi di Archimede, i quali hanno il loro principal fondamento nella proposizione che la superficie dell' acqua è sferica, e concentrica con la Terra: proposizione, che Leonardo commentava

con questo discorso: « Dico che nessuna parte della superficie dell' acqua per sè non si muove, se ella non discende. Adunque la spera dell' acqua, non avendo superficie in nessuna parte da potere scendere, gli è necessario che per sè essa non si muova. E se tu ben consideri ogni minima particula di tal superficie, tu la troverai circondata da altre simili particule, le quali sono di egual distantia in fra loro dal centro del mondo, e della medesima distantia da esso centro è quella particula, che da queste è circondata. Adunque tal particula dell' acqua da sè non si moverà, per essere circondata da sponde d' uguale altezza. E così ogni circulo di tali particule si fa vaso alla particola, che dentro a tal circolo si racchiude, il qual vaso ha circuizione de' sua labbri d' uguali altezze, e per questo tal particula, insieme con tutte le altre simili, di che è composta la superficie della spera dell' acqua, per necessità sarà per sè senza moto, e per conseguenza, essendo ciascuna d' uguale altezza dal centro del mondo, necessità fa essa superficie essere sferica » (MSS. F, fol. 26).

La dimostrazione è, come s' è inteso, condotta dal principio che *la superficie dell' acqua per sè non si muove, se ella non discende,* e non discende, se non per la linea del suo moto, ossia per la perpendicolare, secondo la prima supposizion di Archimede. La cosa male interpetrata fu occasione di gravissimi errori, qual' è quello che s' accennava del Michelini, e da cui non in tutto andò esente Leonardo. « Il centro del fondo del vaso, egli dice, riceve più peso dell' acqua, che altro loco » (MSS. H, fol. 68). Nonostante ciò, la quotidiana volgare esperienza del versare i liquidi anche dalle pareti de' recipienti, era argomento certo del loro premere, non sul fondo solo, ma anche lateralmente: e intorno a due figure di vasi, il primo dei quali s' intendesse pieno d' acqua o d' altra cosa liquida, e il secondo di miglio, di rena o di altra cosa discontinua, nel fol. 62 del MSS. I, si legge: « Io voglio sapere quanta forza e peso faran le cose contenute dai due vasi in tutti i lati de' vasi, cioè che differenza è del peso, che riceve il fondo, e quanto le pareti, benchè tutto il peso si carica sul fondo. »

Non era nemmeno sfuggito alla considerazione di Leonardo che le pressioni laterali crescono via via, secondo la profondità del liquido, intorno a che, oltre all' averne esperienza nel maggior impeto, con cui si vede uscire il vino delle botti dal foro più basso, era confermato da ciò, che veniva osservando e speculando sui vortici o sui ritrosi. Domandavasi: « qual causa fa l' acqua de' ritrosi stare più alta, che il fondo d' esso ritroso, che in sin lì è pien d' aria? » (MSS. F, fol. 14). E rispondeva Leonardo esser questa la causa medesima, per cui sta ritta la trottola, « che, per la velocità del suo circonvolubile, perde la potenza, che ha l' inegualità della sua gravezza intorno al centro del suo circonvolubile, per causa dello impeto, che signoreggia esso corpo » (MSS. E, fol. 5). Ma nell' acqua è col moto centrifugo congiunto un moto centripeto, dovuto alle spinte laterali. E perchè l' acqua spinge più in basso che di sopra, essa restringe più la vacuita al ritroso » (*Compilazione dell' Arconati,* Bologna 1828, pag. 356).

Di qui può concludersi che Leonardo non negava farsi le pressioni anche lateralmente sui vasi, ma le reputava minime, rispetto a quelle, che si ricevon dal fondo. Ond' è che la sentenza *L' acqua non pesa manco per traverso, che per la sua perpendicolare* (MSS. H, fol. 68) non deve già intendersi che le due pressioni siano uguali, ma che per l' una non è da escludersi l' altra, quasi la giusta interpetrazione del detto si fosse questa: L' acqua non solamente pesa per la perpendicolare, ma anche per traverso. O meglio, si dovrebbe intendere: l' acqua pesa perpendicolarmente, con forza proporzionale a quella, che si fa per traverso, secondo il principio idrodinamico, professato da Leonardo stesso, come vedremo.

Proseguendo per ora il cominciato argomento, si trovano dal nostro Autore formulate le seguenti proposizioni: « Tanto peso d' acqua si fuggirà dal suo sito, quanto è la somma del peso, che essa acqua caccia. — Tanto fia il peso, che si sostien sopra l' acqua, quanta è la somma del peso dell' acqua, che dà luogo a esso peso » (MSS. H, fol. 92). — L' acqua, che manca nel loco che occupa la nave, pesa quanto tutto il resto del navilio che la caccia (ivi, fol. 69). Sono in queste sentenze compendiati senza dubbio i teoremi idrostatici di Archimede, e in sè stesse considerate son vere. Ma i pesi dell' acqua nell' acqua, troppo strettamente rassomigliati ai pesi de' corpi solidi nell' aria, fanno molto lungi dal vero aberrare Leonardo, il quale misura le quantità delle pressioni idrostatiche dalla quantità del liquido circonfuso, come dal resistere al contrappeso suol misurarsi il peso di un corpo posto sopra l' altro bacino della bilancia. Di qui è che, nel libro Del moto delle acque, si trovano proposti e dimostrati i due seguenti falsissimi teoremi: « I. Dell' acque di pari profondità quella, che sarà più stretta, sosterrà meno peso sopra di sè. — II. Dell' acque di pari larghezza, quella sosterrà men peso, che fia più bassa. » (*Compilazione* cit., pag. 412).

Si venivano a rinnovellare così le peripatetiche fallacie antiche, lusingando la ragione con questo discorso: « Provasi la prima, perchè, ficcandosi la barca nell' acqua, per il peso da lei contenuto, s' alza l' acqua. Ma con questa differenza che, quando è l' acqua larga che s' alza v. g. un palmo, per la barca, che col suo peso si ficca verso il fondo, anche, per tale profondarsi della barca l' altezza di un palmo, un palmo l' acqua si viene ad alzare, e gran peso acquista. E quanto maggior peso acquista, tanto maggior peso sostiene. Ma quando è stretta, per essere poca somma di acqua, che nel profondarsi della barca s'alza; ancora poco peso acquista, e poco peso può sostenere. E per questo l' acqua qui da basso (fig. 16) del vaso

Figura 16.

minore DH, quale con la sua acqua circonda il peso posto sopra l'aria, non pesa sopra essa aria, quanto fa il peso, che le è posto di sopra, sopra essa acqua,

come fa l'acqua del vaso maggiore, la quale è fatta tanto alta sopra a tal aria, che sostiene il peso, ed ha acquistato per tale altezza tanto peso, che ella è potente a spingere l' aria in su, con il peso che le è posto di sopra, quanto sia potente tal peso a premerla in giù » (ivi). Da questi medesimi principii si concludono le ragioni dell' altro annunziato teorema, per intender bene le quali è da sapere che Leonardo professava, insieme con altri falsi principii peripatetici, anche questo: « Tutti gli elementi, fuori del loro sito, desiderano a esso sito ritornare, e massime aria e fuoco, acqua e terra » (MSS. C, fol. 26): e come in questi riconosceva una gravità naturale; così a quelli attribuiva una leggerezza positiva. Di qui è che, trattandosi de' solidi immersi ne' liquidi, sempre attribuisce l' Autore le spinte sursum all' aria, la quale tanto più efficacemente è costretta a operare, quanto alla tendenza sua naturale s' aggiunge l' estrusione, provocata dal peso dell' acqua che la circonda. Ed essendo il peso proporzionale alla massa, è facile intendere come da così falsi principii conseguissero le falsità de' sopraddetti due teoremi.

Da questi medesimi principii, sostituiti a quello delle pressioni idrostatiche riflesse, ragionando Leonardo, spiegava come mai un corpo specificamente più grave dell' acqua, qual' è la materia, di che si compongono le navi, così facilmente galleggi, in virtù cioè, egli diceva, della leggerezza dell' aria, che si contrappone, e fa equilibrio alla gravità del composto del legno duro e del ferro, che per sè andrebbe necessariamente al fondo. « Tutto il peso della barca, posto al livello dell' acqua, è fatto uguale ad altrettant' acqua, computato la levità dell' aria, che li sta di sotto, la quale la tiene in tale altezza. Questa proposizione resta provata così: Imperocchè, a fare che l' aria della barca resti a livello con l' acqua che la circonda, necessità vuole che, quanto l' aria della barca supera in levità la detta acqua, che la circonda, tanto il peso della barca venga proporzionatamente a superare il peso dell'acqua, sicchè, tra la levità dell'aria, e gravità del peso nella barca, si faccia un misto di tanta gravità, quanto è quella dell'acqua » (*Compilaz.* cit., pag. 410).

Le obiezioni, che poi fecero gli Accademici del Cimento, per confutare con le loro esperienze l' errore della leggerezza positiva, anche si pararono innanzi alla mente di Leonardo. Ma egli vi si trovò impacciato, e per darsele in qualche modo risolute, s' acquietò finalmente in un paralogismo: « Egli è un pozzo, così scrive, il quale ha nel suo fondo un otro di tal grandezza, e in tal modo situato, che di sotto e da lato non si trova più di un dito di grossezza d' acqua, in modo che l' acqua, che riposa sul fondo, pesa libbre 100, e quella, che si posa sopra della baga, pesa libbre 10,000. Se così è, la baga scoppierà, avendo sopra sè tanto peso. E se quel peso non la preme, che lo sostiene? E se pure esso fussi sostenuto, perchè avrebbe a passare l' otre sopra l' acqua? E se pure l' acqua carica sopra il suo fondo, perchè non patisce passione un uomo, passione di peso, stando sopra il suo fondo? Adunque, se la baga sostiene l' acqua, la baga toglie il peso di essa acqua al fondo del pozzo » (MSS. A, fol. 25).

L' ipotesi, in un' altra nota, si riduce, e si presenta così sotto forma di

tesi: « Io ti voglio mostrare in che modo l'acqua può essere sostenuta dall'aria, essendo da quella divisa e separata. Certo se tu hai in te ragione, io credo che tu non mi negherai che, essendo una baga nel fondo dell'acqua di un pozzo, la qual baga tocchi tutti i lati del fondo d'esso pozzo, in modo che acqua non possi passare sotto lei; questa baga, essendo piena di aria, non farà minor forza d'andare alla superficie dell'acqua a ritrovare l'altra aria, che si facci l'acqua a volere toccare il fondo del pozzo. E se questa baga vuole andare in alto, ella spingerà in alto l'acqua a lei soprapposta, e levando l'acqua in alto ella scarica il fondo del pozzo, onde quasi esso pozzo, a questa ragione, potrebbe stare senza fondo » (MSS. C, fol. 26);

La verità si è che il fondo è gravato invece da tutt' insieme il peso della baga, e dell'acqua che le sovrasta, ed è notabile che Leonardo non faccia differenza dal primo esempio, in cui si supponeva che l'otre avesse l'acqua da' lati e di sotto, a questo, in cui la baga l'ha solamente di sopra: e non attendesse il fatto che là si vede l'aria essere spinta alla superficie, e qua rimanersi immobile nel fondo, sopra cui scoppierebbe necessariamente, quando, per la grande altezza del liquido superiore, non potesse resisterne la pressione.

Si vede che il divino uomo, l'ammirabile ingegno non sempre seppe sollevarsi sulla volgare turba peripatetica, vizio della quale era di accomodar l'esperienze alle preconcette opinioni: e se si debba giudicare da' manoscritti di lui si direbbe che l'Idrostatica, tutt' altro ch' esservi creata o promossa, è anzi ritirata indietro da quella dirittura, a che l'avevano avviata i Platonici, i quali, come s' ha per l'esempio di Seneca, applicarono i teoremi archimedei a dimostrare sperimentalmente che non si dà leggerezza positiva, e che gravi e lievi non son le cose per sè stesse, ma che, per comparazione col mezzo, si dicono tali.

L'Idrodinamica dicemmo esser nata nel secolo XV, per l'applicazione che si fece a' liquidi delle nuove dimostrate proprietà del moto dei gravi. Leonardo stesso cita il libro *De proportionibus* di Alberto di Sassonia, in cui si formulava la legge delle potenze, le quali stanno in ragion composta delle velocità e delle masse. « Dice Alberto di Sassonia, nel suo *Di proportione*, che, se una potentia move un mobile con certa velocità, che moverà la metà di esso mobile in duplo veloce. La qual cosa a me non pare, imperocchè lui non mette che questa tale potentia adoperi l'ultima sua valetudine » (MSS. I, fol. 120).

Si censura dunque dal Nostro la proposizione del Sassone, discepolo del Nemorario, come poco precisa, e no come falsa. Anzi, pur che s' intenda che la potenza venga nel mobile tutta esaurita, riconosceva la proposizione stessa per così vera, che dava per altrettante verità i corollari immediati di lei. Chiamata P la potenza, M il mobile e V la velocità, se sostituiscasi alla velocità stessa la relazione tra lo spazio S, e il tempo T, avremo quella medesima equazione espressa sotto l'altra forma $P = \frac{M \cdot S}{T}$, e perchè $\frac{M \cdot S}{T} = \frac{M}{2} \cdot \frac{2S}{T} = \frac{M}{2} \cdot S : \frac{T}{2}$, di qui si vede la ragione de' corollari, che da Leonardo

stesso si trovano così scritti: I. Se una potentia move un corpo, nun quanto tempo, la medesima potentia moverà la metà di quel corpo, nel medesimo tempo, due volte quello spatio. II. Se alcuna virtù moverà alcun mobile, per alcuno spatio, ine qual tempo, (*in qualche tempo*) la medesima virtù moverà la metà di quel mobile, in tutto quello spatio, la metà di quel tempo » (MSS. F, fol. 51).

Come poi l' equazione della potenza, data dal Nemorario, e applicata da Alberto, si teneva che fosse vera per sè anche dal Nostro; così secondo la verità s' applicava da lui stesso al moto delle acque. In due fiumi dunque, o in due distinte sezioni di un medesimo fiume, le potenze motrici son misurate dal prodotto delle moli dell' acqua, contenuta in esse sezioni, e delle velocità respettive, di modo che, essendo simboleggiate da P, P' le dette potenze, e da V, V' le velocità, secondo le quali son sollecitate le corrispondenti sezioni S, S', abbiamo le due equazioni $P = S . V$, $P' = S' . V'$.

Ora, nel libro dell' Arconati che teniamo sott' occhio, si trova compilata anche questa proposizione: « Il moto d' ogni fiume, con egual tempo, dà in ogni parte della sua lunghezza egual peso d' acqua. E questo accade perchè, se il fiume nello sboccamento che fa scarica un tanto peso d' acqua, in tanto tempo, necessità vuole che, in luogo dell' argine scaricata, succeda un altrettanto peso di acqua, in altrettanto tempo, quale si muova dalla parte immediatamente antecedente, e così successivamente, in luogo di quest' altra acqua, succeda un altrettanto peso, insintanto che s' arrivi alla prima parte della lunghezza del fiume. Altrimenti, se nello sboccamento si scaricasse maggior somma di acqua, di quella che si trova al principio del fiume; seguirebbe che nel mezzo del canale l' acqua di continuo s' andasse sminuendo. E per il contrario, se nel medesimo sboccamento passasse minor somma di acqua, di quella che entra al suo nascimento; l' acqua di mezzo crescerebbe continuamente. Ma l' uno e l' altro è manifestamente falso, dunque il moto di ogni fiume, con ugual tempo, dà in ogni parte della sua larghezza uguale peso di acqua » (pag. 427): ossia, riducendosi alla formula sopra scritta, P è uguale a P', e perciò $S : S' = V' : V$, conseguenza che Leonardo, nel suo proprio linguaggio, significava: « Tanto quanto crescerai il fiume di larghezza, tanto diminuirai la qualità del suo movimento: Tanto quanto diminuirai la larghezza del fiume, tanto crescerai la qualità del suo movimento » (ivi).

Così, il teorema principalissimo, che le velocità e le sezioni si rispondono contrariamente, veniva provato per ragion matematica, ma Leonardo soggiungeva che poteva confermarsi altresì per le esperienze, o per gli esempi, fra' quali ne sceglie uno assai efficace, tolto da un esercito costretto a passare per varie ampiezze di luogo, che, a voler mantenersi unito, debbono i soldati tanto affrettare il passo di più, quanto il luogo stesso è più stretto. « Se fia uno loco, che abbi tre varie larghezze, le quali si contengano insieme, e la prima minore di larghezza entri nella seconda quattro volte, e la seconda entri due volte nella terza; dico che li uomini, che compieranno

colle loro persone i detti lochi, che avranno a essere in continuo cammino; che, quando li uomini del maggiore loco faranno uno passo, che quelli della seconda minore stantia ne faran due; e quelli del terzo loco, che è minore il quarto che il secondo loco, in quel medesimo tempo, faranno otto passi, e che questa medesima proportione troverai in tutti i movimenti, che passano per varie larghezze di lochi » (MSS. A, fol, 37). Fra' quali movimenti Leonardo non annovera solamente quelli fatti dai liquidi, *non condensabili nè rarefattibili* (MSS. E, fol. 71), ma quelli stessi fatti dai fluidi elastici, come dall' aria. « Il vento, nel passare gli stremi dei monti, si fà veloce e denso, e quando discorre di là dalli monti si fa raro e tardo, a similitudine dell' acqua, che sbocca di stretto canale in largo pelago » (ivi, fol. 54).

La legge universalissima, applicata a ogni sorta di fluidi, che abbiamo trovata scritta da Leonardo da Vinci, era comunemente nota nella Scuola, alla quale egli apparteneva, e da essa la ricevè il Cardano, e la divulgò nel cap. VI del primo libro *De rerum varietate* dove, trattando delle acque, dice che le ragioni de' loro moti, così utili a sapersi, dipendono essenzialmente da questi due principii: « alterum quod iuxta foraminis amplitudinem aqua defertur; alterum quod iuxta impetum. Nam si reliqua paria sint, quae per angustum foramen et lente exit paucior est: contra, quae per ampliora et patentiora loca maioreque impetu. Porro ratio foraminis, si ad basim referatur, eamdem retinebit proportionem, atque ideo simplicissima est. Ponatur enim quod AB (fig. 17), iuxta altitudinem AC, quadratam, ita ut AB sit unum, et locus super quem aqua transit, emittat unciam aquae: dico quod non mutato situ si BD, DE, EF aequales sint AB, quod iuxta eamdem altitudinem profluunt unciae singulae. Ita, quod per AD unciae duae, per AE tria, per AF quatuor, et ita de aliis quotquot fuerint. Nam seorsum per BD, ex supposito, flueret uncia et per DF, et per EF, ubi adessent latera et altitudo quanta est AC. Sed aqua, quae fluit per AB, nec impedit nec iuvat eam quae fluit per BD, nec, quae per BD, eam quae per DE, atque ita de aliis. Constat igitur quod ut multiplex, aut quam proportionem habebit AF ad AB, seu AD, aut alia quaepiam; eamdem proportionem habebit aqua fluens secundum latitudinem AF, vel AD, altitudinem autem AC ad unciam » (Basilaee 1581, pag. 61, 62).

Figura 17.

Questo dice il Cardano, per quel che riguarda l' ampiezza delle sezioni. Per quel che poi riguarda le proporzioni degl' impeti, soggiunge che questi sono secondo l' altezze delle discese, come si vede ne' vasi vinarii: « Impetus vero aquae fit, vel ob descensus magnitudinem, vel quia protruditur. Unde videmus in vinariis vasis, per siphunculos in medio et imo aequales, celerius impleri cirneas, quam per eos, qui in suprema parte positi sunt » (ibid., pag. 62). E perchè « quae velocius labitur maiore etiam copia exit » (ibid., pag. 63), e son le velocità proporzionali alle altezze; saranno ad esse altezze pure proporzionali le quantità d' acqua uscita in pari tempo dalla me-

desima, o da uguale sezione: ciò che esattamente riscontra con la proposizione scritta da Leonardo: « Dell' acqua, che non manca di una ordinata altezza nella sua superficie, tale sarà la quantità dell' acqua, che versa per un dato spiracolo in un dato tempo, quale quella della data altezza di esso spiracolo. Dico che se B (fig. 18) versa in un tempo una quantità d' acqua, che C verserà due tanti acqua, nel medesimo tempo, perchè ha due tanti più peso d' acqua sopra di sè » (MSS. F, fol. 53).

Figura 18.

La legge delle velocità proporzionali alle pressioni derivava immediatamente dalla prima supposizion di Archimede. E perchè sembrava che non si dovessero ammettere, secondo queste dottrine, altre pressioni, che le perpendicolari sul fondo dei vasi, e l' esperienze dimostravano manifestamente che si fanno anche sui lati; di qui nascevano difficoltà, da mettere a dura prova gl' ingegni speculativi. Il Cardano si propone, fra gli altri, a risolvere anche il problema: « Cur aquae a lateribus etiam stantium paludum effusae, per rimas tabularum impetum secum afferant » (*De rerum var.* cit., pag. 69). E risponde che sarebbe cosa di facile spiegazione, contentandoci di dire, come avevano detto i suoi predecessori, fra' quali abbiamo ritrovato anche Leonardo da Vinci; che l' acqua superiore preme anche dai lati. « Verum ex nodo, immediatamente soggiunge, nodus oritur, nam verisimile non est premi a tota aqua, neque enim proportio motus servari videtur, cum ex vase vinario tam parvo nec pleno adeo celeriter vinum effundatur, ut, si iuxta proportionem multitudinis totius aquae id fieret, necesse esset impetum illum esse multo maiorem, ac pene insuperabilem. Si vero non a tota aqua compressio fiet, questio manet. Dicimus itaque aquam totam premi, et ut premitur premere, sed non adeo vehementer, quia, dum premuntur partes, et ipsae premunt, quamobrem pars illa quae exit a tota premitur, sed a remotiore multo minus: vehementer vero a proxima, nec etiam aequaliter ab aequaliter distantibus, sed vehementer ab ea, quae in directo est effluentis, usque ad adversam ripam: parum vero ab ea, quae est a laterihus, et iuxta fluminis aut rivi longitudinem posita, nec ab hac etiam aequaliter, sed ab ea quae antecedit nullo modo. Ab ea autem, quae in superiore loco, adhuc diversa ratione, siquidem a proximiore plus, a remotiore autem minus » (ibid.).

Benchè il problema non sia a questo modo risoluto, pure è molto lodevole il Cardano, per aver fatto sforzi così generosi, i quali avrebbero potuto rendergli buon frutto, se avesse saputo fermarsi in quella verità, balenatagli alla mente, *aquam totam premi et ut premitur premere.* Leonardo, dall' altra parte, come fu più leggero in questa contemplazione, così, nell' applicarla alle curve descritte dai getti liquidi, parve più audace. Egli si fa questa domanda: « Se una botte ha in sè il vino alto quattro braccia, e getta il vino lontano da sè quattro braccia; se quando il vino sarà nel calare disceso all' altezza di due braccia della botte, getterà ella il vino per la medesima cannella ancora due braccia: cioè, se il calo e l' empito del gettare della cannella diminuisce con uguale proporzione o no; e se, essendo la

botte piena, e s' empierà per la sua cannella due boccali per ora, se doverà a questa ragione empiere un sol boccale per ora, colla medesima cannella che versava » (MSS. I, fol. 73).

Il problema fu risoluto affermativamente in questa nota, scritta di rincontro a una figura simile alla nostra 19. « È in natura che una medesima canna può gettare lontan da sè infinita distantia, perchè infinita può essere l'altezza ingorgata dell'acqua, che carica sopra tale uscita di acqua, come fa la canna BAC, che può essere d' infinita altezza coll' immaginazione, e in ogni grado d'altezza la canna AC acquista gradi di distantia nel gettare da lontano » (ivi, fol. 14).

Figura 19.

Il teorema consegue immediatamente dal principio, che ammette le velocità proporzionali alle altezze, ma l' applicazione, che se ne fa agli efflussi laterali, è arbitraria, come arbitraria è la seguente proposizione, insieme col problema che ne dipende: « Quella proporzione, che averà BC (fig. 20) con AC, tale proporzione troverai nelle due quantità del vino, che si trova in nel vasello, che cagione desse di versar più presso o lontano: cioè se il vino del vasello prima versava in C, essendo pieno, e quando era quasi vuoto versava in A; sappi che, quando e' verserà in mezzo fra A e C, nel punto B, il vasello sarà appunto mezzo » (MSS. C, fol. 5). « Di qui puossi conoscere quando sia tratto il vino d' un vasello più alto o più basso e quanto, sapendo solamente il diametro di esso. Fa' così: ricevi il vino, quando è caduto fuori del vasello, e dopo che la sua curvazione s' è ridotta alquanto perpendicolare linea, e ricevi in prima AN (fig. 21) nel luogo N, e nota il punto N. Dipoi ricevi B nel punto M, e poni col filo piombato F a punto, dove il vino di dentro confina dinanzi col suo vasello. E tanto quanto AO entra in OP, tanto FN entrerà a proporzione in FM appunto, essendo i buchi del vasello di egual grandezza, e così il legno di grossezza » (ivi, fol. 6).

Figura 20.

Figura 21.

Figura 22.

Che poi queste proposizioni non avessero in sè certezza alcuna di scienza lo riconosce pur troppo bene, e lo confessa Leonardo, nel provarsi a dar regola delle ampiezze, che secondo le varie inclinazioni delle fistole descrivono per aria gli zampilli. Sotto una figura, imitata qui da noi nella 22, è scritto: « Prova per fare regola di questi moti. Faraila con una baga piena di acqua, con molte cannelle di pari busi, posti per una linea. Io giudico, così in di grosso, che quanto C si leva più alto

che D, tanto il mezzo dell' arco D si ritroverà più lontano sotto il suo perpendicolare in H. Cioè: tanto, quanto D fia più basso di C, tanto H fia più lontano da O che G. Vero è che le cannelle, che gettano l' acqua, vogliono tutte nascere su un piano a livello, e di medesima lunghezza, e poi piegate a diversi siti » (ivi, fol. 7).

Il Cardano non ebbe il coraggio di entrare in così fatte questioni, perchè si sentiva mancare la scienza necessaria a risolverle, e dall' altra parte troppo ben comprendeva che quelle ordinate non si sarebbero potute riferire a una linea curva, e tanto meno a un arco di cerchio, secondo la curvità del quale si credeva inflettersi lo zampillo, come in un arco di cerchio si credeva insenarsi le corde lentamente sospese dai due loro estremi. « L' arco, scrive Leonardo, che si genera dalla corda, che s' estende infra le due carrucole, poste nel sito della egualità; è una parte della circonferentia di un cerchio » (MSS. E, fol. 62). Il Cardano vedeva invece in quella incurvatura l' apparenza di una parabola e atterrito dalla difficoltà di dimostrarla geometricamente tale, si contentò di osservare che, uscendo l' acqua libera dalla bocca di un sifone, non prosegue nella sua prima dirittura, nè cade perpendicolare, ma tiene una via di mezzo, descrivendo nelle prime parti del suo moto una linea, che si rassomiglia molto a un arco di parabola. « Aquae, quae per canales efferuntur, media linea effluunt inter lineam descensus et rectam. Velut aqua per canalem delata AB (fig. 23) deberet, toto impetu servato, effundi per BC. Et si nullum haberet impetum, per BD, quod videmus in aquis, quae a lateribus canalium, non ab ore effunduntur. Igitur, iuxta rationem mediam, feretur primum per partem BE. Inde eo magis removebitur a C, quo etiam a B, et ita ad F: infra vero F, recta, per aequidistantem BD » (*De rerum var.* cit., pag. 65).

Figura 23.

Se però era tuttavia lontano colui, che avrebbe dimostrata la teoria parabolica de' proietti, il Nemorario aveva dato già fondamento alla futura Dinamica galileiana, ponendo il principio che i cadenti lungo piani, comunque siansi inclinati, raggiungono in fine la medesima velocità, come se fossero venuti per linea perpendicolare. Non bisognava per ciò far altro che ridurre i piani inclinati a canali o a sifoni, perchè, essendo anche l' acqua un corpo grave, fiorisse nella scuola dello stesso Nemorario questo capitalissimo teorema d' Idrodinamica, da Leonardo così annunziato: « La obliquità del corso dell' acqua adopera come se fussi perpendicolare: tanto fa l' obliquità AM (fig. 24), quanto il perpendicolare AN » (MSS. H, fol. 73). Il Cardano poi esplicava il concetto, frettolosamente qui espresso, e da' sifoni chiusi passando ai canali aperti, mostrava che

Figura 24.

ne' vari punti B, C, D.... (fig. 25) le velocità dell'acqua son quelle convenienti alle loro cadute, cosicchè giungono allo sbocco E con impeto, come se fossero da A scese in F, per altezza perpendicolare. « Cum igitur fluxerit per longius iter, lineam que eamdem rectam, quanto magis a principio ortus distiterit, eo velocius movebitur. Sit enim aqua, quae fluat per ABCDE. Sit FE libella, seu AG, ferme aequidistans: dico ergo quod, cum CL sit dupla BH, et DL eidem tripla, et GE quadrupla; quod motus etiam erit velocior, quo remotior aqua a fonte » (*De rerum var.* cit., pag. 72).

Figura 25.

Si sa oramai dalla storia della Meccanica che ambedue i commemorati Autori professavano il principio, altro fondamento alla dinamica galileiana, che un corpo sferico, posato sopra un piano perfettamente orizzontale, astrazion fatta da ogni altro impedimento, può esser mosso da qualunque minima forza; e che, così essendo mosso, proseguirebbe sempre colla medesima velocità il suo viaggio. Fatta l'applicazione di questo stesso principio al corso dell'acqua dentro il tubo AM, perfettamente livellato (fig. 26), ne' punti A, M, e in tutti gli altri, variamente distanti dal principio del moto R; passerà dunque l'acqua ugualmente veloce; ond'essendo per supposizione i sifoni AN, MO egualmente inclinati, e di uguale lunghezza, tanto sarà veloce, e perciò in tanta copia uscirà l'acqua dalla bocca N, quanta ne esce dalla bocca O, come in una sua nota scrive Leonardo: « Se tu torrai l'acqua da una altra acqua, che sia di pari livello, con uguale obliquità, sappi che tanto fia a torla vicino al loco R, con la caduta AN, quanto lontano in MO » (MSS. N, fol. 87).

Figura 26.

Altro corollario del medesimo Teorema è il seguente: Se saranno due sifoni ugualmente inclinati, ma di varia lunghezza come, AM, AP (nella passata figura 24) dalla bocca P del più lungo uscirà l'acqua maggiormente veloce, che dalla bocca M del più corto, perchè l'altezza AQ, alla AN, ha maggior proporzione. « L'acqua cadente da un mdesimo livello, per canali di eguali obliquità, quella sarà di più veloce corso, che fia di maggiore lunghezza » (MSS. H, fol. 39).

Dietro i quali principii è facile intendere come risolvesse Leonardo alcuni problemi, che si trovano ne' manoscritti di lui semplicemente proposti, quali sarebbero per esempio i due seguenti: I. « L'acqua AB (fig. 27), che discende, quanto monterà in BC? » (MSS. K, fol. 99). La risposta a ciò, dietro i professati principii, è manifestamente tale: essendo la discesa retta AD, l'acqua salirà fino a tal punto O, che le perpendicolari OE, AD tornino uguali. —

Figura 27.

II. « L' acqua CN (fig. 28) è piana: domando quanto verserà più presto essa aqua il canale AC, che il canale BC » (MSS. H, fol. 89). Un discepolo, così interrogato, darebbe questa risposta, con piena sodisfazion del Maestro: Essendo gli spazi AC, BC, per supposizione uguali, e perciò avendo i tempi reciproca ragione delle velocità, le quali stanno come le altezze; l' acqua dunque tanto si verserà più presto dalla bocca B, che dalla bocca A, quanto l' altezza CE è maggiore della CD.

Figura 28

Ritornando sul problema primo, l' acqua giunta in O rimarrà nelle due canne AB, BO, con congiunzione angolare, senza movimento, e ciò « perchè, dice Leonardo, tanto pesa l' acqua AB, quanto l' acqua BO » (*Arconati*, pag. 436). E poi soggiunge nel capitoletto appresso: « Tal movimento farà l' acqua per la cicognola qua di sopra ABO qual' essa farebbe se corresse per la linea AB » (ivi). Dunque l' elemento liquido A giunto in B ha concepito per la discesa tant' impeto, da risalire in O alla medesima altezza, secondo i principii, che poi si professerebbero da Galileo. Dipende senza dubbio da tali principii il teorema noto del Torricelli, intorno a cui anche Leonardo pensava che, ne' vasi comunicanti rappresentati per noi dalla fig. 29, il libero zampillo A, e l'acqua dentro la canna B dovevano giungere al livello C del liquido, da cui sono spinti. Poi gli venne dubbio se la forza del getto fosse alquanto maggiore, per non essere impedita dalle confregazioni con le pareti del tubo, come apparisce da questa nota: « Se l' acqua, schizzata in A dalla canna, è mossa da maggior potentia, che da quella della canna B » (MSS. K, fol. 98): dubbio risoluto poi dalle esperienze del Mariotte, che confermarono essere veramente così, come Leonardo stesso aveva sospettato.

Figura 29.

Tanto basti per avere un' idea dello stato, in cui, tra il secolo XV e il XVI, si trovava l' Idrodinamica. Ora è da dire delle applicazioni di lei, e prima di tutto al modo di misurare le acque nel dispensarle a once, per gli usi del pubblico e dei privati.

Essendo stato dimostrato che le quantità hanno la ragion composta delle velocità e delle sezioni, veniva per conseguenza che fossero esse quantità alle semplici velocità proporzionali, passando l' acqua per la medesima bocca. « La misura dell' once, dice Leonardo, che si danno nelle bocche dell' acqua, son maggiori o minori, secondo le maggiori o minori velocità dell' acqua, che per essa bocca passa. Doppia velocità dà doppia acqua, in un medesimo tempo, e così tripla velocità, in un medesimo tempo, darà tripla quantità d' acqua » (MSS. F, fol. 16).

Questa legge sarebbe assoluta, se non fossero le velocità soggette ad alterazioni, delle quali alcune cause furono avvertite già da Frontino, e dai Pretori romani, ma assai più ne pensarono i Fisici del secolo XV, alle quali

il nostro Leonardo ne aggiunse altre di suo, riducendole a uu buon numero, che nonostante sperava di accrescere anche di più, com' apparisce dalla cifra lasciata in bianco nell' elenco, che di queste XVII intanto lasciava, così, in una sua nota ordinatamente descritto: « L' acqua, che versa per una medesima quantità di bocca, si può variare di quantità maggiore o minore per.... modi, de' quali il I è da essere più alta o più bassa la superficie dell' acqua sopra la bocca d' onde versa. — II. Da passare l' acqua con maggiore o minore velocità da quell' argine, dov' è fatta essa bocca. — III. Da essere più o meno obliquo il lato di sotto della grossezza della bocca, dove l' acqua passa. — IV. Dalla varietà dell' obliquità de' lati di tal bocca. — V. Dalla grossezza del labbro di essa bocca. — VI. Per la figura della bocca: cioè da essere tonda o quadra o rettangolare o lunga. — VII. Da essere posta essa bocca in maggiore o minore obliquità d' argine, per la sua lunghezza. — VIII. Per essere posta tal bocca in maggiore o minore obliquità d' argine, per la sua altezza. — IX. Da essere posta nella concavità o convessità dell' argine. — X. Da essere posta ovvero in maggiore, o minore larghezza del canale. — XI. Se l' altezza del canale ha più velocità nell' altezza della bocca, o più tardità che altrove. — XII. Se il fondo ha globosità o convessità, a riscontro di essa bocca o più alte o più basse. — XIII. Se l' acqua, che passa per tal bocca, piglia vento o no. — XIV. Se l' acqua, che cade fuor dalla bocca, cade in fra l' aria, ovvero rinchiusa da un lato, o da tutti, salvo la fronte. — XV. Se l' acqua, che cade rinchiusa, sarà grossa nel suo peso o sottile. — XVI. Se l' acqua che cade, essendo rinchiusa, sarà lunga di caduta o breve. — XVII. Se i lati del canale, d' onde discende tale acqua, saran solli o globulosi » (ivi, fol. 9).

Il Cardano, delle cause, che fanno variar le velocità, e perciò le misure delle acque correnti; non ne annovera molte di più di quelle, venute in mente a Frontino, a cui volentieri concede che, tanto più se ne attinga da un fiume, quanto egli è più alto e veloce. Ma son notabili, fra così fatte cause modificatrici delle velocità, quelle, che egli attribuisce allo spirare de' venti, e alla disposizione e figura dei tubi addizionali, benchè sembrino strani gli effetti, da lui stesso attribuiti alla qualità della materia, di che si compongono essi tubi. « Venti enim, si quandoque possint obesse, solent et prodesse. Constat ergo, ubi venti certi regnant, aliquos plus accipere, aliquos minus longe quam debeant. Plurimum quoque referre an aqua a latere rivi, an ab ore sumatur. Sed haec minora videntur, quandoquidem referat Frontinus, Nervae aetate, Romanos adeo oscitanter aquarum rationem tractasse, ut dimidio aberrarent. Plurimum quoque refert si per fistulam, quae plerumque metallo constat, aut tubis fictilibus, aut canali ligneo, nam, non ob materiam differunt, sed quia canalis haud clausus est, verum respirat. Educuntur tamen aquae plerumque tubis aut fistulis, quoniam canalis aquam effluentem spargit, ob id igitur privatorum usus a fistulis et tubis, non autem canalibus, sumuntur. Multum quoque refert quomodo calix collocetur, ut inquit Frontinus. Circa collocandos quoque calices observari oportet ut ad lineam

ordinentur, nec alterius inferior calix, alterum superior ponatur: inferior plus trahit, superior minus ducit, quia cursus aquae ab inferiore rapitur. Haec ille » (*De rérum var.* cit., pag. 66).

Altre cause ritardatrici delle velocità riconosce il Cardano, alcune delle quali son fra quelle annoverate da Leonardo, ma di cui quegli spesso rende la ragione, dedotta da principii fisici più sani, e che risentono talora il leggero alitare di una scienza lontana. C' incontreremo e c' intratterremo sopra qualche più notabile esempio di ciò nel ritornare all' elenco di esso Leonardo, per ritrovarvi i vestigi lasciativi dalla Scienza, talvolta nelle sue cadute, ma più spesso ne' suoi progressi, primo a notar fra' quali è l' osservazione intorno al variarsi le velocità, per la varietà del perimetro di una sezione, pur serbandosi dall' area di lei la medesima ampiezza. La cosa, accennata dianzi nel sesto numero del detto elenco, è spiegata altrove così, nella sua ragione geometrica: « Fra le bocche dell' acqua, poste in altezze uguali sotto la superficie dell'acqua del suo bottino, quella che ha men contatto con l'acqua, che per lì passa, meno impedirà il transito a essa acqua. A e B (fig. 30) siano le bocche uguali, A quadrato, e B circolo. Dico che l' acqua, che passa per la bocca circolare, arà men contatto che l' acqua, che passa per il quadrato, uguale a esso circolo, perchè più lunga è la linea, che circuisce il quadrato, che quella, che circuisce il tondo » (MSS. F, fol. 55).

Figura 30.

Da questa proposizione vedeva opportunamente Leonardo scendere un corollario, che gli dava modo a risolvere il seguente problema: « Che figura arà una medesima quantità d' acqua, movendosi per una medesima obliquità di fondo, a farsi più veloce che sia possibile? — Fia quella che arà minore contatto col suo fondo, cioè mezzo cerchio » (MSS. E, fol. 105).

In questo argomento osservava il Nostro un' altra cosa importante, messa così in forma di proposizione: « Delle bocche uguali, e di uguale altezza, quella verserà più acqua, in pari tempo, che arà maggiore somma di sè, nella sua parte inferiore, che nella parte di sopra » (MSS. F, fol. 54). La dimostrazione di ciò è affidata tutta all' eloquenza de' segni, rappresentativi il medesimo triangolo isoscele, ora colla base in alto, ora col vertice, come si vede in A, B (fig. 31). Siano le loro altezze perpendicolari tagliate nel mezzo dalla orizontale CD. La EP è maggior somma della parte GHI, e perchè *inferior plus rapitur,* secondo lo stesso Frontino, è dunque maggiore la quantità dell' acqua velocitata in B, che in A, e perciò quella, in pari tempo, verserà più di questa.

Figura 31.

Si dispongano similmente il circolo L, e il quadrato M, in modo cioè che le loro estremità inferiori insistano sulla medesima linea orizzontale NO. È manifesto che la parallela a questa, fatta passare per il centro Q del quadrato, prolungata riman sotto al centro P del circolo, per cui, essendo la quantità dell'acqua RST tutta insieme men premuta della sua uguale quantità UVX, quella passerà men veloce di questa, e perciò in tal caso il circolo, dal mezzo in giù, verserà, in pari tempo, alquanto men del quadrato. Di qui, comparando le portate di queste due bocche con quell'altre due triangolari già dette, si comprende secondo qual ragione sentenziasse Leonardo: « Queste quattro bocche sono in fra loro uguali, e co' loro estremi posti in altezze uguali. L versa meno, dal mezzo in giù, di M, e men A che B » (MSS. F, fol. 54). A che, per rendere queste sperimentali verità più compiute, può aggiungersi l'altra conclusione: « Delle bocche di ugual larghezza, figura e altezza, quella verserà più acqua in pari tempo, che sarà in più sottile pariete, ovvero che averà più breve contatto co' lati della sua bocca » (ivi, fol. 55).

In simile proposito, e dietro simili considerazioni, concludeva anche il Cardano: « Constat igitur aquarum ductus, non ex fistularum magnitudine consistere, sed si proportio latitudinis servetur » (*De rer. var.* cit., pag. 73). Sia, ritornando indietro sulla XVII figura, CB la bocca dell'oncia, e si voglia quadruplicarla. Geometricamente si conseguirebbe ciò tanto col quadruplicare la semplice larghezza AB, quanto col duplicar questa, e insieme l'altezza AC. Or benchè, per le cose dimostrate da Euclide, le due aree siano perfettamente uguali, non si creda però, dice il Cardano, che quattr' oncie sian versate dall' una, ugualmente che dall' altra, ma faranno differenza notabile, dipendente dalla varia distanza, in cui rimangono i centri delle due figure sotto il livello del recipiente. « Quare solum quadratas superficies iuxta latitudinem basis commensurare licebit aquam, non secundum lineas proportionales medias » (ibid.).

Ma ritornando sopra l'elenco ordinato da Leonardo, ci occorre a considerare quel che dice sotto il numero VIII, spiegato meglio così, nella compilazione dell'Arconati: « Quanto l'argine, dove è posta la bocca dell'oncia dell'acqua, fia più obliqua nella sua altezza inverso la caduta della bocca dell'acqua, tanto maggior quantità d'acqua verserà la sua bocca. Provasi, perchè l'acqua nella bocca in tal caso caderebbe per linea più obliqua, e per la XXI del V quell'acqua è più veloce, che discende per linea più obliqua, e per la XXVIII del medesimo l'acqua, che cade per linea più vicina alla perpendicolare, più presto discende » (pag. 426, 27).

Le due proposizioni qui citate, e che non è possibile riscontrare, perchè la stesura di que' due libri rimase nel pensiero; son quelle medesime, che il Cardano riduceva così a postulati: « Constat etiam quod velocissimus motus est, qui fit ex maiore altitudine, in aequali spacio, aut aequali altitudine, in minore spacio » (*De rer. var.* cit., pag. 63). Ma come, si domanderà, sono applicabili all'obliquità degli argini così fatti principii? Nè si può dare al

quesito la sua debita risposta, senza esplicare il concetto di Leonardo, che è tale: S' immagini l' argine con la sponda esterna AE (fig. 32) perpendicolare, ma con l' interna ora più obliqua, come AB, ora meno, come AC, e una fistola DC penetri attraverso esso argine, da cui attinga ora dalla bocca, B, ora dalla C l' acqua del fiume. Dice il Nostro che, scendendo per la linea AB, più vicina alla perpendicolare, il liquido più veloce, chę per la linea AC; anche più veloce imboccherà per B, che per C. La conclusione è falsa in se, e in contradizione con le cose precedentemente dimostrate dal medesimo Autore, secondo le quali, essendo in B e in C l' acqua scesa dalla medesima altezza, dovrebbe avervi anche acquistati impeti uguali. Ma non faccia maraviglia che rimanesse un Fisico del secolo XV irretito in una fallacia, alla quale furon presi, come vedremo, alcuni fra i più eletti discepoli di Galileo.

Figura 32.

Fra le cause, che fanno variare le velocità dell' acqua, annovera Leonardo, in IX luogo, l' esser poste le fistole in argine concavo. E quivi in verità, come specialmente s' osserva nelle piene, la superficie dell' acqua è più alta che altrove, ma è un inganno il credere che da tale altezza si produca maggior pressione, e perciò maggiore velocità nella fistola sottoposta. La velocità straordinaria, con cui per la forza centrifuga, son dentro alla detta concavità spinti gli strati liquidi, gli fa essere specificamente più leggeri, e perciò debbono sollevarsi, come l' olio nel sifone, per mettersi in equilibrio con gli strati acquei comunicanti, e più gravi.

Da questa medesima fallacia è informata l' osservazione XI, ma la XIII è giusta, specialmente ridotta alle ragioni, che si spiegano altrove: « L' acqua, che cade per linea perpendicolare si fa acuta in una parte del suo descenso, e il condotto d' onde cadea resta vacuo. E qui combatte l' aria con l' acqua, come si dirà a suo loco, ma non dimenticherò però di dire che tal descenso d' acqua è impedito dalla condensazione dell' aria nel condotto di essa acqua » (MSS. E, fol. 103).

Ciò che si dice sotto i numeri XIV, XV e XVI ha maggiore importanza storica, toccandovisi questioni, che si crede essere state solamente risolute dagli Idraulici moderni, come quella, per esempio, che, dentro i tubi, scende l' acqua da pari altezza più veloce che fra l' aria. Anche le cause modificatrici delle velocità, secondo la ragion della lunghezza o della grossezza delle canne, e le varietà fatte dall' andar l' acqua per canale tutt' intorno chiuso, o di sopra aperto; riconosciute così bene infin da que' tempi, son degne di nota. « L' acqua, che per diretto discenso si move, per canna di uniforme larghezza, sarà tanto più veloce, quanto tal canna fia più lunga. — L' acqua, che per diretto descenso si move per canne di uguali lunghezze, fia di tanto più veloce moto, quanto tali canne fiano di maggiori larghezze. E questo si prova, perchè la linea centrale di tale acqua è più remota dalla confrecatione della canna larga, che della stretta, e per questo il suo moto è meno

impedito, e per questo si fa più veloce. — L'acqua, che si move per canna equigiacente, è più grossa che quella, che corre per canale scoperto, e massime, quando tal canna riceve l'acqua perpendicolare, e la lascia perpendicolare » (ivi, fol. 12).

Nella compilazione dell'Arconati s'aggiunge, per provare la verità qui in terzo luogo proposta: « Questo accade per quello, che è detto nella XX del V, perchè quella parte dell'acqua cadente, che è contigua all'aria, si mischia con l'aria, e si fa più lieve. E quanto è più lieve, più si tarda » (pag. 431). Ma il Cardano aveva intorno a ciò idee molto più sane. » Itaque, egli dice, haud dubium est aquas, quae per fistulas et siphones deducuntur, et impetu et continuitate agi. Quae vero per canales, rivos et locos patentes, solo impetu. Quamobrem velocius semper fertur aqua per siphones, quam per rivos, pari ratione, paribusque auxiliis ac impedimentis constitutis » (*De rer. var.* cit., pag. 63). La ragione del doversi l'acqua mantenere ne' tubi continua, e andarvi perciò più veloce che nel canale scoperto, il Cardano la riconosce nell'aria, alla quale egli attribuisce il peso, come a tutti gli altri corpi, mentre Leonardo la faceva positiva causa della leggerezza. Nella teoria del sifone ritorto spiega meglio esso Cardano l'azione del peso dell'aria, che efficacemente concorre a mantenervi il flusso continuo, così dicendo: « Denique tota haec contemplatio absolvitur hoc argumento: quod aqua, quae debet trahere aliam aquam secum, oportet ut vase contineatur, quoniam sine illo convelli nequit, sed ab aere iuvatur adveniente, et ut corpus continuum ad aequilibrium perveniat » (*De subtilitate,* Lugduni 1580, pag. 25). Le quali dottrine, inspirate forse da Herone Alessandrino, aspettavano di ricevere dalla scoperta del Torricelli la loro ultima perfezione.

Finalmente, per esaurir questo esame intorno all'elenco di Leonardo, osserveremo che l'ultima assegnata causa, per cui una medesima bocca di erogazione può variare di quantità, l'abbiamo trascritta: *Se i lati del canale, d'onde discende tale acqua, saran solli o globulosi.* L'Arconati interpetrò *sodi o globulosi* (pag. 420), nè punto meglio sembra a noi traducesse il Ravaisson-Mollien *mous ou bossues,* ma è un fatto che deve intendersi solli o globulosi, cioè levigati o aspri.

Le XVII recensite cause, che fanno variare le portate, erano altrettanti avvedimenti suggeriti ai dispensatori delle acque, e qui si arrestavano i benefizi della Scienza, la quale s'apparecchiava di farne altri migliori, intorno al modo di regolare il corso dei fiumi. I moderni Idraulici fecero il gran passo, applicando a questi le scoperte leggi degli efflussi da' vasi; e come il Wolf, per esempio, nel corollario V dopo il XXVIII teorema della sua Idraulica (Elem. Matheseos univ., T. II, Genevae 1746, pag. 374), intendeva che la velocità nel punto E dell'alveo (fig. 25 qui addietro) fosse quella medesima, con cui uscirebbe ivi da un foro aperto nel vaso ACE l'acqua stagnante; così la intendeva il Cardano, di cui vedemmo essere dalla medesima figura XXV illustrato il concetto, e la intendeva pure Leonardo da Vinci, il quale, applicando il teorema *che in ogni grado di altezza la canna acqui-*

sta gradi di distantia, nel gettar da lontano, alle acque correnti ne' fiumi; concludeva questa sua proposizione: « Se un sostegno dà sopra di sè il transito a una data quantità d'acqua di due once di grossezza, e vi s'aggiunge una terza oncia, allora l'oncia di sotto raddoppia la potenza, la velocità e la quantità della prima acqua. Provasi per la seguente, che mostra, delle acque correnti sopra li fondi de' fiumi d'uniforme obliquità, tali essere le proporzioni della velocità del moto, quale è quella delle loro altezze. Adunque, se la prima oncia detta di sopra fia premuta da un'altra oncia, e poi da due once, senza dubbio la potenza che preme è duplicata, e per conseguenza, come è detto, la velocità e la quantità è raddoppiata » (*Arconati,* pag. 422). Questa proposizione, come fu bene da altri osservato, fa esatto riscontro con la II del II libro del Castelli: « Se un fiume, movendosi con una velocità per un suo regolatore, averà una data altezza viva, e poi, per nuova acqua crescerà il doppio; crescerà ancora il doppio la velocità » (*Della misura delle acque corr.,* Bologna 1660, pag. 82).

Simili applicazioni, che mettevano sulla via d'intendere la natura dei fiumi, si fecero da' tubi agli alvei, negli uni de' quali e negli altri si ritenne che la velocità allo sbocco fosse quella conveniente alla discesa perpendicolare. Ma così questa, come l'altra proposizione rinnovellata dal Castelli, non son vere, se non che nella loro assoluta ragione, ossia, astraendo da ogni sorta d'impedimenti, inevitabili in ogni caso, o si confreghi la corrente con le pareti de' tubi, o col ghiareto, e con le ripe degli alvei. « Quanto l'acqua, dice Leonardo, sarà più distante dal fondo, tanto più libera sarà nel suo natural moto (MSS. H, fol. 72). L'acqua, che corre presso al fondo, tra le rive, sarà più tarda che l'altra (ivi, fol. 77). L'acqua di sotto obbedisce manco al suo naturale corso, che quella di sopra, e questo accade perchè l'acqua, che confina con l'aria, non è aggravata da alcun peso, onde semplicemente, senz'alcuno impedimento, ubbidisce al suo natural corso: quella di sotto è aggravata e premuta » (ivi, fol. 85). E tante altre cause incomputabili riconosceva Leonardo stesso concorrere ad alterare le velocità naturali, che ebbe a uscire in questa sentenza: « Pochissime son le parti delle acque correnti, che si trovano in fra la superficie e il fondo suo, che corrano a un medesimo aspetto » (MSS. F, fol., 47).

Tutto questo, che si diceva dal Nostro, e in che consentivano gli altri, non era però che il frutto della speculazione, la quale sembrava ai più che contendesse co' fatti osservati. Se non corrono le parti dell'acqua tutte a un medesimo aspetto, com'è, dicevano costoro, che si mantengono unite, e continuo si vede andare al suo termine il fiume? La difficoltà era tale che, per assicurarsi della verità di quelle speculate conclusioni, fu necessario ricorrere alle esperienze. Una delle prime, occorse fra le pensate, dee essere stata quella descritta così nella compilazione dell'Arconati: « Se vuoi vedere dove, in alcun luogo sopra la superficie, ed in alcuno sotto la superficie sia più veloce, getta acqua tinta, insieme con olio, sopra l'acqua corrente, ed avverti al fine del corso chi prima giunge: cioè, se giunge prima l'olio, l'acqua

corre più di sopra che di sotto; se giunge prima l'acqua tinta, il fiume corre più di sotto, che di sopra » (pag. 307).

L'esperienza però non era praticabile, che ne' piccoli canali, e quand'anche si fosse riusciti in questi a riconoscere il vero, poteva rimaner dubbio nel passare ad applicarlo ai grandi corsi de' fiumi, intorno ai quali s'aggirava tutta l'importanza della questione. Di qui ebbe origine quel primo Idrometro, l'invenzion del quale s'attribuisce al Cabeo, ma che, a tergo del fol. 42 del MSS. A, Leonardo rappresentava con questo disegno (fig. 33) dichiarandone così le parti « N sughero — AQ canna: falla avanzare in AN uno braccio, acciò che per la piega del quadrello si veda quella di AN. » Quanto poi all'uso di un tale strumento si trova nell'*Arconati* così descritto: « Di una bacchetta, che sia di sopra infilata in baga, e di sotto in sasso, quella parte, che avanza di sopra alla baga, se penderà in verso all'avvenimento dell'acqua, correrà l'acqua più in fondo che di sopra: e, se detta bacchetta penderà inverso il fuggimento dell'acqua, correrà il fiume più di sopra che di sotto: e, se resta diritta la bacchetta, il corso sarà di pari velocità di sotto e di sopra » (pag. 306).

Figura 33.

Fu in questo modo esplorato che, quando la corrente è bassa, la superficie e il fondo restano uguali in velocità, ma che, vicino alle cascate, è più veloce la superficie che il fondo: fatto verissimo, a cui poi gli Idraulici dettero il nome di *chiamata allo sbocco*, e che anco Leonardo sembra attribuisse alla viscosità dell'acqua. « Coll'antidetta ragione, scriveva, si dimostra come i fiumi d'ugual fondo e larghezza, i quali ruinano il lor fine, che corrono più di sopra che di sotto, perchè nel fine l'acqua di sopra è più veloce nel cadere, che quella di sotto: onde l'acqua superiore, che successivamente s'appoggia a quella, è necessario che sia di tal moto, quanto fu quello che è detto » (MSS, I, fol. 89).

Non tutti però erano, di queste speculazioni, e di queste conclusioni sperimentali sodisfatti, e, durando tuttavia le controversie, ci entrò di mezzo il Cardano. Le prime difficoltà, che avevano fatto dubitare altrui se gli strati acquei corressero tutti, come si diceva, a vario aspetto; ei l'ebbe in ogni modo per decisive, « quia necesse esset ut altior et humilior appareret, quod tamen non contingit, nisi vel, dum alveus inaequalis est, vel flante vento » (*De rer. var.* cit., pag. 66). E aggiuntavi l'osservazione che nelle cascate l'acqua non prosegue per la sua prima dirittura BC (fig. 23 qui addietro), nè cade perpendicolare lungo BD, ma tiene la via di mezzo BE; si confermava nell'opinione che tutti gli strati, dall'imo al sommo, corressero insieme a un medesimo aspetto, ossia con tale uniforme velocità, che, tra la massima e la minima delle parti, resultasse al tutto la media. « Quamobrem dicendum est aequaliter moveri imum aquae et supremum, in alveis aequalibus, quoniam, dum effunditur a canali, etiam videntur partes aequaliter ferri » (ibid.).

Ma si citavano in contrario le esperienze idrometriche, sull' andare di quelle, che registrava ne' suoi quaderni Leonardo, a che rispondeva il Cardano che lo strumento non diceva il vero, e che l' esser egli più violentemente spinto in basso, che in alto, o al contrario, non era segno certo che la corrente fosse, su e giù, o più o meno veloce, dovendosi attribuir ciò piuttosto a un effetto necessario, dipendente dalla natura del vette. « Moveri autem velocius aquam in imo quam in summo, argumentum non est quod baculus in imo sentiatur vehementer agi, atque abduci, ut in C (fig. 34) quam in B; nam C longius ab hypomoclio distat, ideo aequaliter fluere videtur » (ibid., pag. 67).

Figura 34.

Queste opposizioni del Cardano, contro le esperienze dell' Idrometro, forse erano state fatte da altri, ma riconosciutesi insussistenti, si confermarono gl' Idraulici nella verità, che gli strati, dalla superficie al fondo, nelle varie condizioni del fiume, corressero a vario aspetto. Così poi questo principio, come gli altri concernenti la teoria delle velocità, si applicarono a regolare il corso naturale dell' acqua.

È davvero notabile come potesse il Castelli lusingar sè, e tutto il mondo scientifico, che questa a' suoi tempi fosse una scienza nuova. Si poneva dall' Autore, per uno de' principali corollarii di lei, la considerazione dei venti, i quali, imboccando un fiume, e spirando contro la corrente, *ritardano il suo corso e la sua velocità ordinaria, per cui vengono necessariamente ad ampliar la misura del medesimo fiume* (*Misura delle acque corr.*, Lib. I cit., pag. 13): parole, nelle quali non si fa poi che rendere dilavato il concetto stesso di Seneca: « Si crebrioribus ventis ostium caeditur, et reverberatur fluctis, amnis resistit, qui crescere videtur, quia non effunditur » (*Quaest. natur.* cit. fol. 30).

Ma molto più di vicino al Castelli il Cardano, come udimmo, aveva detto essere una delle principali cause, che modificano le velocità, e perciò le misure dell' acqua, i venti, sia che soffino avversi, o a seconda della sua libera corrente. Che se, contro al corollario di esso Castelli, si moveranno difficoltà, sembrando che le correnti dell' aria non possano far altro, che increspar leggermente la superficie dell' acqua; aveva ad esse Leonardo preparata la risposta due secoli prima: « I fiumi, egli dice, che si moveranno contro ai corsi dei venti, fieno di tanto maggiore corso di sotto, che di sopra, quanto la sua superfitie si fa più tarda, essendo sospinta da' venti, che prima. La ragione di questo si è che, essendo i fiumi d' eguale profondità e latitudine, di pari corso in sul fondo che in superficie, necessaria cosa è che la recalcitazione, che fa il vento contro alla corrente superficie, faccia quella tornare indietro, e non bastando a esse onde alquanto elevarsi in alto, che al fine cadendo entran sotto le altre, e vanno al fondo, dove, trovando l' altra corrente del fondo, s'accompagna con essa. E perchè l'argine non è capace di questa multiplicazione, è necessario che esso fondale corso si raddoppi, se no l' acqua verrebbe a elevarsi molto fuori delle argini di essi fiumi » (MSS. C, fol. 25).

In un altro corollario della nuova Scienza delle acque correnti faceva il Castelli notare un puerile errore dell' architetto Giovanni Fontana, il quale, a spiegar come fosse una gran piena del Tevere passata sotto il ponte di Quattrocapi, diceva che tra quelle angustie v' era l' acqua premuta, quasi fosse bombice o lana. Ma, mentre Galileo si studiava di difendere l' Architetto romano, rassomigliando lo scorso di essa acqua *al nocciolo di ciliega, che premuto dalle dita scappa* (Alb. VI, 324), e il Castelli seguitava ad accampare quel suo principio, nella generalità indeterminato; Leonardo assegnava, di quella sopravvenuta velocità nello stretto della sezione, la causa vera e immediata, dicendo che la piena passa liberamente per gli archi dei ponti « perchè l' acqua, che passa per tali archi, cresce l' impeto, per avere gran peso di sopra » (MSS. I, fol. 87). La ragion poi di un tale accrescimento d' impeto, per il peso che sovrasta, è meglio spiegata altrove, e confermata dal fatto delle corrosioni degli argini e del fondo, nella proposizione, che Leonardo stesso così scriveva; « Ogni canale d' acqua, d' uguale obliquità e profondità e larghezza, che sarà in alcun luogo restretto, roderà il fondo dell' argine, dopo il transito di essa strettezza. Questo accade perchè, dove l' acqua è ristretta, ella s' alza di rietro a essa strettura, e, passando per esso loco stretto, vi passa con furore, perchè dichina: trova l' acqua di sotto, che non corre, e riceve impedimento, onde, seguitando la linea del suo descenso, vassene al fondo, e li cava, e con ritrose circulazioni si volta all' argine, e quello sotto cavando lo fa ruinare » (MSS. H, fol. 85).

Quando le nuove istituzioni idrauliche del Castelli mossero Galileo a scrivere la celebre lettera sul fiume Bisenzio, i discepoli di lui immediati e i successori salutarono in quella scrittura le prime applicazioni, fatte all' acque, della teoria de' gravi scendenti lungo i piani inclinati. Ma questa teoria, e quella applicazione, si sa bene oramai essere cosa molto più antica, avendo noi letto, ne' fogli manoscritti di Leonardo, e nelle pagine stampate del Cardano, che in ugual caduta perpendicolare sbocca l' acqua dai tubi ugualmente veloce. Ciò che però volevano quegli Autori s' intendesse delle velocità assolute, e no delle relative alle resistenze, cosicchè, sebbene in teoria sia vero che in B e in C (fig. 35) i due tubi AB, AC gettano con pari impeto; nonostante si vede in pratica uscire da C il liquido con minor foga, rallentatagli dalla più lunga confregazione contro le pareti del tubo. E perchè un medesimo fiume, che corresse al medesimo sbocco ora diritto ora torto, sarebbe come se ci venisse per un canale ora corto ora lungo; di qui presero quegli Idraulici la regola di torcere o di raddirizzare un alveo, secondo il riconosciuto bisogno di velocitar o di raffrenare l' impeto della corrente, come si legge in un capitolo di Leonardo, così intitolato: « *Del modo di dirizzare i fiumi, essendo con tardi corsi.* Perchè, quanto il fiume è più diritto, esso si fa più veloce e rode più forte e consuma l'argine e il fondo, onde a questi tali fiumi è necessario allargarli forte, o veramente mandarli per molte torture, o dividerli in molti

Figura 35.

rami. E se il fiume, per molte torture si facesse pigro e paludoso, allora tu lo debbi in modo dirizzare, che l' acque piglino sufficiente moto, e non che abbia a dare ruina di ripe o di argini. E quando sarà profondità vicino ad alcuna argine, allora si debbe tale loco riempire di gabbioni con fascine, e giova, acciò non cavi in modo sotto l' argine, che rovinandola abbia poi il fiume a fare un gomito nella tua possessione o villa, e raddirizzarvi suo corso » (MSS. I, fol. 82).

Dire che, in queste brevi parole, si conclude la scienza della Lettera sul fiume Bisenzio non è tutta, nè la miglior parte del vero: bisogna soggiungere che quella stessa scienza vi è corretta da' suoi errori più radicali, e perfezionata a quel modo, che poi fece il Viviani, costretto a ripudiare gl' insegnamenti del suo Maestro, troppo astratti dalla presente realtà delle cose. E la famosa questione della Laguna veneta, e de' benefizi o de' danni, che riceverebbe dalla diversione dei fiumi, non si trova ella, più magistralmente, che da' lunghi e battaglieri discorsi del Castelli, risoluta dalla brevità sentenziosa di questi motti? : « Se la superchia grandezza de' fiumi guasta e rompe i liti marittimi, devesi tali fiumi, poichè non si possono voltare in altri lochi, disfarli in minuti rivicelli » (MSS. I, fol. 111). E altrove, anche più a proposito, scriveva lo stesso Leonardo: « Lo atterramento de' paduli sarà fatto, quando in essi paduli fien condotti li fiumi torbidi. Questo si prova perchè, dove il fiume corre, di lì lieva il terreno, e dove si ritarda qui lascia la sua turbolentia. E per questo, e perchè nei fiumi mai l' acqua si ritarda, come nei paduli, nei quali le acque son di moto insensibile; mai in essi paduli il fiume debbe entrare per loco basso e stretto, e uscirne per ispazio largo e di poca profondità. E questo è necessario; perchè l'acqua corrente del fiume è più grossa e terrestre di sotto che di sopra, e l' acqua tarda de' paduli ancora è il simile, ma molto è differente la levità superiore delli paduli, alla gravità sua inferiore, che non è nella corrente de' fiumi, nelli quali la levità superiore poco si varia dalla gravità inferiore » (MSS. E, fol. 5).

Dietro queste cose, messe insieme con tutte le altre, che si son da noi particolarmente discorse, intorno alla scienza idraulica di Leonardo da Vinci; s' intende come, paragonandolo col Castelli, giustamente il Venturi, nel suo ben noto *Essai,* concludesse: *Le primier me paróit dans cette partie superieur de beaucoup à l'autre, que l'Italie cependant a regardé comme le fondateur de l'Hydraulique.* Dopo, fu un continuo ripeter l'acclamazione, ma si esagerò, non solamente in credere che fosse Leonardo inventore della scienza, ma in attribuirgli certi meriti, che son dovuti propriamente al Castelli, e i quali non consistono nell' aver egli avvertite le velocità, ma nell' avere insegnato il modo pratico di misurarle.

Quegli avvertimenti vedemmo che furono dati dagli stessi antichi Romani, e s' aveva dopo tanti secoli un bel predicare: « Tu, che compri l' acqua a once, sappi che tu ti puoi forte ingannare. Imperocchè, se tu tolli un' oncia in acqua morta, e un' oncia in acqua corrente contro al buso della tua oncia; un' oncia averai vicino alla superficie, un' oncia vicino al fondo, una

in traverso alla corsia » (MSS. H, fol. 78). Tali erano de' patiti inganni le remote cause generali, senza le parecchie altre, dallo zelante nostro Filosofo riconosciute. Ma quali rimedi si suggerivano da lui ai poveri ingannati? Il Castelli penetrò la causa prossima e particolare del malefizio, riducendola al trascurar che si faceva, nel misurare un solido, la sua lunghezza: ciò che egli dava ad intendere con l' esempio dell' oro o di altro metallo, tirato alla trafila. Ci sovviene che anche Leonardo si volse a un simile esempio, non meno argutamente, ma in proposito molto diverso, qual' è di dimostrare, in una maniera meccanica, che in solidi uguali stanno le altezze reciprocamente alle basi. Abbiasi, diceva, una quantità di materia dilatabile, come cera, e se ne formi un parallelepipedo con base quadrata. Trafilando la cera per un foro quadrato, che sia la quarta parte della detta base, ne uscirà un altro parallelepipedo, che alla misura si troverà quattro volte più lungo. E rispondendo sempre i particolari esempi con simile ragione, concludeva da ciò in generale: « Il corpo uniforme, che uniformemente si restringe, tanto acquista di lunghezza, quanto e' perde della sua larghezza » (MSS. E, fol. 8).

Il Castelli, in quell' allungamento del corpo duttile, quale pure è l' acqua che si restringe, riconobbe l' espressione della velocità, o dello spazio che lo misura, in relazione col tempo; cosicchè la questione della più giusta dispensa dell' acqua si veniva a risolvere per lui con l' orologio alla mano. Ma Leonardo non seppe sollevarsi punto sopra alla turba volgare, la quale non capiva come si potesse definir la lunghezza a un corpo, che mai non cessa di scorrere. E adducendo l' esempio dello schizzatoio, *che, quando il maschio si move un dito, l'acqua di fuori si è allontanata due braccia;* ne parla come di cosa ipotetica, e d' impossibile esperienza (*Arconati,* pag. 428, 29).

Il gelo della critica è finalmente venuto a bruciare le fronde tenerelle della Rettorica, ma se Leonardo, da inventore della Scienza, n' è rimasto un semplice cultore, coltivandola, la promosse forse più al di là di ogni altro discepolo di Giordano, perchè possedeva le virtù necessarie in grado più eccellente. La prima e principale di queste virtù noi la riconosciamo nella grande perizia, ch' ebbe delle Matematiche. È cosa veramente notabile che, mentre tutti si affaccendano a indicare ne' Manoscritti del Nostro speculazioni, scoperte e invenzioni di ogni genere, e tutte ammirande; nessuno abbia ancora avvertito la grande arte di lui, in maneggiar l' algebra e la geometria, da emulare, e da superare talvolta gli stessi metodi odierni, per la facilità delle dimostrazioni, e per l' eleganza.

Un' altra virtù consisteva in quella diligente pazienza d' osservare i vari fatti naturali, che non gli lasciava fuggire all' occhio la minima cosa. Una buona parte del libro, compilato dall' Arconati, s' impiega a descrivere le figure bizzarre e capricciose, alla superficie e nell' interno dell' acqua, che movendosi incontra ostacoli al suo libero corso, e secondo il modo di questi incontri ora si riflette, ora si rifrange, ora s' affila e intesse panneggiamenti, ora s' avvolge e fa vortici, girandole e cirri, da importar forse meno alla scienza, che all' arte della pittura. A questa artistica curiosità nondimeno de-

vesi l' osservazione della vena contratta, del meccanismo, che produce i ventri e i nodi in un fil d' acqua che cada, e di tanti altri fenomeni, osservati da Leonardo in recipienti con pareti diafane, immersevi polveri o altri minuti galleggianti colorati, per rendersi meglio visibili i complicati moti intestini. Ond' è facile intendere come giungesse così a fare scoperte, l' onor delle quali poi si distribuì fra il Mariotte, il Newton e il Poleni.

V.

Le tradizioni di quella Scienza, la quale ora desta in noi la maraviglia, non sapremmo dire se più per i grandi progressi fatti da lei, o per essere stata dimenticata; derivarono, come da triplice fonte, da Archimede, da Frontino e dal Nemorario. Ma la vena intima alimentatrice si può dire che fosse una sola: quella cioè, che si sentiva scorrere in mezzo a' due libri *De insidentibus aquae.* E perchè la loro pubblicazione era naturale che venisse a dare nuovo e validissimo impulso a questi studii, l' importanza dell' argomento c' invita a trattenerci attorno più particolarmente il discorso.

Si disse già come fosse condotta la versione latina del trattato *περί ὀχουμένων*, e come questa pervenisse nella penisola insieme con le altre Opere meccaniche di Archimede. Rimasto il codice lungamente negletto, nel secolo XIV si dette opera a copiarlo, e il copiatore premetteva, ripetendola innanzi a ogni libro distinto, un' avvertenza, nella quale scusavasi delle lacune, e de' frantesi, per essere, com' egli diceva, il codice, in certi punti, così lacero, da non si poter leggere in nessun modo. Altre copie se ne presero, conformi in tutto e per tutto con questa, e n' ebbe una il Vescovo di Padova, d' onde si diffusero le altre, venute a mano di Leonardo da Vinci, e un poco più tardi del Tartaglia, e del cardinale Cervini, poi papa Marcello II, che ne fece dono al Commandino.

Sentì il Tartaglia tanto gusto della bellezza matematica di quelle dottrine, che per comun benefizio pensò di pubblicarle. Ma se la Scienza da una parte lo confortava, veniva dall' altra a disanimarlo la Filologia, a che, non potendo reprimere l' incredibile ardore, trovò rimedio, pubblicando le sole cose in latino, come l' aveva trovate, e scusandosene a quel modo, che aveva fatto il primo copiatore, l' avvertenza del quale trasfuse nella sua prefazione. Anzi, perchè il libro secondo *De insidentibus aquae* era di così sottile e oscura materia, da non giovare a bene interpetrarlo nemmeno la scienza; trovatosi il poco esperto editore da ambedue le parti sopraffatto e vinto, pensò di lasciarlo indietro, non riducendo nella sua compilazione che il primo.

Morto nel 1557 il Tartaglia, furono i manoscritti di lui venduti a Curzio Troiano, tipografo-editore in Venezia, il quale, avendo tra quelle comprate carte ritrovata la trascrizione del secondo libro *De insidentibus hu-*

mido, non esitò di darlo, nella sua propria officina, alla pubblica luce. Nel dedicare l' opuscolo a Fabrizio de Nores, dop' aver detto che si crederebbe meritevole di riprensione, se egli, che aveva in mano le rimaste scritture del grandissimo Tartaglia, ne avesse dinegato lo studio agli uomini letterati; cosi soggiungeva: « Quare, cum habeam adhuc apud me Archimedem *De insidentibus aquae,* ab ipso Nicolao in lucem revocatum, et quantum ab ipso fieri potuit ab erroribus librarii emendatum, et suis lucubrationibus illustratum; videor fraudare omnes literatos sua possessione, ni omnia, quae huius ingeniosissimi viri apud me restant, in lucem emisero, et omnibus ea communicavero. »

J. L. Heiberg, dando alla Biblioteca teubneriana di Lipsia le opere di Archimede, da sè recensite, tradotte in latino e illustrate; al titolo *De iis quae in humido vehuntur* sottoponeva questa nota: « Librum 1 primus edidit N. Tartalea, Venetiis 1543. Deinde ex schedis eius et primum et secundum librum edidit Troianus Curtius, Venetiis 1565. Hanc interpetrationem emendavit F. Commandinus, Bononiae 1565 » (Vol. II, 1881, pag. 359).

Ma com'è possibile che il Commandino conducesse in pochi mesi quella sua, che da ogni parte apparisce penosissima emendazione, e anzi di più ritrovasse, in tal brevissimo tempo, quelle sue laboriosissime proposizioni dei centri di gravità de' solidi, l' argomento delle quali confessa essergli stato suggerito dalla meditazione del secondo libro idrostatico di Archimede? Il Torelli, nella prefazione a tutte le Opere del Siracusano, suppose che il Tartaglia e il Commandino s' abbattessero ne' libri περὶ ὀχουμένων quasi nel medesimo tempo, benchè l' uno indipendentemente dall' altro. « Caeterum, egli dice, cum Commandinus in libros, quos memoravimus, eodem fere tempore incidisset, quo illos Tartalea invenit; egregiam in iis operam insumpsit » (Oxonii 1792, pag. XVIII). Cosicchè, verso l' anno 1543, suppone il Torelli che i libri idrostatici di Archimede capitassero alle mani del Matematico di Urbino. Ma in questo caso non si comprenderebbe perchè non gli raccogliesse fra le altre opere del medesimo Autore, le quali egli stesso pubblicava nel 1558, con tant' amorosa diligenza, in Venezia. Fu da questo notato difetto anzi indotto il cardinale Cervini a fare il dono al diligentissimo editore, il quale, dicendo di averlo ricevuto non molti anni prima del 1565 (Lettera dedic. del libro *De centro gravitatis*), ne fa con certezza argomentare che ciò accadesse circa l' anno 1560, diciassette o diciotto anni dopo il Tartaglia.

Così, anche quei cinque anni, che precedettero la pubblicazione, essendo tempo sufficiente a commentare i libri *De iis quae vehuntur in aqua,* e a preparare il trattato *De centro gravitatis solidorum,* si vengono a togliere l' inconvenienze, che nascono dalle posizioni del valoroso, e benemerito professore di Copenaghen, il quale, se avesse ripensato a queste cose, si sarebbe anche insieme deliberata la mente da que' suoi dubbi, espressi ne' Prolegomeni al Commentario di Eutocio, dove si fa maraviglia che il Commandino, successore immediato nell' ufficio di editore al Tartaglia, non ne profferisca

mai il nome. « Is (Commandinus) in praefatione editionis librorum περί ὀχουμένων, fol. 2, hacc habet: *Cum enim graecus Archimedis codex nondum in lucem venerit, non solum is qui eum latinitate donavit multis in locis foede lapsus est, verum etiam codex ipse, ut etiam interpres fatetur, vetustate corruptus et mancus est.* His verbis Tartaleam et descriptionem codicis eius, quam ex praefatione eius supra attuli, significari adparet, et miramur cur nomen eius non nominaverit » (Archim., *Op. omnia,* Vol. III, pag. XXXII). Alla pagina XXIX infatti aveva l' Heiberg trascritte queste parole, con le quali il Tartaglia cominciava la sua prefazione all' edizione delle Opere meccaniche d' Archimede: « Cum sorte quadam ad manus meas pervenissent fracti, et qui vix legi poterant, quidam libri manu graeca scripti illius celeberrimi philosophi Archimedis..... » Ma queste medesime espressioni vedemmo essere nell' avvertenza del copiatore antico, la quale avvertenza leggendo il Commandino riportata nel suo manoscritto credè che fosse di colui, che aveva fatta la traduzione latina, direttamente dal testo greco.

La maraviglia dunque dell' illustre editore tedesco dipende tutta dall' avere ingerita l' opinione che il Commandino avesse condotte le sue recensioni sopra la pubblicazion del Tartaglia, nella quale consistesse il libro donatogli dal cardinale Cervini: opinione comunemente invalsa, e che fu tenuta anche da noi, prima di considerare che il detto libro era il manoscritto, di cui s' è discorso di sopra, e che il Cardinale consegnava al Matematico di Urbino, raccomandandogliene la pubblicazione, quando quella del Tartaglia giudicavasi troppo informe, e ritrovavasi mancante della sua seconda parte. Se, nella dedica infatti del libro *De centro grav.*, quelle parole *non multos abhinc annos Mareellus II Pont. Max., cum abhuc cardinalis esset, mihi, quae sua erat humanitas, libros Archimedis de iis quae vehuntur in aqua latine redditos dono dedit,* lasciano ambiguo il lettore intorno all' essere il libro, di cui si parla, o manoscritto o stampato; dalla dedica del *De iis quae vehuntur in aqua* chiaramente apparisce che si trattava della pubblicazione di un codice, simile a quella, che l' Autore stesso ivi dice avere già fatta degli analemmi di Tolomeo. « Quod tibi (al card. Ranuccio Farnese, a cui l' edizione si dedicava) superioribus diebus pollicitus sum, cum libellum Ptolomaei De analemmate in lucem proferrem, brevi fore ut Archimedis etiam libri De iis quae in aqua vehuntur et emendatiores, et fortasse opera mea illustriores ederentur..... »

Essendo così dichiarata l' indipendenza della pubblicazione del Commandino, da quella del Tartaglia, si può giudicare quanto fuori del segno cogliessero le congetture dell' Heiberg, per risolvere gli esposti dubbi, e altri nuovi, che nascevano intorno alla questione, la quale quanto più maneggiavasi, per trovare il bandolo della matassa, e più si arruffava. « His omnibus rebus adductus, nunc in eam potius partem inclinaverim, ut putem Tartaleam, ex Codice illo graeco antiquo et dilacerato, ceteros libros ipsum latine interpetratum esse. Sed librum I *De insidentibus aquae,* sicut etiam li-

brum II ei e graeco latine conversum, nescio quo modo oblatum esse » (*Op. Archim.*, Vol. III cit., pag. XXXII).

La nuova risoluta questione, intorno ai due primi editori de' libri idrostatici di Archimede, giova a risolvere definitivamente anche quell' altra, che riguarda il codice greco. Quando il Tartaglia diceva, in quella sua prefazione, essergli per sorte pervenuti alcuni libri di Archimede, *manu graeca scripti*, era da eccettuare il trattato *De insidentibns aquae,* di cui trovò la sola traduzione latina, senza il testo greco a fronte, come avevano gli altri. Nè ciò è un induzione, ma un fatto attestato dallo stesso Tartaglia, chi ben l' intende, nella lettera dedicatoria al conte Landriani. Il medesimo fatto poi è confermato dal Commandino, il quale, benchè credesse, come avvertimmo, essere il codice che aveva fra mano quello, in cui si dava la version di Archimede, fatta direttamente dal testo greco; il vero testo greco nonostante dice che *nondum in lucem venit.* E come s' ha, dalle stesse parole del Tartaglia, espressa la notizia che di quel codice nient' altro era rimasto, che le figure illustrative; così è ripetuto dal Commandino, nel luogo da noi citato dal suo Commentario.

Ciò basti a noi aver detto, per quel che s' appartiene alla storia di una pubblicazione, la quale tanto efficacemente sarebbe concorsa a promovere la scienza idrostatica. Son fra que' primi promotori senza dubbio da annoverare ambedue coloro, che tanto cooperarono a diffondere la notizia, e lo studio dei libri archimedei, benchè ne siano i meriti, nell' estimazione e nel grado, molto diversi. Il Commandino supera di gran lunga, nella diligenza e nella critica necessaria a un editore, il Tartaglia, così rude in ogni genere di letteratura, da far veramente maraviglia che l' Heiberg se lo immagini tutto intento a compulsare codici greci e latini, con gli avvedimenti dell' arte, e con la minuziosa pazienza di un moderno critico tedesco. Esso Heiberg non potè passar senza nota l' errore lasciato trascorrere in fronte, nella prima aperta del libro: *Incipit liber Archimenidis de centris gravium valde planis aequerepentibus,* e l' attribuisce alla negligenza del tipografo. Ma ripensando come costui era quel veneziano Venturino Ruffinelli, che tanto correttamente poi stampò i nove libri intitolati *Quesiti et inventioni diverse,* si direbbe piuttosto che la differenza nasceva dallo stampare nel materno vernacolo lombardo, o nella lingua latina, rispetto alla quale essendo, editore e tipografo, simili a un cieco, che si facesse guida a un altro cieco, non fa maraviglia che ambedue cadessero nella medesima fossa. Un tal giudizio vien confermato da altri esempi, come da questo: *Explicet liber Archimedis de centrum gravitatis vel duplationis aequerepentibus* (*Opera Archim. per N. Tartaleam,* Venetiis 1543, fol. 19). E perchè tali erano per così dire le rubriche, dall' editore aggiunte al manoscritto, si può di qui giudicare quanto valesse il Tartaglia nella lingua latina, persuaso talmente essere il vero titolo de' libri di Archimede, intorno agli Equiponderanti, qual' egli lo faceva stampare al Ruffinelli, senz' avvedersi del bisogno che v' era di correggervi *vel de planis* sulle bozze di stampa; che torna, nel Ragionamento

primo sopra la sua *Travagliata inventione,* a citare i detti libri, con la stessa sicurtà e franchezza, *De centro gravium valde planis aequerepentibus* (pag. 18). E un tal uomo si vuol far credere il traduttore dal latino di un codice greco?! Ma se il Tartaglia è inferiore al Commandino, in letteratura, ei lo supera lungamente nella scienza, perchè mentre l' uno non è che un semplice commentator di Archimede, e non sempre felice come vedemmo, l' altro lo promove a tal punto, che è bene segnar con lapide, perchè sembra essere stato sepolto dalle sabbie portatevi sopra dai venti del deserto. Intendiamo dire della tooria e della pratica di ritrovare i pesi specifici dei varii corpi, che rimaste, per pregiudizi e per ambizione, dimenticate, riapparvero un mezzo secolo dopo, nel Ghetaldo e nel Galileo, come nuove.

Dalle varie scritture dello stesso Tartaglia si ricava qual si fosse l' origine, e l' occasione di dimostrare la scienza, e d' insegnar l' arte da misurare quanto un solido o un liquido fossero, rispetto all' acqua, più o meno gravi. Egli era a Brescia sua patria, quando giunse la notizia che una nave carica erasi affondata presso a Malamocco, nè, per qualunque arte vi si fosse usata attorno, era stato possibile recuperarla. Un' altra nave, che similmente affondò poco dopo, e, per l' esperienze fattesi nella prima, perduta ogni speranza di riaverla, benchè ne rimanessero a fior d' acqua la poppa e la prora; si decretò di ridurla in pezzi, e sgombrarne poi il porto da' rottami. « Ond' io, dice il Tartaglia al doge Francesco Donato, considerando di quanto danno era il rompere un simil vaso, oltre la perdita del cargo, deliberai da investigare qualche modo, over regola da sovenire a tai dannose occorrentie. Onde, havendone ritrovata una generale et indubitata, me apparso per comun benefitio di questa magnifica Città da dichiarare, et figuralmente delucidare tal regola, nella presente operina » che nel 1551 si dava, nella stessa Venezia, alla luce, col titolo di *Travagliata inventione.*

È divisa la detta operina in tre brevissimi libri, benchè l' argomento sia quanto alla sostanza esaurito nel primo, in cui, supponendo la media gravità specifica del carico della nave ridotta a quella di un solido omogeneo, come terra cotta, marmo, ferro, piombo, rame, oro, ecc., si assegnano le minime dimensioni al vacuo di un vaso di legno, perchè, caricatosi di un determinato volume del tale o del tale altro solido, potesse ivi dentro sostenersi a galla. Ma sembrando difficile l' imbragare, per via di strumenti, il solido sommerso per sollevarlo, senza l' assistente mano dell' uomo; immaginò l' Autore, e poi descrisse nel secondo libro una macchina, nella quale a tutto si provvedeva, per calarsi a lavorare giù sul fondo marino, fuor che alla cosa principale, qual' era il modo di respirare in un piccolo vaso chiuso: modo, che, conseguitosi poi senza molta difficoltà, dette l' invenzione del Tartaglia perfezionata in quell' utilissimo strumento peschereccio, da gran tempo conosciuto sotto il nome di *Campana del palombaro.* Nel terzo libro finalmente si raccolgono, da varii autori e dalle tradizioni popolari, i segni delle mutazioni dell' aria o dei tempi.

Ma ritornando alla parte sostanziale dell' invenzione, « acciocchè, dice il

Tartaglia, se ne habbia generale dottrina, per recuperare ogni specie di colosso affondato, cioè de ogni specie di corpo solido, o sia di pietra, over di ferro, over di stagno, over di rame, over di piombo, over di argento, over di oro (come che facilmente occorrer potria di affondarlo volontariamente, in tempo di guerra, per salvarlo, e da poi saperlo anchora con ragion recuperare) bisogna tener questa regola: Sel solido per longo tempo affondato fosse de pietra cotta (detta matone, over quadrello) da poi che afferrato fusse, saria necessario a tuor tanti para di navi over navigli, barche over burchii, che tutti li vacui de quelli in summa non fussen men che quadruppli all' area corporale di quel tal solido affondato. E se per sorte il solido, già longo tempo affondato, fusse di pietra marmorina, bisogneria che l' area corporale de tutti li vacui di detti legni over vasi in summa non fusseno men che settupli all' area corporale de l' affondato solido, cioè sette volte tanto » (pag. 67). E seguita a dar similmente la regola, nel caso che il solido affondato fosse ferro, piombo, rame, argento, oro. Una tal regola poi facilmente si comprende come fosse fondata nell' invenzione dei pesi specifici delle dette terre e metalli, ma, non essendo quivi il luogo di renderne le ragioni, il Tartaglia vi supplì con alcuni Ragionamenti, ne' quali si dava scienza di ciò, che solo praticamente aveva prima insegnato ai marangoni. E perchè tale scienza derivava necessariamente dai principii idrostatici, per l' antico Maestro già dimostrati, nel Ragionamento primo sopra le cose dette nel principio della *Travagliata inventione* « se dichiara volgarmente quel libro di Archimede siracusano, detto *De insidentibus aquae,* materia di non poca speculatione et intellettual dilettatione » ciò che l' Autore fa risaltar dalle parafrasi e dai commenti, a cui gli porge occasione quel suo compare Riccardo Ventvorth, insiem col quale dialogizzando si studia di abbellire in qualche modo il discorso.

Questo primo ragionamento serviva di preparazion fondamentale alle dottrine, che si dimostrerebbero nel secondo, intorno al determinar la forza necessaria per sollevar la nave sommersa, e distingue il caso importante che il fondo di lei sia circondato dall' acqua, come avviene quando fosse caduto sui sassi, o sia da essa acqua escluso, come quando riman confitto nell' arena. Dicevasi questa distinzione importante, perchè si riduceva alla question della baga di Leonardo da Vinci messa in fondo all' acqua del pozzo, dal modo di risolver la quale si deciderebbe de' progressi che, nel riconoscere l' azione delle pressioni *sursum,* per riflessione delle pressioni *deorsum,* avrebbe fatto in quel tempo la Scienza, la quale si può dunque concludere che si rimanesse stazionaria, perchè il Tartaglia attribuisce la maggiore o minore difficoltà di riaver la nave, nei due detti casi, a ragioni immaginarie, sostituite in luogo delle vere non conosciute.

« Hor perchè, egli dice, sia mo tanto e tanto difficile separare il corpo da un fondo pantanoso, over arenoso, da quello che sia da un sassoso; la causa è questa: Che in un fondo sassoso tutto il detto affondato corpo è abbrazato et circondato dal' acqua, accettuando quella poca parte, che tocca

il detto fondo sassoso, la qual parte ancora, quanto che è più accuta, cioè che tocca manco del detto fondo, tanto è più facile a separarlo da quello, perchè l' acqua, che ha da empire quel luoco, che lassarà il detto corpo nella sua assensione; è ivi presente, cioè che non ha da venire da loco molto lontano, e però il detto corpo, non ha tanta difficoltà a tirare da longinque parti, come che gli occorreria, quando che fusse in gran parte sepulto nel pantano, over sabbia, nella qual positione gli bisogneria tirare la detta acqua dalla suprema parte di quella sua cassa pantanosa, over arenosa, per fin nella infima parte di quella. E perchè tal acqua non puol così immediate, over in un istante, discorrere in tal parte infima, ma solamente in tempo, e la Natura non permette che un loco possi restar vacuo per alcuno minimo spacio di tempo; e perciò è cosa molto e molto più difficultosa a separare un corpo grave da un fondo pantanoso, di quello sarà in un fondo sassoso » (pag. 27).

Smossa che sia l' arrenata mole dal fondo, la maggiore o minor forza, che tuttavia ve la trattiene, dipende solamente dal maggiore o minore peso specifico, cosicchè, conosciutosi questo, s' avrà anche insieme la misura di quella, e della contraria potenza sollevatrice. Or il Tartaglia annunzia di aver trovati i pesi specifici di varie sorta di corpi, quale annunzio destò in Riccardo la curiosità di sapere com' avesse fatto a misurarli con tanta precisione, che pareva sì difficile ad ottenersi co' metodi antichi. Qe' metodi infatti, derivando dalle tradizioni archimedee, consistevano nel pesare il corpo in aria, e poi, sommersolo in un vaso pieno, pesar l' acqua versata, non poca parte della quale, come quella rimasta a bagnar le pareti, andando dispersa, era potissima causa del non si corrispondere esattamente insieme i due comparati volumi. Il Tartaglia rimediò a questo, e ad altri inconvenienti, pesando il medesimo corpo prima in aria, poi in acqua, e desumendone la gravità specifica dalla differenza de' due pesi, in virtù della VII proposizione archimedea. Così egli fu il primo a inventare, e a far uso della *Bilancetta idrostatica,* ch' egli stesso così descrive, per sodisfare alla sopra accennata curiosità del suo Riccardo:

« Ve dirò, compare, volendomi certificare che proportion havesse la pietra cotta (detta matone over quadrello) in gravità con l' acqua. Io pesai due pietre cotte, over quadrelli, sottili, li quali trovai essere libbre 7, once 2 alla grossa, et da poi li legai con uno spagheto longheto attacato a li ancini della stadera, over piombino, et questo feci, acciò che li detti ancini non intrasseno nell' acqua, dove faceva conto di pesarli, et così con tal cautella li ripesai in un vaso di acqua dolce, ed in quella li trovai esser solamente libbre 3, once 5, onde, per la VII di Archimede, tanta acqua, quanto saria li detti due quarelli, veneria a pesare libbre 3, once 9, cioè la differentia, che è fra le libbre 7, once 2, che, pesò in aere, e le libbre 3, once 9, che pesò in acqua. Per la qual cosa io conclusi che la proportione della pietra cotta all' acqua, in gravità, fusse come da once 86 a 41, che saria più che doppia in gravità. Ma, per certificarmi meglio, il giorno seguente ripesai li dui

medesimi quarelli, li quali trovai in aere essere libbre 7, once 9, cioè crescerno once 7, per essere imbeverati di acqua, et da poi li ripesai in acqua, e li retrovai libbre 3, once 9. La differentia di questi due pesi saria libbre 4, onde, secondo questa seconda sperientia, la proportione di tal pietra cotta all'acqua in gravità saria come once 93 a 48, cioè men che doppia. Onde, per esser molto il variare di tal sorta di quadrelli, e tal hor uno è più grave de l'altro per la humidità e siccità, pigliai il mezzo di queste due sperientie, cioè conclusi che la proportione della detta pietra cotta in gravità con l'acqua essere circa doppia » (pag. 30).

Di poi, seguita a dire il Tartaglia, pesai una palla di marmo, e la trovai in aria once 7, e in acqua once 5, di modo che ne conclusi stare il peso del marmo, a quello di un ugual volume di acqua, come 7 a 2. E come 19 a 3 trovò per il ferro, come 65 a 10 per il rame, come 30 a 3 per il piombo, come 313 a 32 per l'argento, e finalmente come 17 a 1, per l'oro. « Ces pesanteurs, osserva il Libri, semblent en general un peu trop flaibles, mais il faut remarquer que non seulement Tartaglia, qui les determinait en observant combien un corps perduit de son poids lorsqu'on le plongeait dans l'eau, ne se servait pas d'eau distillée, mais que de plus, faisant ses experiences a Venise, dans le dessein surtout de les appliquer au sauvetage des vaisseaux submergés, il employait peut-être l'eau de la mer pour unité » (*Histoire des sciences mathem.*, T. III, a Paris 1840, pag. 166).

Se l'acqua in cui immergeva i corpi il Tartaglia, non era distillata, sappiamo però da lui stesso che era pura; « Sel fusse possibile a formare un cubo di *acqua pura,* che fusse poniamo un piede per fazza, formandone poi un altro simile, et uguale in quantità di detta pietra cotta, dico che il detto cubo di pietra cotta pesaria circa il doppio di quello, che pesaria quel cubo di acqua » (pag. 28). Che se lo Storico dalle Matematiche in Italia potè sospettar che il Tartaglia riferisse le proporzioni de' pesi all'acqua marina, convien dire ch' ei non leggesse questa avvertenza, premessa dall'Autore alla descrizione della Bilancietta idrostatica, e alla tavola de' pesi specifici ritrovati con essa: « Tutte queste proportioni delli detti corpi materiali con l'acqua sono state da me ritrovate con l'acqua comune di pozzo, cioè dolce e non salsa, e però, essendo la salsa alquanto più grave della dolce, varierà alquanto, ma poco » (pag. 30). Per cui, se i pesi, nella detta Tavola descritti, non solo sembrano, ma son veramente *un peu trop faibles;* non è da attribuir ciò ad altro che all'impurità de' metalli sottoposti alle esperienze: considerazione che non poteva essere sfuggita al Tartaglia, il quale perciò non intese dare i pesi specifici del rame, dell'argento e dell'oro puri, ma quali ei gli trovò alligati nelle monete, che erano allora in corso nel Regno veneto, come bagatini, mocenighi, ducati: così, nella proposta Tavola, qualificatisi, per prevenire i dubbi di chi fosse per ritrovare altre proporzioni, in oggetti formati di metalli, che vanno sotto que' medesimi nomi.

Fin qui non esce fuori il Tartaglia del campo della Fisica, ma egli vuol coronare la sua invenzione di quattro Teoremi, che egli giudica degni di

essere aggiunti a quelli dello stesso Archimede. « Quattro altre ingegnose proposizioni, compare honorando, oltre quelle dette da Archimede, vi voglio in questo loco narrare dimostrativamente, delle quale la prima è questa: *La proportione de ogni dui corpi gravi in grandezza, o sia de un medesimo, overo de diversi generi, è si come la differentia del peso de luno de quelli in aere al peso de quel medesimo in acqua, alla differentia del peso del altro in aere al peso di quello medesimo in acqua.* »

« Sia uno de dui corpi A, et sia C tanta acqua a quel eguale in grandezza, et il peso di tal acqua sia E. Et sia simelmente B l'altro corpo, et D sia l'acqua a quello uguale in grandezza, et F sia il peso di quella acqua. Perchè adunque, compare carissimo, l'acqua C è uguale al corpo A in grandezza, e similmente l'acqua D è uguale al corpo B; permutatamente la proportione del A al B sarà siccome del C al D, e la proportione, che è dalla acqua C alla acqua D, quella medesima sarà del suo peso E al peso F. Adunque, per la XI del V di Euclide, la proportione del peso E al peso F sarà si come del corpo A al corpo B in grandezza. E perchè il peso E, per la VII del nostro Archimede, viene a esser la differentia del peso del corpo A in aere, al peso di quel medesimo in acqua, e così il peso F vien a esser la differentia del peso del corpo B in aere, al peso di quel medesimo in acqua; per il che seguita il proposito » (pag. 31, 32).

Si possono dunque scrivere, secondo questo discorso del Tartaglia, le proporzioni $A : B = C : D = E : F$, nelle quali A, B sono i volumi di due corpi, a cui corrispondono due uguali volumi di acqua C, D: ed E, F sono le differenze de' pesi di quegli stessi corpi in aria e in acqua. Chiamate $P - p$, $P' - p'$ queste differenze, V, v i volumi, avremo perciò $V : v = P - p : P' - p'$. Ora, perchè, secondo la loro naturale definizione, le gravità specifiche stanno come i pesi assoluti, divisi per i volumi; dunque staranno anche com' essi pesi assoluti, divisi per le differenze de' pesi in aria e in acqua, d' onde una nuova espressione della gravità specifica.

Da questa proposizione trae il Tartaglia un nuovo e importantissimo corollario: Se v è il volume noto di un cubo, rispetto al quale siasi, per mezzo della Bilancetta, trovato il valore di $P' - p'$, e se V è il volume incognito di qualunque forma irregolare di corpo, per cui siasi col medesimo strumento determinato il valore di $P - p$; è manifesto che, per la superiore equazione, sarà noto il valore di V. Per cui, specialmente ripensando che il Mantovani e il Viviani darebbero questa come una loro novità, s' intende quant' avesse giusta ragione il Tartaglia di far dire all' interlocutore suo Riccardo: « Compare, questa è stata certamente una bellissima e utile propositione et demostratione, perchè con grandissima facilità se può cognoscere l'area corporale de ogni strania forma di corpo, il che importa assai, perchè saria impossibile a poterla investigare, nè sapere, per i semplici termini di Geometria » (ivi, pag. 32).

Nella sua seconda proposizione il Tartaglia insegna a trovare il peso specifico di due liquidi, per esempio acqua e olio. Presi de' due detti liquidi

volumi uguali, non è dubbio che, dalle due equazioni $G = P : V$, $g = p : v$, si ha le gravità specifiche proporzionali ai pesi assoluti. Ond'è che s'otterrebbe con facilità la desiderata invenzione, per via della Stadera ordinaria, pesando il medesimo vaso, per esempio un fiasco, prima pieno d'acqua, e poi di olio. Ma vuole il Nostro, anche in questo caso, applicar la Bilancetta, osservando che, per la VII del primo di Archimede, i valori, rappresentati con P, p si possono avere dalle differenze che ne resultano, pesando il medesimo oggetto, di qualunque materia egli sia, prima nell'aria, e poi nell'un liquido e nell'altro, per cui quella sua detta proposizione seconda fu dall'Autore stesso così formulata: « *Se la proportione del peso de alcun corpo in duoi diversi liquori et in aere sarà nota; la proportione della gravità de l'uno de quei liquori, alla gravità de laltro secondo la specie, sarà manifesta* » (pag. 32).

Dalla stabilita proporzione poi $V : v = P - p : P' - p'$, e da quell'altra $G : g = \frac{P}{P - p} : \frac{P'}{P' - p'}$, conclusa già nella prima di queste proposizioni, scende senz'altro dimostrata la III dello stesso Tartaglia: « *Se li pesi in aere et in acqua de dui qual si voglia corpi, poniamo di oro e di argento, saranno noti; le proportioni de quelli medesimi corpi, in grandezza et secondo la specie, saranno note* » (ivi).

Nella quarta proposizione, pur procedendo analiticamente, come nella passata, si cerca una formula generale, che renda possibile la risoluzione di questo problema: « *Ritrovare la proportione della grandezza, et la proportione della gravità, secondo la specie, de dui corpi, di quali l'uno sia di natura più grave di lacqua, come è il ferro, et l'altro di natura più leggier di lacqua, come è la cera.* » Risoluto il problema, così l'Autore immediatamente soggiunge: « Con la evidentia di questa propositione egli è possibile, de un corpo misto di dui corpi differenti in gravità, poniamo di oro e di argento; a dichiarare quanto vi sia dentro dell'uno, e quanto dell'altro » (ivi, pag. 33, 34).

La formula infatti, alla quale conduce il ragionamento del Tartaglia, si traduce facilmente in quest'altra, chiamata G la gravità specifica del misto, p, p' i pesi assoluti dell'oro e dell'argento, v, v' i volumi: $G = \frac{p + p'}{v + v'}$. E perchè, supponendo esser P il peso assoluto del detto misto, è manifestamente $p' = P - p$, e $v = \frac{p}{g}$, $v' = \frac{p'}{g'}$, intendendosi per g, g' le respettive gravità specifiche dell'oro e dell'argento; avremo dunque $G = P : \left(\frac{p}{g} + \frac{P - p}{g'}\right)$, d'onde $p = \frac{Pg\,(g' - G)}{G\,(g' - g)}$. Ora, avendosi il valore di P dalla Stadera, e dalla Bilancetta idrostatica i valori di G, g, g'; sarà dunque noto p, ossia il peso dell'oro, e verrà per esso notificato altresì il peso dell'argento, perchè $p' = P - p$, « la qual regola, giustamente ne conclude il Tartaglia, sarà molto e

molto piu certa et men fallace di quella, che nara Vitruvio et altri autori haver trovata Archimede, per cognoscer la fraude del artefice nell' aurea corona di Hierone. Perchè tal sua via non servirà, salvo che in una gran massa di oro. Ma con questa se potrà conoscere tal fraude pontualmente, in un ducato, et men de un ducato doro, domente che (purchè) si sia diligenti nel operare » (pag. 34).

La critica, fatta così dal Tartaglia al metodo attribuito ad Archimede, è giusta, per le ragioni accennate di sopra, e perchè, se l' oggetto è piccolo, può essere che, nell' infonderlo, o non si versi nulla dell' acqua del vaso colmo, o che non si versi tutta, perchè la pellicola superficiale, prima di squarciarsi, rigonfia, e non versa che dalla parte, dov' è avvenuto lo squarcio. Così fatti inconvenienti si evitano manifestamente con l' uso della Bilancetta, la quale, dando in ogni modo la differenza del peso, per qualunque minimo corpo, fa che senza difficoltà, e con tutta la precisione, se ne possa conseguire l' intento.

Tali erano le utilissime promozioni che dopo la prima metà del secolo XVI, ebbe l' idrostatica di Archimede. Ma perchè s' aggiungevano a queste tradizioni antiche quelle altre, derivate da Frontino, anche da tal parte fu, in quel medesimo tempo, la scienza utilmente promossa. Nel 1554, insieme con altri opuscoli geometrici di Giovanni Buteone, ne uscì in Lione alla luce uno, che s' intitolava *De fluentis aquae mensura.* L' Autore, dopo avervi diligentemente esaminati i Commentarii sopra gli Acquedutti romani, conclude che così Frontino come tutti gli altri Scrittori, prima e dopo lui, quant' erano stati solleciti, in avvertire alcune cause alteratrici della velocità delle acque correnti, e perciò della loro misura; altrettanto s' erano dimostrati incerti, in suggerirne i rimedii. « Multa igitur, poi soggiunge, scrupulose mihi denique cogitanti, illa tandem subiit animum cogitatio ut quemadmodum tempus ipsum aqua stillante metitur, sic et fluentis aquae modum mensura temporis veluti mutua posse constitui » (*J. Buteonis Op. geometrica, nunc primum impressa*, Lugduni 1554, pag. 71). E il modo, che suggerisce, consiste nel dar, nel medesimo istante, esito all' acqua della conserva e della clessidra, cosicchè il riempimento di un vaso di nota capacità, per esempio di un piede cubico, corrisponda a un determinato tempo, come sarebbe un minuto. Chiamandosi la detta capacità, per conformarsi con Frontino, quinaria, è certo, dice il Buteone, che, volendosi dare due, o tre o quattro quinarie, si farà passar l' acqua dalla medesima cannella per due, o tre o quattro minuti, e così verranno misurate giustamente le dispense dalla preparata conserva, che sempre si mantenesse alla medesima altezza, misurando le parti proporzionali del tempo. « His itaque rationibus et exemplis, ni fallor, et antiquorum error manifestus, et emendatio probabilis erit. Et ita ad fluentis aquae mensuram se nostrum habet inventum » (ibid., pag. 72).

Oltre a quelle, raccolte dai libri di Archimede e di Frontino, provenivano altre nuove tradizioni alla Scienza dagli insegnamenti del Nemorario, la fecondità de' quali vedemmo rigogliosamente apparire ne' Manoscritti di Leo-

nardo da Vinci, e nelle pubbliche opere del Cardano. Ma, dopo la prima metà del secolo XVI, parve che di queste ultime tradizioni, per cui si videro applicate ai liquidi le velocità, che sollecitano tutti i gravi cadenti; ne rimanesse spenta ogni notizia. Basti a provar ciò l'esempio del Benedetti, in quella, che egli intitolava: *Nova solutio problematis de vase pleno liquoris.* (*Speculat. liber. Epistolae,* Venetiis 1599, pag. 289).

Proponevasi il caso di un tino pieno, con tre cannelle al fondo di varia grandezza, la prima delle quali valesse a evacuarlo in un' ora, la seconda in due, e la terza in tre: domandavasi in quanto tempo, lasciando dette cannelle aperte tutt' e tre insieme, voterebbero quel medesimo vaso. « Ad hoc volo, risponde il Benedetti, ut quaeratur primo quanta pars aquae unaquaeque fistula evacuabit in aliquo dato tempore, quod facile est, ut puta prima fistula spatio dimidiae horae evacuabit dimidium vas, eo quod spatio integrae horae potest totum evacuare: secunda fistula, eodem temporis spatio, evacuabit quartam partem ipsius vasis; tertia vero fistula, eodemmet spatio temporis dimidiae horae, evacuabit sextam partem ipsius vasis » (ibid.).

Pare impossibile che un tale uomo profferisse cose tanto contrarie alla ragione e all' esperienza, e, se non avessimo questa certezza di documenti, non si crederebbe che le proposizioni, dimostrate dal Cardano intorno all' acque fluenti da' vasi, o correnti lungo i canali, si rimanessero così totalmente sepolte nell' oblio, che le potessero il Castelli e Galileo dare per nuove apparizioni. Ma capitali, in questa nobilissima parte dello scientifico istituto, rimanevano, prima e dopo il Cardano, i teoremi di Archimede, i quali, se porgevano facilissimo il modo a spiegar come l' acqua s' equilibrasse in un sifone, co' due rami di ugual calibro, lasciavano tuttavia inesplicato e inesplicabile il fatto del serbarsi parimente l' equilibrio, anche quando l' uno dei detti rami fosse straordinariamente più capace dell' altro. Questo, che ha l' aria di un paradosso, e che giusto è andato, e va nella Scienza idrostatica, sotto un tal nome, famoso, richiamò a sè, tra il finir del secolo XVI e il cominciar del seguente, l' ingegno e lo studio dei Matematici, e parve esaurirli tutti così, da non lasciarli in libertà di attendere ad altre simili speculazioni. Vedremo infatti come fosse questo l' oggetto, a cui si rivolsero, e da cui si svolsero le nuove istituzioni idrostatiche dello Stevino e di Galileo, ma prima è da mostrare come fossero, all' uno e all' altro autore, aperte prima le vie dallo stesso Benedetti.

Figura 36.

In una delle sue epistole a Giovan Paolo Capra si propone di dimostrare perchè, avendosi un largo vaso o mortaio come AB (fig. 36), a cui sia annessa una gracile fistola C, la piccola acqua contenuta in questa possa far resistenza alla gran mole dell'altra. « Hoc autem evenit, egli dice, ex eo quod aqua AB non impellit aquam C toto suo pondere, propterea quod pondus dividitur proportionaliter supra basim vasis » (*Specul. lib.* cit., pag. 187, 88). Come poi sia vero che il peso vien distribuito proporzionalmente sopra il fondo del vaso si studia di provarlo

con questo discorso: Sia un tal vaso in figura di tronco di cono, come DBNM (fig. 37), e il diametro BD della base maggiore sia multiplo del diametro della base minore, poniamo triplo, cosicchè BF. FG, GD siano uguali insieme e con NM. Dipoi si abbassino dai punti S, G, F, O perpendicolari in R, M, N, T, per le quali s' immagini passare le superficie coniche, che circumcingono il cilindro FM. Ciò fatto, si consideri l' acqua compresa tra GM, SR, il peso della quale si dispensa sopra MR, latitudine maggiore della GS. « Cogitemus igitur MC, così soggiunge con le sue proprie parole il Benedetti, aequalem esse GS: manifestum erit quod MC non sustinebit totum pondus aquae, quae inter GM et SR reperitur, eo quod omnis pars aquae ad perpendiculum inclinat versus mundi centrum, quapropter fundus, seu basis MN, non sustinet aliud pondus, quam aquae FM » (ibid., pag. 188).

Figura 37.

Così concludesi la dimostrazione, per confermar la quale si soggiunge la risoluzion di un dubbio, che potrebbe nascere dal supporre il fondo alleggerito dalle pressioni, che l' acqua laterale fa sull' interna FM. « Sed si quis hoc in dubium revocaret dicens quod aqua, circumscribens situm corporis aquei FM, impellit lateraliter dictum corpus aqueum, respondendum est quod ex aequo huius corporis FM aqua impellit etiam aquam circumstantem, eo quod sunt corpora homogenea, cum in corporibus homogeneis aequales partes habeant aequales vires » (ibid.).

Dunque il Benedetti suppone che l' acqua laterale sia di parti uguali, e perciò di pari forza all' interna: o se fosse maggiore o minore? E anche ritenendo per dimostrati questi principii, e per evidente che la porzion di parete MC non sostien tutta l' acqua compresa fra GM, SR, chi da ciò vede conseguir le ragioni del paradosso idrostatico, secondo che l' Autore s' era proposto? Nasce l' oscurità da quel combattersi, che facevano, dentro la mente del Benedetti, le idee vecchie, così tenacemente radicate nella prima supposizion di Archimede, con le nuove: combattimento che più affannoso apparisce ne' lettori studiosi, che nell' Autore stesso del libro delle Speculazioni. Basti, tra il numero di così fatti studiosi, additare il Porta, il quale così scriveva, nel primo libro de' suoi *Spiritali,* al cap. X, per dimostrare che ogni parte dell' umido preme sè stessa a perpendicolo:

« Bisogna ancora un' altro assioma, per la ragion de' principii. Ogni parte dell' umido, che sta in alcun vaso, non ognuna preme ognuna, ma ciascuna preme quella sola parte, la quale le sta sotto a perpendicolo. Noi ne porremo un esempio assai bastevole. Sia alcun vaso piramidale, di cui il cono sia sotto, e la base di sopra, e sia la cima rotta NM (nella precedente figura) e si tirino le linee GM, FN. Dico che l' acqua, che starà in GD, in quella parte della piramide DGM; che solo preme col suo peso l' acqua DM, perchè le sta sotto a perpendicolo, e non preme la GF ovvero MN, nè s' intromette ne' luoghi GF, MN, se non che, cacciata l' acqua dal suo luogo, da GD sia forzata passare in FG, o MN. Ma ne seguirebbe da questo che la parte

FGMN sarebbe premuta dall' acqua GDM di fuori del suo luogo, il che è impossibile, per esser l' acqua corpo di una medesima specie, e le sue parti uguali hanno forze uguali » (Napoli 1606, pag. 25). Il simile, soggiunge, è da dire di un esperimento, che egli passa a descrivere, ed è quello del mortaio, proposto dal Benedetti, ch' esso Porta conferma e illustra in altri due modi: col far cioè osservare che rimosso il tubo C (nella figura XXXVI) lo zampillo risale sempre alla medesima altezza, per allargare o restringere il vaso AB quanto si vuole; poi riducendo alla mente le frodi di taluni, i quali, cavato vin dalla botte, la riempiono, per un sottilissimo cannello, con altrettanta acqua, la quale ha nonostante virtù di movere e di sostituirsi alla gran mole, purchè sia fatta scendere da tale altezza, che superi il livello del liquido nella stessa botte.

Lo scioglimento e il progresso di queste dottrine non si poteva sperare, nè aversi, che dal ridurre alla sua massima generalità la particolare ipotesi di Archimede, riconoscendo cioè che l' umido non preme solo a perpendicolo, ma per tutti i versi. Che se il Benedetti poneva tra i principii dimostrativi del paradosso idrostatico le pressioni, che soffrono le pareti, erette sopra il fondo del vaso; non faceva che mostrar la chiave da aprire il mistero. Rimaneva però a lavorarne l' ingegno, e ciò fece Simeone Stevino, venuto dalla lontana Bruges a inserire mirabilmente, nel tronco della scienza, un surculo nuovo.

CAPITOLO II.

Dell' Idrostatica nei principii del secolo XVII

SOMMARIO

I. Dell' Idrostatica negli *Elementi* di Simeone Stevino. — II. Dell' Idrostatica nei varii scritti di Galileo, e particolarmente nel Discorso intorno alle galleggianti. — III. Dell' Idrostatica nei commenti di Marino Ghetaldo, di David Rivault, e di altri, sopra i libri di Archimede.

I.

Mentre il Benedetti, e gli studiosi delle Speculazioni di lui, ripetevano quel che sempre s' era detto da tutti, giurandolo sull' autorità di Archimede, che *omnis pars aquae ad perpendiculum inclinat:* lo Stevino, migliore interpetre degli antichi insegnamenti, e non da altra autorità soggiogato, che da quella della ragione; usciva il primo a pronunziare con libera sicurtà la sentenza nuova: « que l'eau proposée soit de tout costé de pesanteur uniforme » (*Oeuvres mathem.* a Leyde 1634, pag, 485), e perciò che essa acqua inclina, ed è premuta, non solo *ad perpendiculum,* ma di sotto e di sopra ugualmente, e da' lati, e insomma per tutti i versi. Da che faceva l' Autore conseguire la proposizione, posta da lui per fondamento al trattato suo nuovo *Des elemens hydrostatiques,* sotto la forma: « L'eau proposée tient telle position, qu'on voudra dans l'eau » (ivi).

Se l' acqua dunque, contenuta in un vaso, pesa per tutti i versi, premerà non solamente il fondo, ma le pareti di lui laterali, ciò che, sebbene molti riconoscessero esser vero, persuasi dalla esperienza, non ne avevano però certezza alcuna di scienza, la quale si riduceva a dire con qual legge e misura si facessero quelle pressioni. Lo Stevino perciò attese principalmente a ritrovare una tale scienza, proponendosi di dimostrarla tanto rispetto,

al premere, che fa il liquido contro una parete, da lui detta *convenant*, quanto contro pareti di qualunque figura: « Fond convenant, poi, come dall'Autore stesso si definisce, est celuy duquel chaque deux mottiez convenient: ou pourroit dire que c'est celuy, dont tous les diametres sont coupez en deux egalement par le centre » (ivi): e tali sarebbero i circoli, le ellissi, i parallelogrammi, i poligoni regolari di pari numero di lati, anche mistilinei.

Incominciando dal dimostrar le leggi, e le misure delle pressioni, fatte dall' acqua sopra i detti fondi *convenant*, o simmetrici, distingue lo Stevino due casi: il primo de' quali è che il piano del fondo laterale sia a perpendicolo sotto il livello del liquido sostenuto, e il secondo, che lo stesso piano fondale sia obliquo. In ogni caso però dimostra esser vero ciò che si propone, così dicendo: « Sur un fond convenant, duquel le plus haut poinct est a fleur d'eau, repose un poids egal à la demi-colomne d'eau, de la quelle la base est pareille au dit fond, et sa hauteur egale a la perpendicle comprise entre les niveaux, qui passent par le plus haut, et plus bas poinct du dit fond » (ivi, pag. 488).

Sia AB (fig. 38) un vaso pieno, e la parete laterale AD un rettangolo, perpendicolarmente eretto alla orizzontale, col supremo lato AC a fior d' acqua: presa DH uguale a DC, e condotta la CH, si vuol dallo Stevino dimostrare che la pressione contro la parete AD è quella medesima, che si farebbe dal prisma triangolare EACDH, se fosse un solido di pari gravità all'acqua, posato sopra lo stesso fondo AD, supposto mobile, e ridotto a giacitura orizzontale. La dimostrazione è condotta per via degli inscritti e dei circoscritti, secondo il metodo antico, il quale, o si chiami de' limiti, come oggidì si fa, o delle esaustioni, ridotto ai suoi più semplici termini, si riscontra con quello degl' indivisibili. Invece infatti di divider la base AD prima in quattro, poi in otto, poi in sedici parti uguali, e così procedere, infin tanto che i parallelepipedi inscritti e circoscritti, riposanti sopra quelle così moltiplicate suddivisioni di basi, *differeroyent moins qu'aucun corps donné;* si può direttamente considerare la colonna acquea, o il prisma triangolare EACDH, come diviso in infiniti piani rettangolari, via via decrescenti, e tutti paralleli al massimo AD: o anche, come diviso in triangoli infiniti, tutti uguali al DCH, e a lui stesso paralleli. Così, la proposizione viene a dimostrarsi per via assai facile e breve, perchè, dovendo le pressioni crescere come le profondità, la loro scala è data dalle infinite ordinate nel triangolo CDH, parallele a DH. Or, intessendosi esso triangolo di queste stesse ordinate infinite, è manifesto che la pressione, fatta sul latercolo CD, è uguale al peso della colonna

Figura 38.

acquea triangolare CDH. E intessendosi dall' altra parte degli infiniti piani triangolari, tutti uguali a CDH, la colonna acquea o il prisma EACDH, misurato dal prodotto della base AD, e della metà dell' altezza DH, o DC; rimane dimostrato senz' altro il proposito dello Stevino.

Si può con pari facilità dimostrare quanta sia la pressione, fatta su qualche parte della parete AD, verso il fondo, pur rimanendosi come dianzi il vaso, infino al supremo orlo AC, pieno. Vogliasi per esempio sapere qual peso d' acqua preme la porzion di parete GD. Condotta la IK parallela a DH, e la KL parallela a DC, è manifesto che il latercolo ID è premuto dal peso del rettangolo acqueo IL, e del triangolo KLH, e però tutta la parete GD, che s' intesse degl' infiniti latercoli tutti uguali ad ID, verrà premuta da un parallelepipedo acqueo, e da un prisma triangolare, ambedue risiedenti sopra base uguale, ma quello alto quanto DL, ossia IC, e questo alto quanto LH, ossia ID, la qual linea si supponga esser tagliata nel mezzo in M. Sarà dunque la somma dei due solidi $GD . IC + GD . \frac{ID}{2} = GD\ (IC + CM)$, secondo che proponevasi lo Stevino di dimostrare in questa forma: « Estant un fond convenant dans l'eau, ayant son extremité superieure sous fleur d'eau, le poids qui repose a l'encontre est egal a la pesanteur de la colomne d'eau, ayant le dit fond pour base et pour hauteur la perpendiculaire entre la fleur d'eau, et le plus haut poinct du fond: et d'avantage la moitié de la perpendule depuis le pius haut poinct du fond, jusques au niveau passant par le plus bas » (pag. 491).

Figura 39.

Come poi si verifichino le due dimostrate proposizioni altresì nel caso, che la parete, invece di essere perpendicolare al livello del liquido, gli sia obliqua; è facile certificarsene, perchè, trasformata nella 39 la precedente figura, il triangolo DCH ha sempre la medesima base DH, uguale a DC, e per altezza la perpendicolare CO, abbassata fra il livello del liquido, e il più basso fondo orizontale del vaso. Come pure al rettangolo IL, e al triangolo KLH, riman la medesima base ID, ma l' altezza, nel primo di que' due solidi, è ridotta a PQ, e a QH nel secondo, le quali due altezze, come resultino uguali alle CN, NO, è manifesto dalla punteggiata costruzione della figura.

Sia nel rettangolo AD (fig. 39) inscritta un' ellisse, in cui suppongasi trasformata la parete, sopra la quale si vuol misurar la pressione. È manifesto che questa, per un discorso simile a quello fatto dallo Stevino, è quella che vi si produrrebbe dal peso di un cilindroide, avente per base l' ellisse stessa, e per altezza la perpendicolare CD: cilindroide che, essendo di pari

gravità all' acqua, fosse segato dal piano diametrale, che passa per CH. Quel che dicesi dell' ellisse è facile vedere come sia applicabile a tutte le altre figure qualunque, purchè simmetriche intorno a un asse. Ma anche per le figure asimmetriche o *inconvenants* lo Stevino stesso insegna a misurar le pressioni idrostatiche fatte sopr' esse, mediante la soluzione del seguente problema : « Estant dans l'eau un fond plat, de figure quelconque, trouver un corps d'eau equiponderant au poids reposant contre le dit fond » (ivi, pag. 494).

Premessi i quali principii, si può facilmente intendere perchè si faccia l' equilibrio tra l' acqua del mortaio, e quella della fistola annessa, secondo la proposizione del Benedetti : « parquoy la petite eau CDE (nella figura 36) pousse autant contre le fond HB, que la grande eau AB » (ivi, pag. 499). Abbassate infatti sulla orizzontale FD, che passa per il centro E della parete acquea HB, le perpendicolari GF, CD; la pressione fatta dalla piccola acqua CDE, sulla detta parete, è, per le cose già dimostrate, HB . CD, e la pressione, fatta sulla medesima dalla grande acqua AB, è per le stesse ragioni HB . GF. Ma CD, GF sono uguali, dunque il velo acqueo HB, essendo premuto da due forze uguali e contrarie, s' intende perchè non può muoversi, nè passare egli e i successivi a ingrosssre l' acqua del più piccolo recipiente.

Così riduceva lo Stevino a ragioni matematiche quel che il Benedetti diceva distribuirsi il peso proporzionalmente sopra il fondo del vaso, e solo parzialmente sopra le pareti laterali di lui. Ma perchè la nuova Scienza idrostatica era universale, si poteva per essa ugualmente bene rivelare il mistero della Natura, anche presentandosi sotto altri varii aspetti, come quando per esempio il vaso conico avesse la sua maggior base in basso. Suppongasi essere un tal vaso ABCD (fig. 40): lo Stevino aveva ne' suoi principii ritrovate le ragioni, per cui il fondo CD riceve ugual pressione dalla piccola acqua ABCD, e dalla grande EFCD.

Figura 40.

Non difficilmente poteva occorrere al pensiero anche degli studiosi del Benedetti, che come, stando la minor base del vaso in basso, il fondo era dalle pareti alleggerito, così in questa nuova posizione fosse invece aggravato : per cui la pressione contro esso fondo là fosse meno, è qua più di quella fatta. da tutta l' acqua del recipiente. Il concetto, vero in sè stesso, voleva come tale essere dimostrato, ciò che poteva facilmente farsi così, applicandovi le proposizioni dello stesso Stevino : Consideriamo sopra il fondo CD un punto qualunque M, il quale sarebbe premuto da solo il peso del filetto liquido GM, se questo fosse in stato naturale. Ma egli è invece in stato violento, tendendo a risalire in su, come si vedrebbe avvenire di fatto, se nel punto G la parete avesse un foro. Dunque essa parete ripreme il filetto in giù, ed è causa, così facendo, d' accrescergli nuovo peso sopra il suo proprio e naturale. Or perchè la repressione è tanta, quanta è la pressione, la quale, essendosi l' area parietale ridotta a un punto, è per la pro-

posizione dello stesso Stevino uguale al gravitar del filetto liquido GL; tanto sarà il peso, che aggiungesi al peso naturale del filetto GM: cosicchè il punto M sarà premuto da tutto intero il filetto ML. Col medesimo ragionamento si dimostrerebbe che, non solo il punto N, ma tutti gli altri infiniti, componenti la sezione CD del fondo, son premuti ciascuno dal peso de' respettivi filetti liquidi, che risalgono in fin su all' altezza del livello. Ma dalla somma di cotali filetti infiniti resulta la mole acquea EFDC; dunque è da questa premuto il detto fondo, come da quella, benchè tanto minore, che realmente ritiene in sè il vaso fra le sue sponde.

Che se fosse esso vaso configurato come nella 41, è facile vedere che al peso naturale dei filetti AB, CD, e degli altri simili infiniti, aggiungendosi le repressioni fatte da' punti A, C del coperchio, le quali equivalgono alle pressioni dei filetti AE, CF; il fondo GH è premuto così dalla piccola acqua MHGNO, come dalla grande EGHM. Cosicchè, qualunque forma abbiasi il recipiente, e o poco o molto, mantenendo il medesimo fondo e la medesima altezza, sia il liquido contenuto, si può con lo Stevino concludere in generale: « Sur le fond de l'eau, parallele a l'horizon, repose un poids egal a la pesanteur de l'eau, qui est egal à la colomne, dont la base est le fond susdit, et la hauteur la perpendicle sur l'horizon, entre le fond et la fleur de l'eau » (ivi, pag. 487).

Figura 41.

La dimostrazione dell'Autore però procede in altra maniera, da quella che s' è detta, e più accomodata alla qualità de' Filosofi di que' tempi, tuttavia alieni dal professare il metodo degli indivisibili, e meglio che dalla ragion matematica disposti a persuadersi dalla naturale semplicità di queste osservazioni: Sia il vaso ADCE (fig. 42): che il suo fondo DC sia premuto dal peso di una colonna d' acqua, la quale abbia per base DC, e per altezza la perpendicolare AD; è cosa tanto per sè manifesta, da rendere superfluo ogni discorso, intorno al quale perciò non trova lo Stevino altro modo di procedere, che dall' assurdo.

Figura 42.

Così essendo, come da ogni parte apparisce il vero, si separi nella massa del liquido la porzione GHIE, e non per questo verranno alterate le prime condizioni dell'equilibrio, le quali anzi seguiteranno a rimaner tali, anche quando, alla mole acquea GI, si sostituisca un solido di pari gravità, e talmente aderente e fisso alle contigue pareti, che la capacità del vaso si riduca all' acqua ADCIHG. Dunque sarà così premuto il fondo DC da questa sola, come da tutta l' AC.

Da una tal proposizione fa lo Stevino scendere un corollario importante, ed è che, trovandosi il velo acqueo HI premuto dal peso della colonna GI, e pur non movendosi in basso; è necessario che sia risospinto in alto con forza uguale, di che si vedrebbe l' effetto manifesto, quando lo spazio GI restasse vuoto, e il coperchio HI del vaso fosse in qualche punto forato.

Come queste fisiche conclusioni si riscontrino con le dimostrazioni matematiche dette di sopra, si comprende assai facilmente. Ma la ragione s'arrendeva così malvolentieri a consentire ugual peso a un' oncia d'acqua, e a mille libbre, e così pareva ritrosa ad ammetter nel liquido la spinta in su, contro la gravità sua naturale; che lo Stevino pensò di dover l'uno e l'altro paradosso confermare con l'esperienza. Che la poca acqua della fistola contrappesi alla molta del mortaio appariva, nello strumento del Benedetti, come cosa di fatto. Ma esso Stevino soggiunge, a questi, due altri esempi, in cui si parrebbe operar piuttosto dall'arte magica, che dalla Natura.

Figura 43.

Un cilindro DE (fig. 43), cavo e pien d'acqua, sia contrappesato dal grave P sul braccio di una bilancia, sostenuta in C. Si cali, per via del filo FG, un cilindro solido, che non riempia tutta la cavità del vaso sottoposto, facendone versare tutta l'acqua, ma lasciandovene intorno alle pareti e sul fondo un velo, il quale, benchè ridotto a un'estrema sottigliezza, pur mostra di pesar quanto tutta l'acqua che v'era prima, giacchè si vede che la bilancia non s'è mossa. Siano inoltre due vasi con fondi circolari uguali, e traforati ugualmente nel centro, ma l'uno sia cilindrico, come AB (fig. 44), l'altro tubulare, come DEF (fig. 45). Si coprano i fori de' fondi con rotelle GH, fatte del medesimo legno, e di uguale diametro, e s'infonda l'acqua infin che non giunga a pari altezza, nell'un recipiente e nell'altro. Dovrebbero le dette rotelle, secondo le cose dimostrate, esser premute ugualmente, benchè l'una abbia sopra sè la poca acqua del tubo, e l'altra quella del gran cilindro: « ce qu'on peut recognoistre par experience, dice lo Stevino, en attachant des poids elevans egaux T, S, equiponderans a l'eau que l'assiette GH supporte » (ivi, pag. 499).

Figura 44.

Figura 45.

L'altro paradosso del sospingere in su l'acqua, che pure, come tutti i gravi tende naturalmente in basso, benchè reso dagli zampilli evidente, si studiava lo Stevino di confermare con una esperienza così semplice e dimostrativa, che dopo tre secoli si dura tuttavia a ripetere nelle Scuole. Consisteva nell'apporre a un tubo di vetro per fondo posticcio una rotella di materia grave, come sarebbe di piombo, la quale rotella, mentre che il tubo sta in aria, non gli si può tenere applicata, se non tirandovela per un filo, ma, immersa con tutto il tubo nell'acqua, vi si vede esser sostenuta dalla pressione in su, senza altro aiuto.

Questa pressione, che evidentemente appariva operare dal basso in alto, notava lo Stevino non dipender punto dalla quantità dell'acqua circumfusa, ma dalla sola sua altezza, cosicchè un sottil filo di acqua perpendicolare avrebbe potuto vincere quella di tutto l'oceano, com'egli stesso particolar-

mente descriveva con questo esempio: « Soit ABCD (fig. 46) un vaisseau plein d'eau, avec un pertuis EF au fond DC, sur le quel repose une assiette minugrave a l'eau: la mesme pressera le fond comme il a esté dit cy dessus. Soit puis apres IKL un petit canal, dont le trou superieur I soit de mesme hauteur que AB, et son trou inferieur soit EF. Et remplissant ce canal plein d'eau, ce peu d'eau poussera autant contre l'assiette par dessous, que la grande eau par dessus, car alors l'assiette GH s'elevera en haut. Tellement que 1 lb. d'eau (je pose qu'autant contienne le canal IKL) fera plus d'effort contre l'assiette GH, que non pas 100,000 lb.: ce qu'on pourroit estimer un mystere en la Nature, si la cause estoit incognue » (ivi, pag. 500).

Figura 46.

Ed ecco venir di qui la soluzion vera al problema, che tanto dette travaglio a Leonardo da Vinci e al Tartaglia. Se DC, nella medesima figura 46, rappresenta il fondo del pozzo, e GH la baga, è manifesto, per queste dottrine dello Stevino, che, non comunicando con l' acqua la parte inferiore EF di essa baga, sarà premuta sul fondo con tutto il suo proprio peso, e con quello del liquido soprapposto. Mentre invece, se vi è qualche comunicazion da' lati e di sotto, questa fa l' effetto del tubo IKL, e la baga stessa risale a galla per la sua propria leggerezza. Può similmente DC rappresentare il fondo marino, e GH la nave sommersa, secondo il problema propostosi dal Tartaglia, e la maggiore difficoltà del riavere essa nave, quando è arrenata, che quando semplicemente riposa sui sassi, corrisponde alle difficoltà, che si provano nel voler ritirare in su l' assicella, tanto maggiori, quando la sua inferiore superficie ne è esclusa, che quando comunica con l' acqua superiore, per via del sottilissimo tubo.

Nel ricercare la ragione delle pressioni, che soffre l' otre pien d' aria posto in fondo al pozzo, occorreva a Leonardo a risolvere un altro simile problema: perchè, cioè, l' uomo, stando in luogo dell' otre, non sente passione dal gran peso dell' acqua, che gli sovrasta. La speculazione è di antica data, e si trova, come accennammo altrove, proposta da Herone Atessandrino, nel proemio al suo libro *Degli spiritali*, dove si legge: « Dicono dunque certi, a proposito del non essere oppressi i notanti nel fondo del mare, che ciò avviene, perchè l' acqua in sè stessa è ugualmente grave. Ma questi non vengono punto ad assegnare altra ragione del fatto, la quale fa di mestieri dimostrarla in questa guisa. Immaginiamoci la parte superiore dell' acqua dalla superficie, che tocca il corpo in essa immerso, e sopra la quale seguita l' acqua; essere una mole o corpo egualmente grave come l' acqua, e che abbi conforme figura al resto dell' acqua che è di sopra, ed immaginiamoci che questa mole sia mossa nel resto dell' acqua, di modo che la superficie sua inferiore si accosti al corpo immerso, e sia quasi come una

cosa stessa con quello, e che successivamente vi sia sopra la parte superiore dell' acqua: è chiara cosa che questa mole immersa non sovrasta tanto o quanto al resto dell' acqua, e meno è sommersa sotto la superficie superiore di essa. È poi per certo stato da Archimede dimostrato, nel Libro che fa *Delle cose che vanno per acqua*, che li corpi ugualmente gravi, e l' acqua immersa nell' altr' acqua non seprastà punto all' acqua, nè meno viene da questa depressa. Adunque non calcherà le a lei sottoposte cose, e, levatone di sopra tutto quello che premere averia potuto, nondimeno quel corpo se ne starà nell' istesso loco. Per qual conto dunque premerà quel corpo, che non appetisce di calare in altro più basso loco? (Traduz. cit., fol. 10, 11).

Il ragionamento di Herone sembra a prima vista ridursi a quello dello Stevino, messo così da lui in forma di sillogismo: « Tout pressement qui blesse le corps pousse quelque partie du corps hors de son lieu naturel. Ce pressement causè par l'eau ne pousse aucune partie du corps hors de son lieu naturel; Ce pressement donc causé par l'eau ne blesse nullement le corps. La mineure est manifeste par l'experience, don la raison est que s'il y avoit quelque chose qui soit poussée hors de son lieu, il faudroit que cela rentrast en un autre lieu, mais ce lieu n'est pas dehors, a cause que l'eau presse de tout costé egalement (quant à la partie de dessous elle est un peu plus pressée que celle de dessus par la XI proposition des Elemens hydrostatiques, ce qui n'est d'aucune estime, d'autant que telle difference ne peut pousser aucune partie hors de son lieu naturel) ce lieu n'est pas aussi dedans le corps, car il n'y a rien de vuide non plus que dehors; d'ou il s'ensuit que les parties s'entre poussent egalement, pource que l'eau a une mesme raison a l'entour du corps. Ce lieu-la donc n'est dehors ny dedans le corps et par consequent en nulle part, ce qui fait que nulle partie n'est poussée hors de son lieu, et partant ne blesse nullement le corps » (ivi, pag. 500).

Dicemmo che la soluzione dell' antico Autore e del moderno sembran ridursi ai medesimi principii, ma ripensandoci bene vi si trova una sostanziale differenza, perchè, sebbene Herone par che voglia confutare coloro, i quali dicevano esser l' acqua ugualmente grave in sè stessa, pur egli riesce a dire il medesimo, dai Teoremi archimedei concludendo che l' acqua nell' acqua non pesa. Questo principio, così assolutamente pronunziato, è falso, e perciò vi si sostituisce dallo Stevino quell' altro verissimo dell' uguaglianza delle pressioni per ogni verso. Esser poi falso che l' acqua nell' acqua non pesa, per cui non si può con tale supposto spiegare perchè non sia oppresso chi nota per un pelago profondo; si dimostrava dallo stesso Stevino immaginando di avere un gran vaso ABCD (fig. 47) campato in aria, con un foro E aperto nel fondo. Turato il foro, sopra il quale si supponga giacere un uomo, rappresentato nell'assicella F; riempiasi per tutta la sua altezza il detto vaso. Si vuole che quell' uomo non patisca, perchè l' acqua nell' acqua non pesa. Ma levisi il

Figura 47.

turo E: riman sempre l'acqua nell'acqua, eppure ella si sentirebbe ora pesar tanto, che il misero marangone a questo patto ne sarebbe schiacciato. « Soit ABCD (così scrive propriamente lo Stevino, riferendo alla medesima figura, per noi 47ª, il discorso) une eau, ayant au fond DC un trou formé d'une broche E, sur le quel fond gist un homme F, ayant son dos sur E. Ce qu'estant ainsi, l'eau le pressant de tout costé, celle qui est dessus luy ne pousse aucune partie hors de son lieu. Mais si on veut voir par effect que cecy est la cause veritable, il ne faut qu'oster la broche E. Alors il n'y aura aucun poussement contre son dos en E, comme aux autres lieux de son corps, pourtant aussi son corps patira là une compression voire aussi forte, comme il a esté demonstré au troisiesme exemple de la II proposition du present livre: assavoir autant que pese la colomne d'eau, ayant le trou E pour base et AD hauteur et ainsi le dessein est demonstré apertement » (ivi).

Potrebbe questo solo esempio esser sufficiente a dimostrare quanto si fosse la scienza dello Stevino avvantaggiata sopra quella di Leonardo da Vinci, e del Tartaglia. Eppure furono dalle medesime ombre oscurati così gli Elementi idrostatici dell'olandese, come i Manoscritti del Pittore toscano, e i discorsi intorno alla Tavagliata invenzione del Matematico di Brescia. Mentre, sorti i novelli promotori di Archimede, sedevano di queste cose maestri, e da un'elettissima scuola e numerosa s'ascoltavano come oracoli i loro insegnamenti; il solitario di Bruges s'additava dalla lontana col suo turbante di mago in capo, e ravvolto nella sua toga nera, men pauroso che sospetto, per avere insegnato a far sì che un'oncia di liquido pesasse quanto centomila libbre sul piatto della stadera. Apparve nondimeno una volta con tutto il suo abito filosofale in Toscana. E perchè vi furono approvati i suoi detti, e vi fecero ravvedere uno de' nostri più gran Savii, giova accennare all'occasione, e al modo di quella visita clandestina.

Chi ha letto la terza parte del capitolo IX, scritto da noi nel Tomo che precede a questo, sa come il Viviani venisse, per mezzo dello Stenone, ad aver notizia e intelligenza nella sua propria lingua di alcuni teoremi di Meccanica, da Niccolò Witsen dimostrati nel suo libro, scritto in lingua olandese, intorno al modo di costruire e di governare le navi. Ricorrevano in quel medesimo volume del connazionale e discepolo dello Stevino altri teoremi d'Idrostatica, dimostrati sull'andare di quelli del suo Maestro, e anche sopra questi volle lo Stenone richiamar l'attenzione del Viviani, il quale, gustandovi dentro tale Scienza, che gli sembrava non solo promovere, ma correggere in parte quella stessa, che aveva imparata da Archimede e da Galileo; chiese all'amico gli dettasse anche di questa la traduzione italiana. Di che gentilmente compiaciuto, scrisse di sua propria mano, sopra certi fogli che ci son rimasti, ordinatamente, queste otto proposizioni:

Proposizione I. — « *Sopra un fondo parallelo alla superficie dell'acqua riposa un peso uguale al peso di una colonna o cilindrico, la di cui base è uguale al fondo dato, e l'altezza uguale alla perpendicolare della superficie dell'acqua sopra il fondo dato.* »

« Sia, nelle figure 48 e 49, ABCD l'acqua, AB la superficie, GH il fondo parallelo ad AB: dico che sopra GH riposa una colonna d'acqua EFGH. Nella figura 48 la proposizione per sè è manifesta; nella 49 così si dimostra: Sia in essa un corpo solido EFGH, della medesima gravità in specie dell'acqua. Egli è evidente che il corpo galleggiante nell'acqua preme l'acqua, che è sotto GH, col peso del corpo EFGH. Bisogna dunque che l'acqua ancora prema verso GH coll'istesso peso, altrimenti il corpo non si quieterebbe in quel luogo. Ora, se il corpo EFGH fosse attaccato al lato AD, questo non farebbe alterazione alcuna. Sicchè un peso uguale al peso d'un prisma d'acqua, grande quanto EFGH, riposa sopra il fondo GH. Il che ecc. »

Figura 48.

Figura 49.

Proposizione II. — « *Sopra un fondo quadrato, non parallelo alla superficie dell'acqua, il di cui lato più alto è sotto la superficie dell'acqua, riposa un peso più leggiero d'una colonna d'acqua, la di cui base è uguale al fondo prescritto, e l'altezza alla linea perpendicolare tra la superficie dell'acqua, e del più basso lato del dato fondo, e più grave di una colonna d'acqua della stessa base, ma di altezza uguale alla perpendicolare tra la superficie dell'acqua, e del più alto lato del dato fondo.* »

« Sia, nella figura 50, dato il fondo EF, e siano EG, FH uguali ad EF, e parallele alla superficie dell'acqua AB: dico che sopra EF riposa un peso minore che FHIA, e maggiore che EGIA » (MSS. Gal., T. CXLI, fol. 7).

Figura 50.

Prima di trascrivere la dimostrazione, giova osservare che, in questa e nelle seguenti, si procede dall'Autore per via degl'indivisibili, considerando della parete uno degl'infiniti latercoli, di cui essa s'intesse, rappresentato nel profilo EF. Come pure egli intende esser esso profilo gravato da infiniti filetti liquidi, fra sè paralleli, e a' due estremi GE, HF. Giova osservare inoltre che la stessa dimostrazione, specialmente nella sua seconda maniera, si conduce da un principio assai evidente, ed è che dal mezzo di EF in su i filetti liquidi, che premono la parete, son di numero maggiori di quelli compresi nel rettangolo EI, e dal mezzo in giù minori di quelli compresi in IF. Le medesime ragioni poi sono tanto evidentemente applicabili anche al caso che il fondo laterale, invece di essere perpendicolare alla superficie del liquido, come qui si rappresenta, sia obliqua; che s'è creduto inutile farne avvertiti i Lettori a parole, o disegnandone, come l'Autore fa, una figura apposta.

« Pongasi, così seguita nel Manoscritto la traduzione del Witsen, che l'acqua EFGH non abbia peso. Il che essendo, l'acqua è premuta verso EG col peso della colonna d'acqua AIGE, e per ragioni conosciute l'acqua EFGH preme verso EG col peso eguale, essendo che l'acqua di sotto coll'istessa forza resiste a quella di sopra, con la quale l'acqua di sopra preme contro

di essa, mentre restano in tale stato di quiete (Veggasi la X proposizione di Stevino nella Statica). Nondimeno, per la fluidità dell' acqua, verrà l'istessa pressione sopra EF ed FH, e l' acqua in EG, GH, essendo premuta, premerà coll' istessa forza tuttociò che la sostiene, considerato che l' acqua (oltre al suo peso, che solamente preme in giù, del che qui non si parla, e che senza impedimento considerabile può trascurarsi nella pratica) è anco fluida, la qual fluidità dell' acqua, per esser premuta verso tutte le bande con egual forza, cerca di ripremere, e per conseguenza preme con egual forza verso i quattro lati. Ma per esser l' acqua in EFGH anco grave è che questa gravità verso EF più preme che nulla, e meno che verso FH. Per questo anco riposerà più peso, verso EF, che la colonna d' acqua EGAI, e meno che la colonna d' acqua FHIA, il che si doveva dimostrare. »

« *Altrimenti.* »

« Verso l' angolo E riposa tanto, quanto verso qualsivoglia altro luogo uguale ad esso nella linea EG, imperocchè ogni punto nell' acqua, in quanto alla sua fluidità, viene ad essere premuto ugualmente verso tutte le bande (Vedi Stevino sopra ciò). E verso l' angolo di qualsivoglia altra linea, tirata parallela con la linea EG, tanto riposa, quanto verso altro luogo nell' istessa linea. E perchè riposa più verso qualunque linea che verso EG, e meno che verso FH; seguita che verso gli angoli inferiori riposa più che verso l' angolo E, e meno che verso l' angolo F, e per conseguenza verso tutti gli angoli, cioè verso la linea EF (imperocchè tutti gli angoli o punti solidi compongono la linea EF) più che verso EG, e meno che verso FH. »

PROPOSIZIONE III. — « *Verso un fondo quadrato, il di cui lato superiore è nella superficie dell' acqua, riposa un peso eguale alla metà d' una colonna d' acqua, la cui base è uguale al fondo dato, e l' altezza uguale alla perpendicolare tra la superficie dell' acqua, ed il lato inferiore del fondo dato.* »

« Sia nella figura 51 l' acqua ABCD, la superficie AB, il fondo AD: dico che verso AD riposa la metà di una colonna d' acqua, il cui fondo o base fosse AD, o DE, posta uguale ad AD; ovvero, che è l' istesso, una colonna trilatera d' acqua ADE. »

« Per dimostrar ciò, si divida AD e DE in parti uguali, e da' punti delle divisioni si tirino linee parallele ad AB, e ad AD. Dalla passata proposizione è evidente che sopra AF riposa più che niente, e meno che la colonna d'acqua FL. Parimente, sopra FG riposa più che FL o GR, e meno che GL o MN. Come anche sopra GH più che GL o HS, e meno che HL o HN, e così sopra HI più che IT, e meno che IO. Sopra IK più che KV, e meno che KP, e finalmente sopra

Figura 51.

KD più che DZ, e meno che DQ. Adunque il peso, che riposa sopra AD, è sempre più che tutte queste inscritte colonne d'acqua, che toccano la linea AE, e meno che tutte le circoscritte colonne. Ma quanto sono più piccole le parti, nelle quali si divide le AD, DE, tanto sarà minore la differenza, e tanto più si accosteranno al triangolo ADE. Ora si può dividere AD e DE in tante parti, che all'ultimo la loro differenza sarà minore di qualunque quantità data, il che si riduce nella pratica quasi al niente. Nondimeno, resta la colonna trilatera d'acqua sempre dimostrata tra il meno e il più, cioè tra le inscritte e le circoscritte, e perciò riposa verso AD un peso grave quanto la detta colonna d'acqua ADE, o la metà di una colonna d'acqua, il di cui fondo sia AD, e l'altezza la perpendicolare tra la superficie dell'acqua, e il suo più basso fondo, il che ecc. »

Proposizione IV. — « *Verso un fondo quadrato, il di cui lato superiore è sotto la superficie dell'acqua, riposa il peso di una colonna di acqua, la di cui base è uguale al fondo dato, e l'altezza alla perpendicolare tra la superficie dell'acqua, e il mezzo del fondo dato.* »

« Sia, nella figura 52, l'acqua ABCD, la sua superficie AB, il fondo dato DE, il di cui mezzo I: dico che sopra DE riposa un peso eguale al peso di una colonna d'acqua, la di cui base è ED, e l'altezza è la IK. Imperocchè, per la precedente, la colonna trilatera d'acqua ADH riposa sopra AD, ed AEF riposa sopra AE. Adunque il triangolo ADH, diminuito del triangolo AEF, riposa sopra ED, cioè la colonna d'aqua EFHD. Ma questa è uguale alla colonna, la di cui base è ED, e altezza IK. Imperocchè, tirata LN nel mezzo di GH, parallela ad AD, e prolungata EF in N; EDLN sarà uguale ad EFHD. Tirata poi LM perpendicolare sopra AD, o alla sua prolungata; EDLN è una colonna, la di cui base ED e altezza LM. Se dunque IK è uguale ad LM, sarà provata la proposizione. Ciò si dimostra così: AE è uguale ad EF o DG, ed AD a DH, onde ED è uguale a GH, e le loro metà anco uguali, cioè EI a GL, ed AI a DL, e gli angoli LDM, KAI sono uguali, per essere AK e DL parallele, e l'angolo DML all'AKI, per essere retti, ed i triangoli, e le LM, IK uguali. »

Figura 52.

Proposizione V. — « *Di due fondi quadrati di acqua, d'ugual larghezza, ma di lunghezza ineguale, i lati de' quali più alti e più bassi stiano ugualmente sotto la superficie dell'acqua; i pesi, che riposano verso essi, hanno fra loro la proporzione, che tra la loro lunghezza.* »

« Siano, nella figura 53, i dati fondi CE, DF, la superficie dell'acqua AB: dico che CE sta a DF, come il peso, posante sopra CE, al peso sopra DF. Imperocchè siano G, H il mezzo de' fondi dati CF, DF,

Figura 53.

e si tirino GI, HK perpendicolari ad AB. Sarà il peso sopra CE la colonna d'acqua, la di cui base sarà CE, e l'altezza GI: e sopra DF la colonna, la di cui base DF, ed altezza HK, o GI, per le due passate proposizioni. Ma queste colonne sono fra loro come CE, DF; e per conseguenza anco i pesi, che posano sopra essi fondi, il che ecc. »

« *Scolio I.* — Nota che nella III proposizione, alla quale si applica questa stessa figura, si è parlato di una mezza colonna d'acqua, la di cui base sia CE, ovvero DF, e l'altezza la perpendicolare tra la superficie dell'acqua AB, e il punto E, ovvero F. Ed è chiaro che queste mezze colonne sono uguali alle colonne intere, le di cui basi sono le stesse CE e DF, e l'altezza la metà delle dette perpendicolari, cioè le linee intere GI, e HK, e perciò resta la dimostrazione la stessa. »

« *Scolio II.* — Nota inoltre che ho indicato i fondi per mezzo di linee, per le quali bisogna intendere quadrati, di quella lunghezza, che uno gli vuol dare. E che questo non apporti alcuna variazione, si vede per sè medesimo, ond'è superfluo farne altra menzione » (ivi, fol. 8, 9).

Le proposizioni, dimostrate fin qui dal Witsen, corrispondono a quelle dello Stevino, il quale però sempre suppone che i fondi e le pareti dei recipienti siano superficie piane, come si conveniva alla natura del suo trattato, in cui s'astraeva dai casi particolari, che quegli stessi fondi ora sporgessero, ora rientrassero con andamenti sinuosi, de' quali offrono giusto l'esempio i fianchi nell'interno delle navi. E potendo quegli andamenti essere in varii piani, il Witsen ne considera i principali distintamente in due proposizioni.

PROPOSIZIONE VI. — « *Contro un fondo, il di cui lato superiore e l'inferiore ciascuno è in un piano parallelo alla superficie dell'acqua, ma l'uno e l'altro piegato egualmente, però in tal modo, che tutte le linee, da certi punti del lato superiore tirate verso altrettanti punti del lato inferiore, siano tutte linee parallele fra loro; vi riposa tanto peso, quanto riposerebbe contro un fondo quadrato piano d'egual lunghezza, e larghezza e profondità sotto l'acqua.* »

« Sia, nella figura 54, l'acqua ABCD, la superficie AB, i due piani EF, CD paralleli alla superficie AB. Nel piano EF sia il lato superiore del fondo AEGILC, e su CD il lato inferiore BFHKMD, i due estremi AB, CD. Dico che, verso questo fondo serpeggiante, riposa un peso, che riposerebbe verso un fondo piano, largo quanto AB o CD, e lungo quanto AEGILC, ovvero BFHKMD. ed ugualmente profondo nell'acqua. Imperocchè siano AC, BD divise in tante parti uguali, che le parti tra le divisioni diventino linee rette, come in EG, IL ecc. ed FH, KM ecc., e sian tirate le EF, GH, IK, LM ecc., di maniera che il fondo serpeggiante sia diviso in fondi quadrati,

Figura 54.

come sarebbe ABFE. Nello stesso modo si potrebbe anco dividere i fondi piani in altrettanti ed uguali fondi quadrati, i quali ugualmente sono premuti, per la IV proposizione, e conseguentemente tutti i quadrati del fondo serpeggiante saranno premuti altrettanto, quanto tutti i quadrati del fondo piano. Il che ecc. »

PROPOSIZIONE VII. — « *Contro un fondo piegato, i di cui lati superiori ed inferiori sono paralleli alla superficie dell' acqua, e i due altri lati paralleli fra loro, e similmente piegati; riposa un peso eguale a quello, che riposerebbe contro un fondo piano, dell' istessa lunghezza, larghezza, e profondità sotto l' acqua* » (ivi, fol. 10, 11).

La diversità di questa proposizione dalla precedente consiste nel considerare le pieghe, con la loro longitudine orizzontale, ciò che meglio si potrà intendere, immaginando il fondo ondulato, che si rappresentava in ABCD, nella passata figura, essere eretto in modo, che i due lati estremi AB, CD riescano paralleli al livello dell' acqua LO, come nella figura 55. Supponiano che le linee BD, AC spiegate, s' allunghino quanto le FH, EG, e che le due superficie tra esse comprese, la piana cioè e la piegata, rimangano profondate ugualmente sotto l' acqua, come la figura 56, ne' loro profili OA, OB, le rappresenta. Rimanendo alle due prementi colonne liquide ampiezza pari di base e pari altezza, è manifesto che saranno uguali, come il Witsen ha già proposto, e poi così dimostra:

Figura 55.

Figura 56.

« Sia, nella figura 55, la superficie dell' acqua LO, i fondi dati ABDC, ed EFHG, dei quali AB, DC; EF, HG sono uguali fra loro, e tutti paralleli alla superficie dell' acqua OL. I lati AB ed EF siano ugualmente profondi sotto l'acqua, come anco i lati CD, GH. Dico che contro ABDC, ed EFHG, riposa l' istesso peso di acqua. Imperocchè, dividansi AC, BD in parti uguali, e tirinsi le linee, e così sarà diviso il fondo in diversi fondi quadrilateri. Dividansi parimente le EG, FH: ne segue, per le proposizioni III e IV, che, verso i quadrati superiori di ABDC, riposa lo stesso peso, che sopra i quadrati superiori di EFHG, e verso i susseguenti dell' uno, che verso i susseguenti dell' altro; e per conseguenza verso tutti dell' uno, che verso tutti dell' altro. »

PROPOSIZIONE VIII. — « *In due fondi, ugualmente profondi sotto la superficie dell' acqua, e di ugual larghezza, e de' quali uno sia piegato e l' altro no; la lunghezza alla lunghezza così sta, come la pressione alla pressione.* »

« Sian, nella figura 57, i fondi dati AB, CD, sia A a C egualmente profondo sotto la superficie dell' acqua LO, come anco B a D. Dico: come la

lunghezza del fondo piegato AB, alla lunghezza del diritto CD; così il peso, che riposa verso AB, al peso che riposa verso CD. Imperocchè, siano AB, CD divisi in più fondi quadrati, come nella passata, e sarà, per i fondi quadrati superiori, AE a CF, come il peso contro AE, al peso contro CF, per la V proposizione. E similmente EG ad FH come il peso contro EG, al peso contro FH. Onde tutti i piccoli quadrati del fondo piegato, e tutti i quadrilateri del fondo diritto, saranno premuti con la proporzione, che è tra la lunghezza della linea intera dell' uno, alla lunghezza della linea intera dell' altro fondo. »

Figura 57.

« *Scolio.* — Di qui è che, se il fondo AB fosse piegato nel modo che nella VI e VII proposizione, sempre si conserverà le medesime proporzioni » (ivi, fol. 12).

Rimeditando il Viviani su questi fogli, che tornandosene dalla casa dello Stenone recava seco manoscritti, si persuase sempre più della verità di queste nuove dottrine, e se prima aveva distese proposizioni, per dimostrare che il liquido non preme niente contro le pareti laterali dei vasi, in difesa del Michelini; ora dava mano a scrivere un trattato, in cui, per supplire ai difetti di Archimede, si concluderebbe, da principii meccanici più certi, e con tutto il rigore geometrico, che la mole di esso liquido preme non solo in giù, ma ugualmente per ogni verso. Racconteremo in seguito i fatti relativi alla scrittura di questo trattato, per ora semplicemente osservando che il Viviani, per non parere di detrar nulla al suo Maestro, non osservò la debita giustizia verso i meriti, che si dovevano allo Stevino. Nè più giusti verso lui si mostrarono i contemporanei e i successori, i quali, sotto il sol meridiano dello stesso Galileo e del Torricelli, del Boyle e del Pascal, avevano perduto affatto di vista quella solitaria stella lontana, de' raggi della quale s' erano rischiarate le tenebre del mattino.

Nonostante, pochi anni prima che terminasse il secolo XVIII, sorgeva il Lagrange a commemorare solennemente gli *Hypomnemata mathematica,* e sarebbe potuto bastare esso solo a far perdonare all' Autore, e a rivendicarlo della lunga ingiustizia patita. Ma il Lagrange stesso ebbe a risentirsi del malefico influsso, e, o riferisse sopra le relazioni altrui, o ricorrendo all' originale lo consultasse con troppa fretta; i teoremi idrostatici dello Stevino sono esposti da lui in maniera impropria, e sotto mendaci forme si porgono le più importanti verità dimostrate. Non si crederebbe ciò, ma è un fatto, e noi non vogliamo passarci d' esaminarlo, fra gli altri motivi, affinchè si persuadano alcuni che, senza sufficiente criterio, s' è trattata fin qui la Storia della Scienza, anche dagli scrittori piu celebri, e da' giudici più competenti di questa materia.

Là dove dunque il Lagrange descrive il quadro storico, per rappresentare ai Lettori quel che s' era fatto nell' Idrostatica da tutti coloro, che l' avevano preceduto, incominciando da Archimede, e affinchè si potessero giusta-

mente apprezzare gl' impulsi, ch' egli stesso, con la sua *Meccanica analitica* nuova, avrebbe dato alla Scienza; si legge: — Dai principii di Archimede si desumono facilmente le pressioni sui fondi, e sopra le pareti dei vasi: lo Stevino nonostante è il primo che l' abbia fatto, e che abbia scoperto il *Paradosso idrostatico*. È nel terzo tomo degli *Hypomnemata mathematica*, tradotto dall' olandese per lo Snellio, e pubblicato a Leyda nel 1608, che si trova l' Idrostatica dello Stevino. Egli immagina un vaso rettangolare pieno d' acqua, in cui sia immerso un solido del medesimo peso, sotto un egual volume, il quale corpo, occupando il posto dell' acqua, lascia che si faccia la medesima pressione sul fondo, anco quando non vi resti del fluido che un sottilissimo filo. Ora esso Stevino osserva che, supponendo questo solido fermato al suo posto, non può resultarne alcuna varietà nell' azion dell' acqua contro il fondo del vaso. Dunque, ei ne conclude, la pressione sopra questo fondo sarà sempre uguale al peso della medesima colonna d' acqua, e sia qualunque la figura del recipiente. Passa di qui l' Autore a determinare la pressione del liquido sopra pareti verticali o inclinate, e, applicandovi il metodo dei limiti, dimostra che la detta pressione è uguale al peso di una colonna d' acqua, di cui la base fosse la stessa parete, e l' altezza la metà dell' altezza del vaso.

Dette le quali cose il Lagrange, nel suo proprio linguaggio, così, dello Stevino, soggiunge: « Il determine ensuite la pression sur une partie quelconque d'une paroi plane inclinée, et il la trouve égale au poids d'une colonne d'eau, qui saroit formée en appliquant perpendiculairement a chaque point de cette partie des droites egales a la profondeur de ce point sous l'eau » (*Mechan. analit.*, a Paris 1788, pag. 126). Lo Stevino, è vero, determina nel suo X teorema le pressioni, fatte sopra qualunque porzion di parete inclinata, ma la sua dimostrazione vale altresì, quando la detta parete sia perpendicolare, nel qual caso la colonna che preme è propriamente formata degl' infiniti filetti liquidi orizzontali, aventi ciascuno lunghezza uguale alla sua respettiva profondità sotto la linea del livello. Così, ritornando indietro sopra la figura 38, è manifesto che la colonna IDHK si compone degli infiniti filetti liquidi, compresi fra IK, e DH, i quali due estremi, come gli altri infiniti di mezzo, son perpendicolari al profilo parietale CD, e sono uguali ciascuno alle respettive profondità CI, CD. Ma quando la parete è inclinata, che è il caso particolarmente riferito dal Lagrange, gli omonimi filetti IK, DH nella figura 39 non sono altrimenti perpendicolari, nè la loro lunghezza uguaglia la profondità sotto l' acqua, ma la lunghezza della parete soprastante, dal punto del loro contatto con essa, infin su a fior d' acqua. Così, IK, DH non sono uguali ai perpendicoli delle profondità CN, CO, ma alle oblique CI, CD, ossia ai profili delle pareti.

« Ce theorême, prosegue a dire il Lagrange, étant ainsi demontré pour des surfaces planes quelconques, situées comme l'on voudra, il est facile de l'etendre à des surfaces courbes quelconques, et d'en conclure que la pression exercée par un fluide pesant contre une surface quelconque, a pour me-

sure le poids d'une colonne de ce même fluide, la quelle auroit pour base cette même surface convertie en une surface plane, s'il est necessaire, et dont les hauteurs, répondantes aux différens points de la base, seroient les mêmes que les distances des points correspondens de la surface a la ligne de niveau du fluide; ou, ce qui revient au même, cette pression sera mesurée par le poids d'une colonne, qui auroit pour base la surface pressée, et pour hauteur la distance verticale du centre de gravité de cette meme surface, a la surface superieure de fluide » (ivi).

Ma il teorema dello Stevino è formulato bene altrimenti, e chi vuol persuadersene legga quel ch' egli così propriamente dice, nel secondo esempio, dopo la XII proposizione: « Soit AB (fig. 58) un fond convenant, ayant son plus haut poinct A sous fleur d'eau C, et AD perpendicle de A sur le niveau passant par le plus bas poinct B, et prolongée jusques à fleur d'eau C. Soit E au milieu de AD: Ie dis que le poids, qui repose contre AB, est egal a la pesanteur de la colonne, ayant le dit fond AB pour base, et CE pour hauteur » (Elemens hydr. cit., pag. 494). Ora è chiaro che il punto E non è centro di gravità del fondo *convenant* AB, altro che per accidente, e non s' intende come questo stesso centro possa entrare in questione, se la parete del vaso, sopra cui riposa l' acqua, non fa altro ufficio che della libbra, alla quale sono attaccati i pesi o applicate le forze. Nè lo Stevino dall' altra parte invoca la Baricentrica, se non colà, dove si mette a ricercare il centro della pressione, in due proposizioni, che il Lagrange, a voler dare perfezione al suo quadro storico, rappresentandovi le cose nella loro integrità sostanziale; non avrebbe dovuto lasciar di commemorare.

Figura 58

Volgiamo ancora indietro lo sguardo sopra la figura 38. Si può la CD riguardare come una libbra, gravata di pesi via via crescenti da C verso D, a proporzione delle distanze, perchè tali in verità sono, e talmente operano i filetti liquidi orizzontali, prementi contro la detta porzione indivisibile della parete. Ma si sa dalla Meccanica che il centro dell' equilibrio sega così la libbra, in questo caso, che la parte verso i pesi minori sia doppia di quella verso i pesi maggiori; dunque il centro della pressione, fatta contro CD, è in M, se DM è la metà di CM. Lo Stevino però giunge a questa medesima conclusione, immaginando che il triangolo CDH, trasformato in un solido di pari gravità all' acqua sia fatto rivolgere così in sè stesso, che CD base riesca orizzontale. In questo caso è manifesto che il centro di gravità di detto solido batte pure in M. E perchè sopra la linea MN, parallela ad AC, battono per le medesime ragioni i centri di gravità di tutti gl' infiniti piani triangolari, componenti il prisma EACDH; nel mezzo dunque di MN batterà il centro di esso prisma, e ivi perciò caderà il centro della pressione, che la prismatica colonna d' acqua fa contro la parete parallelogramma, secondo che si propone lo Stevino di dimostrare in questa forma: « Si le fond d'une eau

n'est a niveau, estant parallelogramme, du quel le plus haut costé soit à fleur d'eau, et de son milieu au milieu de son costé opposite est menée une ligne; le centre de gravité (du pressement de l'eau congregé contre le fond) divise ceste ligne de telle sorte, que la partie haute à la basse est en raison double » (ivi, pag. 495).

Passa di qui lo Stevino a dimostrare in qual punto risponda il centro della pressione, dentro la porzione ID della parete, come nella 39, qui addietro, è prefigurata. E osservando che una tale pressione si deve al peso del piano acqueo, composto del parallelogrammo IL, e del triangolo KLH, aventi quello e questo i centri di gravità, che riposano ne' punti P ed R, sul mezzo, e ai due terzi della base ID; ne conclude che il centro della gravità del piano, o della pression del liquido, risponde al punto Q, fermato sulla PR con tal ragione, che la parte QR stia alla QP, reciprocamente, come il parallelogrammo sta al triangolo; ossia, per le cose già dimostrate, come CI sta ad IP, o come CN a NS. E perchè di tutti gl' infiniti piani, uguali e paralleli a IDHK, s' affalda la colonna liquida, premente la parete parallelogramma, il superior lato e l' inferior della quale, suppongasi essere dalla ID divisi nel mezzo; nello stesso punto Q, com' è stato geometricamente indicato, risponde il punto che si cercava, quello cioè, in cui si concentra tutto insieme il peso della detta colonna, secondo che così propriamente lo Stevino stesso annunziava: « Estant un fond dans l'eau, parallelogramme, non a niveau, et son plus haut costé sous fleur d'eau, et a niveau, du milieu du quel costé au milieu de son opposite on mene une ligne; en icelle ligne est le centre de gravité de compression congregée contre le fond la divisant entre deux certains poincts, dont celuy d'en-haut est centre du fond, l'autre divise la ligne totale en raison double. Or entre ces deux poincts le dit centre se trouve diviser l'intervalle ainsi que la partie inferieure à la superieure est comme la ligne a plomb, entre fleur d'eau et le plus haut costé du fond, a la moitie de la ligne a plomb (*così propriamente si deve leggere e non semplicemente* à la ligne a plomb, *com' è trascorso in questa edizione*) entre le dit plus haut costé, et le niveau qui passe sous son costé opposite » (ivi, pag. 496).

Tali erano le importanti novità, che si venivano per lo Stevino a introdurre nell' Idrostatica, la precipua fra le quali consisteva in aver messe nella loro più piena evidenza le pressioni in su e per ogni verso, rimaste a tutti un' enimma dentro la seconda supposizion di Archimede. D' onde è facile persuadersi che sarebbe giunta questa Scienza, già fino dal cominciar del secolo XVII, a quella perfezione, a cui la ridusse l' Hermann, se l' autorità del magistero non fosse tutta passata nelle mani di Galileo, l' opera posta dal quale intorno all' Idrostatica, fin qui forse mal giudicata, apparirà quale si fosse in effetto nella seguente Storia.

II.

Quale occasione avesse Galileo di applicarsi, ne' suoi anni giovanili, allo studio dei teoremi idrostatici di Archimede, lo racconta da sè stesso in quel dialogo latino, che fu per la prima volta pubblicato dall' Albèri, in cui si gettavano dall' Autore i semi della nuova Scienza del moto. Quivi dice, per mezzo del suo interlocutore sotto il nome di Alessandro, che la ragion vera, secondo la quale un corpo ci apparisce grave o leggero, dipende dalla proporzione ch' egli ha col mezzo, a quel modo che s' era studiato di dimostrare « cum veram rationem invenire tentassem, qua possimus, in mixto ex duobus metallis, singuli metalli exactissimam proportionem assignare: quorum theorematum licet non dissimilia ab Archimede demonstrata sint, demonstrationes minus mathematicas, et magis physicas in medium afferam » (Alb. XI, 21). L' occasione dunque di ritrovare queste prime fisiche dimostrazioni de' medesimi teoremi archimedei venne a Galileo, mentre, circa all' anno 1587, attendeva all' invenzione di quella Bilancetta idrostatica, per l' applicazion della quale si sarebbe potuto praticamente risolvere uno de' più mirabili e più curiosi problemi, fra quanti se ne raccontino dallle più antiche Storie della Scienza.

La narrazione di ciò, più autorevole e più diffusa, è quella fattaci da Vitruvio, il quale, dopo aver detto come Gerone re dei Siracusani, avendo dato una massa di oro a un orefice perchè glie ne formasse una corona votiva, ed entrato poi in sospetto che fosse impiegata nell' opera una parte di argento, ricorresse ad Archimede, affinchè gli scoprisse per via di scienza la ragione del furto; « tunc is, Vitruvio stesso soggiunge, cum haberet eius rei curam, casu venit in balneum, ibique, cum in solium descenderet, animadvertit quantum corporis sui in eo insideret tantum aquae extra solium effluere. Itaque, cum eius rei rationem explicationis offendisset, non est moratus, sed exilivit gaudio motus de solio, et nudus vadens domum versus, significabat clara voce invenisse quod quaereret. Nam currens identidem graece clamabat εὕρηκα, εὕρηκα. Tum vero ex eo inventionis ingressu duas dicitur fecisse massas aequo pondere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset, vas amplum ad summa labra implevit aqua, in quo demisit argenteam massam. Cuius quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquae effluxit. Ita exempta massa quanto minus factum fuerat refudit, sextario mensus, ut eodem modo quo prius fuerat ad labra aequaretur. Ita ex eo invenit quantum, ad certum pondus argenti, certa aquae mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase dimisit, et ea exempta, eadem ratione mensura addita, invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset quam argenti. Postea vero repleto vase, in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquae defluxisse in coro-

nam, quam in auream eodem pondere massam, et ita, ex eo quod plus defluxerat aquae in corona quam in massa, ratiocinatus deprehendit argenti in auro mixtionem, et manifestum furtum redemptoris » (*Architecturae*, Lib. IX, Cap. III).

Il Fazello, in un passo dell'*Istoria Siciliana,* riferitoci dall' Hodierna, aggiunge così al racconto alcune particolarità degne di nota: « Lucio Pollione scrive che Archimede fu inventore di questa cosa, che si dirà adesso. Jerone minore, re di Siracusa, avendo fatto voto di mettere una corona d'oro in un certo tempio, diede l'oro ad un orefice perchè la facesse. Ma egli con tanta gran maestria mise l'argento sotto l'oro, che ella pareva veramente tutta d'oro. Ma avendo il Re qualche sospetto di questo, per averlo udito dir dalle spie, e non potendo per sè stesso conoscere il furto, pregò Archimede che volesse scoprire la malignità dell'orefice, e convincerlo. Onde egli, pigliando tal carico sopra di sè, venne a caso nel bagno.... » (*Archimede redivivo,* Palermo 1644, pag. 9) e prosegue a narrare come da ciò gli venisse suggerita l'invenzione, aiutandosi delle esperienze, a quel medesimo modo, che Vitruvio le descrive.

Si disse esser questo nella Storia un apologo, il significato proprio del quale si raccoglierà facilmente, ripensando a que' primi studiosi delle dottrine idrostatiche di Archimede, le quali, nelle loro astratte generalità, pur si mostravano così feconde delle più nuove e più utili applicazioni. Una di coteste utilità nella Fisica si riconosceva principalmente dal saper secondo qual più esatta proporzione si corrispondano le gravità di due o più corpi, sotto uguali ampiezze di moli: ciò che vedevasi direttamente conseguire dalla Scienza archimedea, nella quale dimostravasi che i solidi immersi tanto perdono della loro propria gravità, quant'è quella dell'umido, di cui occupano il luogo. Che se quest'umido è l'acqua, dalla sola perdita, che subisce un corpo nell'immersione, s'avrebbe verso un egual mole di lei, e secondo la più precisa verità, la proporzione desiderata. Non occorreva altro a farsi poi che un computo numerico, perchè, dato il peso di una massa, per esempio composta di oro e di argento, si potesse da que' medesimi principii archimedei certamente concludere quanto fosse nel misto, distintamente, il peso dell'un metallo e dell'altro. E il computo que' primi discepoli e promotori di Archimede non penarono a farlo, di che lasciarono, com'era giusto, tutta attribuire al Maestro la gloria, cantatagli innanzi, sopra la lira di Bione e di Mosco, con quell'idillio, che in più rozze note ci ha trasmesso Vitruvio.

Dietro l'esperienza delle gravità specifiche de' due metalli, e del loro composto, il calcolo della quantità dell'argento, sostituito all'oro nella corona del re Gerone, certissimamente fu fatto, e si può, dietro questa certezza, argomentare quanto amorosi e intensi fossero gli studii dati all'Idrostatica dai contemporanei di Archimede, o da' successori immediati di lui, benchè quel calcolo non dovesse poi parer tanto difficile a chi meditava e aveva intelligenza dei libri *Della sfera e cilindro, Dei conoidi e sferoidei.* Nonostante non sappiamo altro da Vitruvio, se non che la proporzione de' due metalli nel misto

fu ritrovata *ratiocinando*, ma nessuno aveva ancora detto in qual modo fosse fatta, o si potesse fare questa raziocinazione o questo calcolo, prima del Tartaglia, a cui pure venne primo in pensiero d' istituirlo sopra più precisi dati sperimentali, inventando l' uso della Bilancetta.

Che in mezzo a tanto squisita cultura di lettere umane le rozze pagine del Matematico di Brescia andassero dimenticate, non fa maraviglia, ma ben fa maraviglia che le potessero così disprezzare coloro, i quali incominciarono nel secolo appresso a infondere nelle parole un succo di verità nuove, come ristorativo sapore di frutto in mezzo al vano susurrar delle fronde. Comunque sia, benchè Galileo ostentasse il suo disprezzo, come sopra tutti gli altri che lo avevano preceduto, così e sopra il Tartaglia; è un fatto che s' introdusse in questi studii delle gravità specifiche con l' aggiungere qualche perfezione a quello stesso strumento, che da quasi cinquant' anni tutti leggevano, o potevano leggere in quel secondo ragionamento, fatto dall' Autore intorno alla sua propria *Travagliata invenzione.*

Già ben sanno i nostri Lettori, a cui poco addietro si commemorava, come fosse quello strumento idrostatico inventato dal Tartaglia, a evitar le fallacie, inevitabili nel metodo, che, per trovare i pesi specifici de' vari corpi, si diceva avere usato Archimede: e che tale pure si fosse il primo passo fatto da Galileo intorno alla Bilancetta, apparisce da una sua nota, la quale, essendo scritta in mezzo a quella salva di *Problemi varii,* che poi risoluti si sarebbero voluti inserire nel *Dialogo novissimo:* ne fa presentir l' origine e la ragione di quel frammento, che più qua pubblicheremo. In quella nota dunque si legge: « Esperienza di Archimede falsa intorno alla Corona di Jerone, con l' esplicazione della Bilancia, per trovare i pesi delle diverse materie » (MSS. Gal., P. III, T. III, fol. 62). E appunto è questa quella Bilancia, che si diceva non essere di originale invenzione, ma un perfezionamento di quell' altra del Tartaglia. Un documento, ritrovato da noi nelle *Aggiunte ai Manoscritti galileiani, esistenti nella R. Biblioteca nazionale di Firenze,* e che ora siam per trascrivere, conferma il nostro asserto. Prima ché l' Hodierna pubblicasse la scrittura autografa di Galileo, non si sapeva della Bilancetta di lui se non ciò che, per tradizione orale, ne venivano dicendo i Discepoli, le particolarità de' quali detti in proposito possono raccogliersi dal documento, inserito nelle *Aggiunte* sopra annunziate, prezioso organo di tante altre tradizioni scientifiche, ignote, della Scuola galileiana. In quel documento manoscritto dunque si dice:

« Il signor Galileo trovò una invenzione per pesare le materie più gravi dell' acqua; abbiano che figura si vuole, ed è facendo una Bilancia, anzi Stadera, con ispazi giustissimi e minuti, ed i metalli o altro si pongono sopra la Bilancia immersi dentro all' acqua, appesi per un filo di seta cruda, ovvero capello, e si legano alla stadera nel punto B (fig. 59). E per fare li

Figura 59.

scompartimenti giustissimi fanno l' ago BD tondo, e sopra ci avvolgono a spira un filo di metallo, tirato alla filiera, che benissimo si accosti, quale, per essere grosso tutto ugualmente, e tra loro toccarsi le spire, viene a fare li scompartimenti uguali fra loro. »

« Per fare il computo della gravità dell' argento si sospenderà un pezzo di argento C ad un capello, alla testa della stadera B, ed immerso nell' acqua chiara, ed ivi si tiri il guscio F, che serve invece di romano, in luogo che stia in equilibrio, e sia per esempio al decimo scompartimento (quali si contano toccandoli con la punta di un ago, ovvero con il taglio di un coltello) e se non starà perfettamente in equilibrio, cavisi ovvero aggiungasi della polvere di piombo o altro grave, che in detto guscio si deve ponere, fino a che ugualmente bilanci. Cavisi poi detto argento fuori dell' acqua, e si lasci asciugare al sole o altrimenti, e si tiri tanto avanti il guscio, che serve per romano, in fino a che stia in equilibrio, e sia v. g. a venti gradi o scompartimenti. Io dico che la gravità dell' argento a quella dell' acqua starà come venti a dieci, perchè infondendolo nell' acqua noi abbiamo detratto dal suo peso totale dieci gradi di gravità. Ma l' acqua non detrae dalle materie gravi altro che quanto peserebbe una mole di acqua per l' appunto, uguale a quella che s' immerge, abbia che figura si vuole, perchè l' acqua nell' acqua non pesa; adunque l' argento sarà il doppio più grave dell' acqua. E permutandosi, a volere che l' argento fosse uguale di peso all' acqua, sarebbe necessario che quel medesimo pezzo fussi di superficie due volte maggiore. »

« Dicono che la stadera, per esser comoda, vorrebbe esser lunga un gran palmo, e di robustezza basta che possa sostenere un' oncia di peso: il filo di ottone o di acciaio vuol essere sottilissimo, e la bilancia gelosa, che ogni poco di grave la muova. »

« Per fare la bilancia assai gelosa, si faccia che il fulcimento sia fuora della traversa, e tanto quanto sarà alle braccia della bilancia o traversa lontano, tanto sarà piu gelosa. Come per esempio nella bilancia ABC (fig. 60), se in cambio di porre il pernio del fulcimento nel luogo B, come si usa, lo porremo lontano alle braccia AB, BC, e lo porremo nel luogo D, ella sarà più gelosa e mobile: tanto più, quanto dal luogo B sta lontano l' ago. Allora, ogni tantino che esca la Bilancia dall' equilibrio, farà molto maggior mutazione, ed è meglio, invece di fare il buco nel luogo D, ed il fulcimento o pernio farlo nel sostegno, che detta Bilancia sostiene; farlo nel sostegno: e nell' ago della Bilancia in D farvi un coltello tagliente. »

Figura 60.

Queste ultime osservazioni sono di non lieve importanza, per la storia della costruzione, e delle leggi statiche applicate alla Bilancia, benchè alquanto fuori del presente proposito, qual' era di confermare che la principale intenzione, per cui Galileo costruì la sua Bilancetta idrostatica, fu *per trovare i pesi in specie delle varie materie,* non altrimenti da quel che un mezzo secolo prima aveva pure inteso di fare il Tartaglia. Quali modifica-

zioni poi all' invenzione di questo facesse l' altro, dalla precedente descrizione è manifesto: allo *spaghetto lunghetto* si sostituì uu filo di seta cruda, o un capello, e alla inesattezza delle divisioni, segnate con le tacche ordinarie sul-l' ago della Stadera *ovver piombino,* si provvide ingegnosamente, riducendo l' ago stesso quasi a vite micrometrica, co' sottili e stretti avvolgimenti di un filo di metallo.

Con un tale strumento, ridotto così, per via dei detti artificii, squisito, Galileo sperimentò le gravità specifiche dei varii corpi, e, in ordine al problema della corona, dava per risolverlo fondamenti assai più sicuri di quelli, che si proponevano dagli Antichi. Quella completa soluzion nonostante rimaneva tuttavia affidata a un calcolo, come nella prima istituzion di Archimede, e fu propriamente Galileo, che dispensò da ogni esercizio matematico, insegnando a chi ne fosse stato curioso di ritrovare le proporzioni de' due metalli nel misto, col semplice uso manuale del suo strumento. Tutto ciò, insieme con altri particolari, da cui si viene a illustrare la storia della Bilancetta galileiana, s' intenderà meglio da un frammento di Dialogo, che si rende ora per noi alla pubblica notizia dal manoscritto altre volte citato: *Roba del gran Galileo, in parte copiata dagli originali, e in parte dettata da lui cieco a me Vincenzo Viviani, mentre dimoravo nella sua casa di Arcetri.*

« Salviati. — Ammiranda, sopra tutte le altre che si leggono nelle antiche scritture, mi è sembrata sempre l' invenzion di Archimede, per la quale scoprì il furto della corona di Jerone, e tanto più mi s' accresce di ciò la maraviglia, quanto più vo fra me ripensando come il nostro Accademico ridusse l' operazione assai più facile e più precisa. »

« Simplicio. — Io n' ho sentito anch' io tante volte parlare, e a chi non è noto oramai quel famoso *eurika, eurika?* Non intendo però come a scoprir se un oggettò è di oro puro, o mescolato con altro, ci sia bisogno di una scienza così pellegrina. Non era ella forse nota a que' tempi la pietra del paragone? »

« Salviati. — Era anzi notissima sotto il nome di pietra eraclèa o lidia, e se ne trovano descritte le maravigliose virtù da Teofrasto, antichissimo scrittore greco. Poco o nulla però poteva giovare il ricorrere a un tale espediente, trattandosi, non di scoprir la natura de' metalli, ma di sapere secondo qual proporzione si trovassero nel composto, ciò che si desiderava principalmente, per far la giusta ragione del furto. Del qual furto gl' indizi non venivano dall' aspetto esteriore, o da qualche esame che si fosse fatto intorno alla parte sostanziale della corona, la quale, come mostrava, così era al di fuori tutta aurea, e rispondeva esattamente al peso del metallo puro consegnato all' orefice, perchè ne conducesse il lavoro. Sembra piuttosto, a quel che si può, con la ragione e con la prudenza, congetturare di un fatto da noi tanto remoto, che i cortigiani sapessero qualche cosa di certo, e che, susurrandone in palazzo, facessero entrare nel Re il sospetto che a una buona parte dell' oro fosse furtivamente sostituito altrettanto peso di argento, cosicchè la materia della corona resultasse del loro misto. »

« Sagredo. — Mi sembrerebbe, essendo così, che dal solo colore si sarebbe potuto sospettar dell' inganno, perchè, mescolandosi insieme due polveri, l' una delle quali tirasse al giallo rossigno dell' oro, e l' altra al bianco cenerino dell' argento; se ne vedrebbe nascere un terzo colore, che non è bene nè questo schietto, nè quello. »

« Salviati. — Voi, signor Sagredo, mostrate di participar con l' opinione di molti, che la mescolanza dei due metalli nella corona fosse fatta per fusione, e per effetto del fuoco. Ma non fu propriamente così: anzi vi dico che così non può essere stato, perchè altrimenti sarebbono riuscite fallaci le liberali applicazioni della scienza, nel far le quali necessariamente si presuppone che le densità, da cui dipendono le moli de' due metalli, separatamente e nel misto, si mantengano inalterate. Voi dovete sapere che sono in tutti i corpi sparsi vacuetti, dal maggiore o minor numero de' quali, e dalla loro maggiore o minore grandezza, dipende l' essere alcuni solidi, sotto parità di superficie, più o meno gravi di altri. È perchè togliendo due palle di diametro uguale, ma la prima d' oro e la seconda d' argento, si trova esser quella notabilmente più grave di questa; convien dire che nell' argento siano que' vacuetti in più larga copia disseminati, che in mezzo all' oro. Ora accade che, fondendosi insieme i due metalli, nelle maggiori vacuità dell' uno penetra, assottigliata dal fuoco, la sostanza dell' altro, intanto che il misto viene a ridursi sotto mole assai minore di quella, che avevano prima i due metalli separati. Così essendo, il ragionamento di Archimede, che partivasi da falsi principii, sarebbe giunto a conseguenze false. Nè potendosi ciò presupporre in un ingegno tanto eccellente, mi fa con certezza asseverare che fossero i due metalli insieme nella corona per semplice apponimento di parti, e non per fusione: come a dire che l' armilla e i raggi, consolidati dentro nella materia dell' argento, fossero tutti ricoperti di fuori, e fasciati, da una foglia di purissimo oro. »

« Simplicio. — Se così stanno, signor Salviati, le cose, come voi dite, non aveva bisogno Jerone di ricorrere alla sapienza del grande Archimede: qualunque artefice, co' suoi strumenti acuti e taglienti, rimovendo la foglia dell' oro, gli avrebbe reso visibile l' argento che v' era sotto, e senza indugio scoperta la ragione del furto. »

« Salviati. — Pensate però, signor Simplicio, che si sarebbe così guastato il lavoro, con finissima arte e diligenza condotto, e da questa parte giusto ne pare maravigliosa la scienza di Archimede, perchè, mentre non rendeva men certo e men patente il fatto, che a metterlo sotto gli occhi; lasciava, secondo il desiderio del Re, l' opera dell' artefice intatta. »

« Sagredo. — Il signor Simplicio, col suo stesso silenzio, mostra di essere sodisfatto. Vi resta ora, signor Salviati, a dare sodisfazione anche a me intorno a due dubbii, che mi son nati, ascoltando il vostro discorso. Il primo si è che io non posso persuadermi avere metalli così compatti, come sono l' oro e l' argento, vacuetti o pori aperti in mezzo alla loro sostanza, come si vede ne' legni o in altri corpi, che galleggiano sopra l' acqua. Il secondo

è che io non intendo come, non serbando i due metalli nel misto la medesima proporzion di mole, che separati, fallaci, come voi dite, ne dovessero riuscire i giudizi di Archimede, o di chiunque altro si volesse mettere a imitarne gli esempi. »

« Salviati. — L' esperienze del nostro Accademico vi risolveranno il primo dubbio. Il secondo ve lo troverete per voi medesimo risoluto, da poi che io vi avrò descritto il processo della maravigliosa invenzione, che, secondo ne riferiscono gli Scrittori, sarebbe questo: Avendo Archimede, mentre era tutto in pensiero della proposta fattagli da Jerone, scoperto che il suo proprio corpo, immerso nell' acqua della tinozza piena, tanto perdeva della sua gravità naturale, quant' era il peso dell' acqua versata; prese una massa di oro schietto, e separatamente una massa di argento, ambedue di pari peso a quello, che dava la corona, posta sopra una squisitissima Bilancia. Poi riempì un vaso di acqua, e vi tuffò la massa dell' oro, la quale ne fece traboccar tanta, quant' era precisamente la propria mole, tenendo esattissimo conto del peso dell' acqua versata. Similmente operò con l' argento, e con la corona, la quale fu trovata versar meno acqua dell' argento stesso, e più di quello, che non avesse fatto l' oro solo, e da questo più o meno dell' acqua, ne' detti versamenti con diligenza raccolta, riuscì poi, per via di calcolo, Archimede a saper quanto più o meno dell' un metallo o dell' altro avesse impiegato l' orefice nel suo lavoro. »

« Sagredo. — Or ben comprendo, signor Salviati, che, non potendosi paragonare insieme due cose di natura diversa, male avrebbe Archimede risoluto il problema, se le moli ai pesi, de' due metalli separati e nel misto, non avessero osservata la medesima proporzione. »

« Simplicio. — Quanto a me confesso che, dal discorso del signor Salviati, mi si rappresenta il furto della corona di così facile ritrovato, che io non intendo com' egli abbia potuto destar nel mondo tanta ammirazione. Trattandosi di versar acqua in un vaso, e di farvela traboccare col tuffarvi dentro un oggetto, mi pare che tutto si riduca a un gioco da fanciulli, nè so quale gloria potesse guadagnarne il nostro Accademico, a ingerirsi di queste bagattelle, per renderle, come voi dite, più facili e più precise. »

« Salviati. — Bagattelle si potrebbero forse dire in sè stesse, non considerata la loro intenzione finale, che se voi poteste, signor Simplicio, penetrar col vostro cervello, vi farebbe dare di queste cose ben altro giudizio. Vi concederò in ogni modo che sia ovvio infondere l' acqua in un vaso, e per l' immersione di una mole straniera farla riversar fuori dal suo labbro. Ma, per la bontà dell' operazione, è necessario saper la misura esatta di quel versamento. Ripensate ora a quel che in tale atto rimane attaccato agli orli, e alle pareti esterne, e vi persuaderete che il liquido così raccolto non è precisamente tutto quello, di cui la mole straniera è sottentrata a prendere il luogo. Nè a punto minor pericolo di fallacie menava il metodo, che si dice aver tenuto Archimede. Egli lasciava liberamente versar l' acqua, infin tanto che non fosse la mole tutta immersa. Poi estraeva questa dal vaso, che ne-

cessariamente si rimaneva scemo, e l'acqua, che poi ci bisognava a colmarlo, era la misura di quella dianzi versata. »

« Questa operazione dispensava è vero da ogni cura lo sperimentatore, per quella parte dell'acqua che si perdeva, rimanendo nel versare attaccata agli orli, e alle pareti del vaso: ma se ne perdeva pure in altra maniera, in quel velo cioè, di che tornavano rivestite le moli, nel tirarle fuori dal bagno, e specialmente la corona, con tutti que' suoi incavi e risalti, sfuggimenti e trafori. E nell'atto stesso di colmare il vaso, dopo l'estrazione, a quanti scorsi non andava ella soggetta la mano incerta? Bisognava badar bene che l'acqua non traboccasse: eppure, se non traboccava, non si poteva esser certi che il vaso era colmo. Giunto il liquido all'orlo supremo, si poteva, colla sestaria o con altra ampolla di misura nota, seguitare a infondere a gocciola a gocciola, e una e due e quattro non bastano, in fin tanto che, squarciandosi a un tratto quella specie di pellicola, che involge, e che, quasi vi fosse cucita in giro, trattiene il colmo; tutto va giù a precipizio. Ond'ei non è possibile sapere, con quella precisione che pur si richiede, quant'è l'acqua versata dall'ampolla, a riempire lo scemo, rimasto dentro il vaso, dall'estrarne fuori i metalli. E anche, nel misurar l'acqua dell'ampolla dopo il riempimento, altra nuova occasione a fallacie. Perchè, non valendoci le misure di capacità, e dovendosi ricorrere alla Stadera, ci bisognavano due pesate: una prima, e un'altra dopo l'infusione, a fin di argomentare, dalla trovata differenza, quanto sia il peso dell'acqua, di mole uguale a quella dell'oro, dell'argento, e della corona. »

« Ora il nostro Accademico, ripensando a ciò, e specialmente che per l'operazione era la Stadera strumento indispensabile, si maravigliò che Archimede eleggesse modi così complicati e fallaci, invece di quegli altri tanto più semplici, e più sicuri, che pareva dover essergli suggeriti da' suoi stessi teoremi. In uno di questi infatti dimostra che un solido immerso nell'umido perde tanto di gravità, quant'è la gravità dell'umido, di cui dentro il vaso egli occupa il luogo. Immaginate dunque essere BD (nella figura 59) la stadera, con la quale si è pesato il solido C, o oro o argento che egli sia, o un composto di tutt'e due, e che siasi quel peso v. g. trovato venti libbre. Non rimovete nulla dal suo posto: se mai, allungate il filo BC, che ha da essere sottilissimo e resistente come d'acciaio, infin tanto che il solido C, da cui pende, non vada a tuffarsi tutto nell'acqua di un vaso, sottopostogli a questo effetto. Perderà, così stante, del suo proprio peso, e quanto ne perderà per l'appunto si potrà saperlo dal ritirare indietro il romano, il quale supponiamo che faccia l'equilibrio, giunto sul segno delle dieci libbre. La differenza è dunque dieci, e tanto è il giusto peso di una mole di acqua, uguale alla mole C, che, per ritrovarlo, si facevano quelle penose e incerte operazioni da me narrate. »

« Sagredo. — Io rimango veramente stupito, nel ripensare al modo delle antiche e delle nuove esperienze. In queste il solido imprime nell'umido la sua propria stampa, intanto che la mole di questo, corrispondente alla mole

di quello, si può dire che sia esattamente ritrovata dalla stessa Natura, non rimanendo all' arte altra faccenda, che di ritirare innanzi e indietro il contrappeso della stadera. Mirabilmente si viene per questa via a scansare ogni fallacia, da quella in fuori che può nascer dal filo. Ma pur, lasciandone tuffare assai poco, ed essendo sottilissimo, come avete prescritto, non può produrre che qualche minimo effetto. Io non avrei avuto il coraggio di dire, come il signor Simplicio, che queste erano bagattelle, ma non avrei nemmeno creduto che fossero invenzioni così pellegrine e ammirande, come ora intendo. »

« SIMPLICIO. — E anch' io pronunziai quel giudizio, perchè da tanti avevo sentito parlare di questo furto, fatto nella corona del re Jerone, ma nessuno me ne aveva ancora spiegato così bene il modo, com' avete fatto voi, signor Salviati, a cui raccomando di congratularvi di ciò con l' Accademico, a nome mio. »

« SALVIATI. — Aspettate a far questo di avere inteso il tutto, non essendosi detto fin qui da me che il principio, a movere dal quale sia fatto il primo passo, considerando che col metodo nuovo è possibile ritrovare la proporzione, che, al peso di un' egual mole di acqua, ha il peso di qualunque più piccolo oggetto, come sarebbe per esempio di una margarita. Se non che si richiede al proposito una stadera assai delicata, e con la lunghezza divisa in minime parti, le quali vogliono essere tutte puntualissimamente uguali. Una tal precisione, difficile ad aversi dall' arte fabbrile, si conseguiva dal nostro Accademico, avvolgendo intorno al ferro tondo dell' ago un filo sottilissimo di acciaio, passato alla filiera, e stringendone le spire l' una contro l' altra a esquisitissimo contatto. Così, alle tacche ordinarie si sostituivano i passi di una vite, i quali, per essere così brevi, e perciò non bene discernibili alla vista, abbarbagliata di più dai riflessi; si contano dagli scatti della punta di un ago o del taglio di un coltello strisciativi sopra. »

« SAGREDO. — Strumento gentilissimo in vero, e a quel che intendo di uso assai più universale di quello, che a prima vista non sembrerebbe. »

« SALVIATI. — Serve infatti a ritrovare le gravità in specie di qualunque corpo con tal precisione, che il nostro Accademico ebbe a notare essere gli sperimentatori, avanti a lui, proceduti, intorno a ciò troppo in di grosso, benchè possa anch' egli aver talvolta fallato, specialmente rispetto a certi metalli, per non esserglisi sempre offerti purissimi, com' avrebbe voluto. La prontezza poi e la facilità dell' operazione è manifesta, dietro ciò che io vi ho detto, e ritornando con l' occhio sopra questo foglio, disegnatovi dianzi, per darvi a intendere la costruzione e il modo della Bilancia. Imperocchè, se la mole C è oro, che in aria stia col contrappeso in H, distante dal perpendicolo E, quant' è la linea EH, e poi in acqua voglia essere ritirato in G; dalla proporzione delle due linee EH, GH, che è quella de' numeri degli scatti ascoltati, nel fare strisciare, ora sopra l' una lunghezza ora sopra l' altra, l' aguto; s' averà la proporzione della gravità in specie dell' oro, alla gravità di una egual mole di acqua, o di altro liquore. E con questo è venuto il proposito di dirvi in che modo si certificasse il nostro Accademico che,

in mezzo alla sostanza dell' oro e dell' argento, per non dire di altri metalli meno densi, siano disseminati pori, benchè tanto piccoli, da sfuggire alla vista più acuta. »

« Sia novamente C o palla o cubo di oro, che pesato, come si è detto, prima in aria e poi in acqua, abbia data la differenza GH. Prendeva poi l' Amico nostro quel medesimo cubo, e, posatolo sopra un' incudine, gli faceva dare gagliardissimi colpi con un martello di acciaio. Tornando poi a sospendere alla bilancia l' oro così ammaccato, e tuffandolo in acqua, trovava che il contrappeso voleva essere ritirato alquanto più distante dal perpendicolo, che non era il punto G; segno evidentissimo che nell' ammaccatura la mole era diminuita, e ciò non per altro, che per essere entrata la materia a occupare gli spazi prima rimasti vacui. Il rientramento poi e il ritiramento della mole in sè stessa fu a proporzione anche maggiore nell' argento, in simile modo ammaccato. »

« SAGREDO. — Bellissima e delicata esperienza, da cui si conferma che non dovevano essere i due metalli confusi nella corona di Jerone, ma semplicemente congiunti. Da tutto quel che avete detto però, signor Salviati, non vedo come ne resultino le proporzioni dell' oro all' argento, di rassegnar le quali era il fine principalissimo di questa invenzione. »

« SALVIATI. — Archimede ci andò per via di calcolo, tutta la precision del quale dipendendo dalle sperimentate gravità in specie, ci aveva il Nostro opportunamente provveduto, valendosi di quel suo perfettissimo strumento. Da principio si contentò di questa semplice promozione, lasciando anch' egli alle ragioni numeriche concludere il rimanente. E perchè queste ragioni non si sa come propriamente Archimede le istituisse, e i commentatori di lui si erano messi per vie tanto intralciate, da non si parer confacevoli col genio nobilissimo del Matematico antico; il comune Amico nostro ridusse tutto alla semplicità di quella regola, per la quale, dati essendo tre termini in proporzione, è possibile a ritrovar sempre il quarto termine ignoto. Il primo dunque di quei termini è l' eccesso della gravità in specie dell' oro, sopra la gravità in specie, dell' argento, diviso per la gravità in specie dell' argento: il secondo è l' eccesso della gravità in specie dell' oro, sopra la gravità in specie del composto, diviso per la gravità in specie del composto: il terzo è la gravità in aria di esso composto, che per supposizione è la medesima che la gravità delle parti separate, e che può aversi dalla Bilancia ordinaria, come pure dalla Bilancia, per trovare i pesi nell' acqua, s' avranno gli altri due detti termini. Ond' ei potranno tutti e tre sapersi, e sapersi con essi insieme anche il quarto, che è il peso dell' argento. Il peso dell' oro ne verrà in conseguenza, perchè, se il composto è v. g. sessanta libbre, e che l' argento si sia trovato venti; è manifesto che l' oro sarà quaranta. Ma poi pensò che queste stesse proporzioni si potevano direttamente conoscere, mediante lo strumento, senza far altro che contarne i segni, sopra la lunghezza dell' ago compresi fra le varie distanze dai punti, dove, per ottener l' equilibrio, s' erano fatti rimanere i contrappesi. »

« SIMPLICIO. — Questo mi piace, ed essendo così, l'invenzione mi riesce bellissima, e praticabile a tutti, che come me non sanno, o non vogliono tornare a stillarsi il cervello sopra il quinto libro di Euclide. Ditemi dunque, signor Salviati, in che modo io potessi ritrovare, in un oggetto composto di oro e di argento, la proporzione dei due metalli, senz' avere a far altro, che pesare alla stadera, con l'arte semplicissima di chi vende sopra le piazze o nelle botteghe. »

« SALVIATI. — Nella figura (61) che io, per vostra maggiore intelligenza, vo' disegnarvi su questo foglio, immaginate che in E stia il perpendicolo della stadera, e che il vostro oggetto, rappresentato con A, e pendente in F da uno estremo, sia dall' altro C esattamente contrappesato in aria dal grave B, il quale suppongo che faccia da contrappeso a due separate quantità di oro e di argento, che, remosso A, si facessero una per volta pendere dal punto F. Sia dunque, prima, A oro puro, che tuffato in acqua faccia ritirare il grave B da C in D, e si noti diligentemente questo punto. Si levi poi l'oro, e si metta in suo logo l'argento, che, dall' aria passando in acqua, voglia il ritiramento nel punto G, il quale similmente si noti con diligenza. Tornando all' ultimo a sospendere l'oggetto A, che si faccia anch' egli scendere sotto l'acqua, si può con assai facilità prevedere come, essendo più lieve che se fosse oro pretto, e più grave, che se fosse pretto argento; farà talmente ritirare il contrappeso, che tra D e G consista in qualche punto di mezzo, quale, venendo al fatto, si trovi essere H. Contate ora i passi, che fa il filo di acciaio tra G e H, e poi tra H e D; e quant' è il numero di quelli, rispetto al numero di questi, altrettante direte, signor Simplicio, essere le parti dell' oro, rispetto a quelle dell' argento. »

Figura 61.

« SAGREDO. — La conclusione è semplicissima in vero, e deve il nostro Accademico esservi giunto per via di qualche ragionamento geometrico, che, se non supera la mia capacità, vi prego a riferirmelo secondo il suo proprio processo. »

« SALVIATI. — Il ragionamento anzi è facilissimo, nè richiede altra precognizione, che de' primi principii della Scienza meccanica, da cui si conduce in poche parole. Rimangano infatti le medesime supposizioni, ma in A siano distintamente contrassegnate due parti: una I dell' oro, contrappesata in aria dalla porzione M, e l'altra L dell' argento, contrappesata dalla porzione N. Fatto dal filo attaccato in F calare l'oggetto A nell' acqua, il ritiramento si trovò essere in H, da cui pendono dunque congiunti insieme M ed N. Stante ciò, immaginate che venga remossa da A la parte L: l'altra che rimane sarà contrappesata da M in D. Rimovete invece la parte I, e ciò che di A rimane sarà contrappesato da N in G. Dunque il medesimo og-

getto A si trova sopra la libbra ugualmente bene in equilibrio, tanto a far pendere collettivamente i due pesi M ed N da H, quanto a far distributivamente pendere M da D, ed N da G. Dunque è, per la Scienza meccanica, H il centro dell'equilibrio, dal qual punto debbono le distanze HG e DH stare reciprocamente come il peso M, al peso N, ossia, come il peso dell'oro al peso dell'argento, secondo che da me poco fa si diceva al signor Simplicio, nel descrivergli la sola arte pratica dell'operazione. »

« SAGREDO. — Quest'arte ora, in grazia del vostro discorso dimostrativo, mi è tornata chiarissima, e se io fossi quell'Archimede, a cui fu proposto di scoprire la ragione del furto famoso, sospenderei dalla bilancia in F, prima la corona del re Jerone, poi un pezzo di oro, poi un pezzo di argento, che tutti e tre in aria valessero il medesimo peso B. Poi, tuffando le tre moli una per volta nell'acqua, farei i ritiramenti in H, in D, e in G: e se, a strisciare la punta dello stiletto da G fino in H, ne contassi 21 scatto, e da H in D ne contassi 40; direi che la parte dell'oro puro sta alla parte dell'argento, furtivamente sostituito dall'orafo, come 40 sta a 21. Che se, poniamo, tutto il peso della corona fosse stato 61 libbra, direi che certissimamente 40 libbre erano oro, e 21 argento. Ma in qualunque numero fosse dato quel peso, lo partirei per 61, e l'avvenimento in once, e in divisioni di oncia, moltiplicato per 40, e poi per 21, mi scoprirebbe il peso dell'oro e dell'argento in once, o in altre più minute divisioni di oncia, e mi renderebbe la ragione esattamente matematica del furto. »

« SIMPLICIO. — Dunque non si può, nemmeno operando con lo strumento, evitare il calcolo, come il signor Salviati ci aveva promesso. »

« SAGREDO. — Ma è un calcolo, da non superare l'abilità di un fanciullo, che abbia rivedute appena le prime pagine dell'abbaco: nè molto più difficile, a dire il vero, mi parve quell'altro, che voi diceste, signor Salviati, essere stato ridotto dal nostro Accademico alla semplicità della regola aurea. Vorrei però sapere da voi se si può essere certi, che la regola dell'arimmetica, e la pratica operazione con lo strumento, conducono infallibilmente a concludere il medesimo. »

« SALVIATI. — Il riscontro che voi, signor Sagredo, desiderate, si riduce insomma a dimostrare che la proporzione tra i pesi e le distanze, segnate sopra la lunghezza della libbra, è la stessa che tra i pesi, e quegli eccessi di gravità in specie, e loro quoti, a quel modo che vi pronunziai. Fu concluso per la Scienza meccanica che GH sta a DH, come il peso dell'oro al peso dell'argento. Componendo, averemo GH con DH, ossia DG, a DH, come il peso dell'oro, insieme col peso dell'argento, ossia, come tutto il peso della corona, al peso dell'argento solo. Per la concordanza dunque delle due regole si deve dimostrare che GD, verso DH, ha la medesima proporzione, che l'eccesso della gravità in specie dell'oro, sopra la gravità in specie dell'argento, diviso per la gravità in specie dell'argento; ha verso l'eccesso della gravità in specie dell'oro, sopra la gravità in specie della corona, diviso per la gravità in specie della corona. Alla dimostrazione di che ci condurrà fa-

cilmente un principio, quale io vi propongo così in forma di lemma: Se la mole A, sospesa in F dalla bilancia, ora sia oro, ora sia argento del medesimo peso B in aria, e che, successivamente tuffate le due moli in acqua, quella faccia ritirare da C in D, e questa da C in G; dico che la gravità in specie dell' oro, alla gravità in specie dell' argento, averà tal proporzione, quale ha GC alla CD. La proposta verità si conclude immediata da ciò, che su tal proposito in precedenza fu detto, che cioè la gravità in specie dell' oro, alla gravità in specie dell' acqua, è come la EC alla CD. E similmente, la gravità in specie dell' acqua, alla gravità in spece dell' argento, come la CG alla EC: onde ex aequali, per la perturbata, la gravità in specie dell' oro averà, alla gravità in specie dell' argento, la medesima proporzione, che la CG alla CD. E, supponendo che le moli considerate siano ugualmente gravi alla corona di Jerone, il ritiramento della quale in acqua sia da C in D; si produrrà similmente che la gravità in specie dell' oro, alla gravità in specie della corona, sta come la CH alla CD. Ora, dividendo queste due proporzioni, troverete che, come l' eccesso della gravità in specie dell' oro, sopra la gravità in specie dell' argento, alla gravità in specie dell' argento; così è l' eccesso della GC sopra la CD, ossia la DG alla CD. In pari modo l' eccesso della gravità in specie dell' oro, sopra la gravità in specie della corona, è, alla gravità in specie della corona, come l' eccesso della CH sopra la CD, ossia la DH, sopra la DC. Dunque ex aequali, per la perturbata, l' eccesso della gravità in specie dell' oro, sopra la gravità in specie dell' argento, diviso per la gravità in specie dell' argento, sta all' eccesso della gravità in specie dell' oro, sopra la gravità in specie della corona, diviso per la gravità in specie della corona, come la GD, divisa per la CD, sta alla DH, divisa per la medesima CD: ossia, come la GD sola sta alla DH sola, secondo che, per sodisfare alla curiosità filosofica del nostro signor Sagredo, si voleva che io dimostrassi. »

« Sagredo. — Son gratissimo alla vostra cortesia. Io ho tenuto così dietro a tutto il vostro discorso, da cui siamo stati condotti a conclusioni tanto belle nella Scienza, e ad applicazioni così curiose nella pratica; che, per non interromperlo, mi sono tante volte astenuto di manifestarvi un mio pensiero, sovvenutomi improvvisamente, in mezzo a quel descriver che ci faceste le esperienze di Archimede, per ritrovar le moli dell' acqua, esattamente uguali a quelle dei due metalli e della corona. Ora quel pensiero, quell' idea lusingatrice, era questa: che, se il vaso fosse stato perfettamente prismatico, un corpo, per quanto si voglia irregolare, o formato con tutt' altra regola, da quella così semplice, che prescrive ne' suoi solidi la Geometria, quale sarebbe stata giusto quella corona; averebbe trovato nello scemo dell' acqua dentro il vaso la sua quadratura prontissima e perfetta. »

« Salviati. — Il medesimo sovvenne a me, nè saprei ben definire se, dell' esserci così incontrati insieme in questa speculazione, io senta maggiore in me o la compiacenza o la maraviglia. Procurai di avere un vaso, tirato più esattamente che fosse possibile in forma di cubo, e, in mezzo al vano di

lui fatto sospendere un esattissimo cilindro, colmai il detto vaso di acqua, e poi ne estrassi il solido, che, per essere stato scelto da me di materìa più grave in specie, era tutto rimasto sommerso. Il vuoto, da lui lasciato in figura di un prisma, corrispondeva dunque esattamente alla mole cilindrica, la circolar base della quale mi si veniva perciò a trasformare in base quadrata. Entrato in questa curiosità, passai anche più oltre. Feci il vaso, da ricevere l' acqua, cilindrico, e con esso un cono e una sfera, di tali diametri il circolo grande di questa, e la base di quello, che entrassero esattamente a riempire la cavità del cilindro, sol lasciandovi intorno quant' è grosso un capello, per la penetrazione del sottilissimo liquido, e per la libertà del suo passarvi attraverso. Estratte le due moli, mi si venivano a trasformare in due cilindri vacui, i quali, potendosi comodamente da me misurare, mi fecero curioso di veder come si corrispondessero questi modi meccanici con i teoremi dimostrati dalla Geometria. Sapete bene da Euclide che il cono uguaglia un cilindro di pari base, ma con la sola terza parte dell' altezza. Quanto alla sfera poi, si ricava per corollario dalla XXXI proposizione del libro, in cui Archimede trattò di queste cose, essere ella uguale a un cilindro, che avesse per base un circolo grande, e per altezza quattro terzi del semidiametro di esso circolo grande, ossia due terzi del diametro intero. Ora, venuto al misurare, con quella maggiore diligenza che mi fu possibile, i vacui cilindrici lasciati, per avere estratte dall' acqua le due dette moli; trovai tale corrispondenza con le conclusioni dei Matematici, da superare ogni mia aspettazione, ripensando a quante fallacie potevano essere andate soggette le mie proprie esperienze. »

« SAGREDO. — Son senza dubbio così fatti esercizi manuali soggetti a fallacie, ma chi sa che non potessero tornare di qualche utilità ai Geometri, benchè pur troppo sia vero che le imperfezioni della materia son potenti a contaminare le purissime dimostrazioni della Matematica? Ripensando come tante invenzioni di Archimede son così pellegrine da ciò, che l' ingegno di un uomo avrebbe senza altri indizi potuto per sè solo prevedere, dubitai che, siccome giova allo statuario, per rifinire l' opera nel marmo, l' essersene messo innanzi nella rozza creta l' esempio ; . . . . »

Qui termina lo scritto a tergo nel foglio, a cui manca il seguente, e perciò rimane interrotto il costrutto, non però così, che non si possa facilmente supplire, intendendo che Archimede, per l' investigazione di così astruse verità geometriche, si potesse essere in parte aiutato con l' esperienze. Tale si fu pure l' opinione del Nardi, nè è necessario ripetere le ragioni, per cui si giudicò da noi poco probabile: ma l' invenzione di trasformare i solidi, e di quadrarne i volumi e le superficie per via dell' acqua, è notabile, e vedremo qual partito per sè ne sapesse trarre il Viviani.

Altre cose, di non minore curiosità e importanza, ricorrono in questo Dialogo, che non si vuol lasciare senza pure notarle, e sia prima fra tutte la negazione espressa di un supposto, che alcuni dissero implicito ne' discorsi di Archimede e di Galileo. Il Nardi, troppo inconsideratamente fuor del suo

solito, scriveva anche questa fra le altre libere censure al grande Siracusano: « Anco Archimede, nell' investigare il furto della corona, non considerò, per quanto sappiamo, che due insieme fusi metalli occupino minor mole che separati, poichè dal più rado di essi imbevesi il più denso, come l' esperienza insegna. E veramente non devesi dal natural Filosofo trascurare tal punto, e non dovevasi da Archimede » (MSS. Gal., T. XX, pag. 879, 80). Ma ben assai più inconsiderato ne par quel Domenico Mantovani, il quale, in alcune sue annotazioni sopra la scrittura autografa di Galileo, descrittiva della Bilancetta, diceva supporsi ivi dall' Autore, nel risolvere il problema, « che il composto di due metalli conservi l' istessa proporzione in grandezza nel composto, che prima avevano li due metalli semplici che lo compongono » (Alb. XIV, 206).

La storia, che da Lucio Pollione raccolse il Fazello, basta a confermare l' inconsideratezza del Nardi. Quanto poi al Mantovani si può dire essere stato egli il primo, e non Galileo, a supporre che i due metalli nella loro fusione mantengono la medesima mole che separati; giacchè esso Galileo chiama *misto* la composizione dell' oro e dell' argento nella corona del re Gerone, e come si debba per questo misto intendere la semplice soprapposizion delle parti dal trascritto Dialogo è manifesto. Giova anzi avvertire in tal proposito che il Viviani, a quelle parole inserite nelle sue *Osservazioni* dall' editore Albèri, e che dicono: « tanto si è che il peso sia composto dell' oro e dell' argento separatamente, quanto che sia l' oro mescolato per infusione, poichè non si altera nè il peso assoluto nè la mole, e per conseguenza nemmen la gravità in specie » (ivi, pag. 214), scrisse in margine *fanne esperienza* (MSS. Gal. Disc., T. CX, fol. 65). Era poi in grado di apprezzar l' importanza di questa postilla quel Viviani, che aveva trascritto il Dialogo di Galileo, e che, pur essendo persuaso non andar nemmeno i metalli esenti dai pori, poteva dubitare se questi si riempissero sempre nella fusione, cosicchè talvolta la lega serbasse inalterato il volume dei metalli componenti.

In ogni modo, fra le cose notabili in questo Dialogo, sembra a noi principalissima la dimostrazione sperimentale dei così detti *pori fisici* dei corpi, alla quale dette forse occasione una lettera, che il 14 Maggio 1611 scriveva in questa sentenza allo stesso Galileo, da Bruxelles, Daniele Antonini: « Sono stato questi giorni in Anversa, dove ho veduto una cosa degna di scrivere a V. S. Un certo, il quale è sopra la zecca di questo serenissimo Signore, fa a chi vuol vederla questa prova. Lui piglia una pallina di oro, e la fa pesare a chi vuole sopra una bilancia giustissima ed esatta. Poi batte detta pallina, e ne fa una focaccetta. Si ritorna a pesare, e pesa sempre tre, e anche quattro grani più che prima. La comune opinione di costoro è che la forma pesi. Non mancano di quelli, che dicono che vi resta del ferro del martello nell' oro, ma sono opinioni ridicolose, pare a me. Questa cosa mi conferma l' opinione di V. S. che ci siano de' vacuetti ne' corpi, li quali, per il battere del martello, si riempino, onde il corpo non occupi poi tanto loco nell' aria, e per conseguenza non sia tanto sostenuto dal medio e pesi più.

Non so quello che circa questo giudicaria V. S., nè ho altro di nuovo » (MSS. Gal., P. VI, T. VIII, fol. 14).

Alcuni, tra le prime prove sperimentali dell'esistenza de' pori fisici nei corpi, citano il terzo degli sperimenti descritti nel libro de' *Saggi di naturali esperienze* intorno alla compressione dell'acqua. E veramente non è questo altro che un saggio, sopra il solo argento, di parecchie esperienze fatte sopra varie specie di metalli, le quali, essendo attribuite al granduca Ferdinando, si può credere che appartenessero a quel primo periodo dell'Accademia medicea, che pigliava essere e forma dal Torricelli. « Che l'acqua, come acqua, scriveva il Viviani, non si possa, nemmeno con qualsivoglia violenza, condensare per minima parte; l'ha sperimentato il Serenissimo Granduca. Ha fatto gettare d'ogni metallo, come argento, rame, ottone ecc. più palle vote per di dentro, e di grossezza di orbe intorno a quella di una piastra d'argento, quali poi, per un foro fattovi a vite, ha fatte empir d'acqua, e, serrato con vite di simili metalli strettissimamente il foro di dette palle, le ha poi fatte posare sopra un'incudine, e fattogli dare colpi gagliardi con un martello di acciaio, e ha osservato S. A. che l'acqua inclusa, per non poter patire condensazione alla violenza de'colpi, trasudava fuori delle palle per i pori del metallo » (MSS. Gal. Disc., T. 134, fol. 5 a t.). Il Borelli, parlando con più proprietà, non disse che il Granduca fece l'esperienza, ma *iussit* che fosse fatta (*De motion. natur.*, Regio Julio 1670, pag. 333) e il comandamento non poteva averlo ricevuto che il Torricelli.

In ogni modo però, non essendo queste che dimostrazioni indirette, la esperienza direttamente dimostrativa dell'esistenza dei pori fisici si può dire che fosse primo a farla Galileo, come s'argomenta dalla lettera a lui dell'Antonini, e con certezza si conferma dal Dialogo trascritto, sopra cui rimangono solamente a fare alcune osservazioni circa alla disposizione micrometrica dei fili spirali. Il Mantovani, dietro alcuni trascorsi, ch'egli attribuisce ai copiatori dell'originale galileiano; immaginò un sistema di comporre, e di numerare essi fili arbitrario, e tutt'affatto fuor del proposito. Ma nemmeno dalla lezione emendata, come ce la dette l'Albèri, si vengono a togliere i dubbi, perch'essendo parata la Bilancia per determinati pesi di oro e di argento, i punti D e G, nella figura 61, sono prestabiliti, e non occorrendo, per aver la proporzione del misto, che di misurare il loro intervallo, basta che questo solo sia ricoperto dal filo, e perciò tanto fa ch'egli sia o di ottone o di acciaio. Che se si volesse parar la Bilancia, per pesi differenti da A, i punti D e G torneranno sull'ago di lei o più innanzi o più indietro, cosicchè si dovrebbe riempir del filo uno spazio diverso da DG. Onde, a evitar l'incomodo, tornava meglio avvolgere un filo solo andante sopra tutta la lunghezza della libbra, ciò che si suppone esser fatto nello strumento proposto dal Salviati, il dialogo del quale soccorre dunque opportuno a illustrare e a correggere la stessa frettolosa scrittura autografa di Galileo, tutto allora in distenderla studioso, come udimmo, di produrre dimostrazioni de'teoremi idrostatici, più fisiche e meno matematiche di quelle di Archimede.

« Dico primum solidas magnitudines, aeque graves ac aqua, in aquam demissas, totas demergi, non autem adhuc deorsum ferri magis quam sursum » (Alb. XI, 22). Il ragionamento di Galileo per la dimostrazione si riduce al seguente: Sia il primo stato dell' acqua CD (figura 62), e infusa nel vaso la mole B non si sommerga, se è possibile, tutta, ma ne resti la parte A sollevata, ascendendo per l' immersione la superficie del liquido da CD in FG. Allora avremo che il peso di FD fa nella bilancia equilibrio al peso AB, ma quello è minore di questo, perchè uguaglia una sola parte di lui qual'è B; dunque ecc.

Figura 62.

« Hoc itaque demonstrato, sequitur ut ostendamus solidas magnitudines aqua leviores, in aquam demissas, non demergi totas, sed earum aliquam partem extare ex aqua » (ibid., pag. 23). Perchè, se si demergesse tutta, avremmo, dice Galileo, nella bilancia, equilibrio fra un peso più grave, qual'è l' acqua, e un più leggero, qual' è la grandezza demersa.

« Demonstrato igitur solidas magnitudines aqua leviores non demergi totas, expedit nunc ostendere quaenam illarum partes demergantur. Dico igitur quod solidae magnitudines, aqua leviores, in aquam demissae, usque eo demerguntur, ut tanta moles aquae, quanta est moles partis demersae magnitudinis, eamdem quam tota magnitudo habeat gravitatem » (ibid., pag. 24). Sia il primo stato della superficie CD, come nella passata figura, e della grandeza s' immerga la sola parte B, restandone l' altra A fuori, cosicchè il livello salga da CD in FG, e ivi giunto si faccia l' equilibrio. Dunque i pesi di FD e di AB sono uguali, ma anche i volumi FD e di B sono uguali, dunque ecc.

« Nunc autem, prosegue Galileo, antequam ad demonstrationem solidorum aqua graviorum accedamus, demonstrandum est quanta vi solida magnitudo aqua levior sursum feratur, si tota vi sub aquam demergatur. Dico igitur solidas magnitudines aqua leviores, in aquam impulsas, ferri sursum tanta vi, quanto aqua, cuius moles aequetur moli demersae magnitudinis, ipsa magnitudine gravior erit » (ibid., pag. 25). Se il solido, nella medesima figura 62, faccia la prima superficie del liquido risalire per l' immersione da CD in FG, il qual livello egli affiori con la parte sua superiore GA, abbiamo da una parte, nella bilancia, FD uguale in mole a B, ma, essendo maggiore di peso per supposizione, farà perciò traboccare dalla sua parte essa bilancia, con la forza della sua propria prevalenza, *quod,* dice Galileo, *fuit demonstrandum.*

« Ex his autem quae demonstrata sunt, poi soggiunge, satis perspicuum est solidas magnitudines aqua graviores deorsum ferri, si in aqua demittantur. Nisi enim ferantur deorsum, aut earum aliqua pars extabit, aut sub aqua manebunt, nec sursum aut deorsum ferentur. At earum nulla pars extabit, essent enim, ut demonstratum est, aqua leviores, nec in aqua manebunt, quia essent aeque graves ac aqua. Restat ergo quod deorsum feran-

tur. Nunc autem quanta vi deorsum ferantur ostendamus: dico igitur solidas magnitudines aqua graviores, in aquam demissas, ferri deorsum tanta vi, quanto aqua, molem habens moli ipsius magnitudinis aequalem, levior est ipsa magnitudine » (ibid., pag. 26). Sia AE (fig. 63) uguale in mole alla grendezza solida BL: e perchè il peso di quella si è supposto minore del peso di questa, sia AO la quantità del liquido, che ci bisogna per l'equilibrio. Alla BL poi s'immagini essere congiunta una grandezza LM, più leggera dell'acqua, e la mole della quale, uguagliandosi alla mole AO, pesi quanto la parte AE. Dunque AE con AO, e BL con LM, si faranno sulla bilancia equilibrio, ciò che non potrebbe essere, se la forza, con cui BL tende a scendere, non fosse pari a quella, con cui LM tende a salire. Ma, per la precedente, questa forza è uguale all'eccesso del peso dell'acqua AO sopra il peso dell'acqua DO, ossia al peso dell'acqua AE; dunque ecc.

Figura 63

Tali sono quelle dimostrazioni fisiche, che Galileo si studiava di sostituire alle altre di Archimede, stimate da lui più matematiche, benchè propriamente non sian tali che in apparenza, o nella forma, facilmeute riducibile a quella data a loro dallo stesso Galileo, come si riferì da noi sui principii del precedente capitolo. Così fatte dimostrazioni nuove furon poi il frutto degli studii giovanili, quando il novello professore di Pisa attendeva al a fabbrica e all'uso della sua Bilancetta.

Ma in ogni modo l' Idrostatica, con queste invenzioni, non veniva sostanzialmente promossa. Dai teoremi idrostatici, benchè riformati, non si vedevà direttamente conseguir la ragione di quel paradosso, che il Benedetti, piuttosto che spiegare, pareva voler proporre alla spiegazione de' suoi successori. Questa riforma infatti si riduceva a considerare il peso delle grandezze da una parte, e il peso dell' acqua da un' altra, come posati sui bacini di una bilancia di braccia uguali, ciò che, se poteva bastare a spiegar l' equilibrio ne' due rami del sifone d' ugual calibrio, faceva arretrar la ragione innanzi al fatto della poca acqua nella gracile cânna, che pur vale a sostener la grandissima nel mortaio. Allora Galileo pensò a quel che similmente accade nella bilancia di braccia disuguali, ossia nel vette, in virtù di cui qualunque piccolissimo peso può fare equilibrio a un grandissimo, purchè i loro momenti siano uguali: ond' ei non è maraviglia, disse fra sè, che la velocissima salita della poca acqua resista alla tardissima scesa della molta. « Accade dunque in questa operazione, poi soggiungeva esplicandosi nella mente quel primo concetto, lo stesso a capello che nella stadera, nella quale un peso di due libbre ne contrappeserà un altro di 200, tuttavolta che, nel tempo medesimo, quello si dovesse movere per ispazio cento volte maggiore che questo, il che accade, quando l' un braccio della libbra sia cento volte più lungo dell' altro » (Alb. XII, 26).

Esultando Galileo d' aver conclusa così la ragione del paradosso famoso, dalla generalità dei principii meccanici da sè professati, pensò che, potendosi

questi anche applicare alla bilancia di braccia uguali; de' comuni teoremi archimedei si potevano dare altresì nuove dimostrazioni. Perchè infatti, immergendosi più e più il solido, via via gli si solleva maggiore quantità d'acqua all' intorno, basta conferire i momenti della resistenza del liquido all'essere alzato, co' momenti della grandezza che lo preme, « e se i momenti della resistenza dell' acqua, soggiunge Galileo stesso, pareggiano i momenti del solido, avanti la sua totale immersione; allora senza dubbio si farà l' equilibrio, nè più oltre si tufferà il solido. Ma se il momento del solido supererà sempre i momenti, co' quali l' acqua scacciata va successivamente facendo resistenza; quello, non solamente si sommergerà tutto sott' acqua, ma discenderà sino al fondo. Ma se finalmente, nel punto della total sommersione, si farà l' aggiustamento tra i momenti del solido premente e dell' acqua resistente, allora si farà la quiete, e esso solido, in qualunque luogo dell' acqua, potrà indifferentemente fermarsi » (ivi, pag. 17).

Per conferire i detti momenti invoca Galileo dalla Statica due principii, i quali però dipendono da uno solo più universale, conosciuto e praticato dai precedenti Autori, ma che esso Galileo non seppe ridurre alla sua propria forma, nè perciò valersi di lui a dare quella efficace brevità, che manca a tante sue conclusioni. Agli esempi, che ricorrono di ciò nelle Storie passate, s' aggiunge ora questo de' principii fondamentali, posti dall' Autore al suo trattato Delle galleggianti, i quali principii, benchè si distinguano in due, sono inclusi nulladimeno, come si diceva, in un altro più generale, e secondo cui i momenti, o quelle che poi si chiameranno forze morte, si misurano dal prodotto delle velocità e de' pesi assoluti. È facile infatti veder che di qui si ha, per conclusione immediata, come, essendo i pesi e le velocità uguali, anche i momenti sono uguali; e dall' altra parte, essendo i momenti uguali, le velocità rispondono contrariamente ai pesi, che sono i due principii, distintamente assunti da Galileo per fondamento alle sue idrostatiche dimostrazioni, in servigio delle quali si premette pure il seguente lemma: « I pesi assoluti de' solidi hanno la proporzione composta delle proporzioni delle lor gravità in specie, e delle lor moli » (ivi, pag. 21).

La verità della proposta, più brevemente che nel discorso di Galileo, si conclude dalla definizione stessa delle gravità specifiche, le quali si dicono tanto essere maggiori le une delle altre, quanto più gran peso è raccolto sotto minor volume, cosicchè, intendendosi per G, P, M, e per G′, P′, M′, le dette gravità, i pesi e le moli, o i volumi di due corpi diversi; dalle equazioni $G = P : M$, $G' = P' : M'$, ossia, dalle altre $P = M . G$, $P' = M' . G'$, se ne conclude il proposito immediatamente. Che se $G > G'$, e allora sarà $P : M > P' : M'$, ossia $P : P' > M : M'$, ciò che vuol dire aver maggiore proporzione il peso assoluto al peso assoluto, che no il volume al volume: corollario pure invocato a varie occasioni da Galileo, come vedremo.

Ciò premesso, s' immagini di avere un vaso prismatico, dentro l' acqua del quale sia immerso un solido, pure prismatico: nella disposizione, che ha quello di scendere, e questo di salire, riconosce Galileo una specie di libra-

mento, soggetto alle medesime leggi statiche de' libramenti ordinari, e come questi perciò dimostrabile col principio delle velocità virtuali. Da un tal principio infatti è informato il *Discorso intorno alle cose che stanno in sull' acqua, o che in quella si muovono,* di cui tale è l' ordine delle proposizioni:

PROPOSIZIONE I. — « *La mole dell' acqua, che si alza nell' immergere un prisma o cilindro solido, o che s' abbassa nell' estrarlo; è minore della mole di esso solido demersa o estratta, e ad essa ha la medesima proporzione, che la superficie dell' acqua circonfusa al solido, alla medesima superficie circonfusa, insieme con la base del solido* » (ivi, pag. 18).

Sia EH (fig. 64) il primitivo naturale livello dell' acqua, la quale siasi sollevata in NM, mentre che il solido si è abbassato in IK. Essendo LG, NG due parallelepipedi, con altezze uguali, staranno dunque come LM, NM, loro respettive basi. Considerando poi che NG, mole dell' acqua sollevata, è uguale ad EK, parte del solido sotto il primo livello sommersa, per cui LG, LK tornano uguali; s' avrà senz' altro concluso essere la mole LK del solido sommersa, alla mole NG dell' acqua, come la superficie LM, alla superficie NM.

Figura 64.

Si dimostrerebbe, con simile compendioso discorso, esser medesima la proporzione tra le moli e le superficie, quando il solido, diversamente da quel che si è fin qui supposto, sale, e il liquido scende: ciò che dall' altra parte si sarebbe potuto facilmente prevedere da solo ripensar che il solido riman sommerso, per calare egli stesso, e tutt' insieme per sollevarglisi l' acqua all' intorno, d' onde viene a rendersi altresì la ragione della prima parte della proposta.

PROPOSIZIONE II. — « *Quando in uno dei vasi sopraddetti, di qualunque larghezza, benchè immensa o angusta, sia collocato un tal prisma o cilindro circondato da acqua, se alzeremo tal solido a perpendicolo, l' acqua circumfusa s' abbasserà, e l' abbassamento dell' acqua, all' alzamento del prisma, avrà la medesima proporzione, che l' una delle basi del prisma, alla superficie dell' acqua circumfusa* » (ivi, pag. 19).

Sia la base superiore del prisma, prima a un medesimo livello AE (fig. 65) con l' acqua infusa nel vaso, e poi il detto prisma si sollevi per l' altezza GA, abbassandosegli l' acqua infino ad AO. Essendo le moli HA, AN uguali, ossia $HG . AG = AE . AO$, è manifesto che $HG : AE = AO : AG$, com' era proposto di dimostrare. E perchè gli AO, AG, passati nel medesimo tempo, son la misura delle velocità, scende altresì dalle cose dimostrate per corollario che le velocità hanno reciproca ragion delle moli.

Figura 65.

PROPOSIZIONE III. — « *Un prisma o cilindro retto, di materia in specie men grave dell' acqua, se sarà circondato dall' acqua secondo tutta la sua altezza, non resterà sotto, ma si solleverà, benchè l' acqua circonfusa fosse pochissima, e di gravità assoluta quanto si voglia inferiore alla gravità di esso prisma* » (ivi, pag. 20).

Sia il prisma AF (fig. 66) tutto immerso nell' acqua CE del vaso prismatico BD. Chiamate G, G′ le gravità in specie di esso prisma e dell' acqua, e ritenute le medesime denominazioni, usate in precedenza, abbiamo per supposizione $G' > G$, e però, per il corollario del premesso lemma, $P' : P > M' : M$. Ma, per il corollario della precedente, chiamate V′, V le volocità; è $M' : M = V : V'$, dunque $P' : P > V : V'$, ossia $P' . V' > P . V$, che significa prevalere il momento dell' acqua a quello del prisma, il quale perciò non starà sotto, ma si solleverà. Ond' essendo medesime le conclusioni, qnalunque siasi la maggioranza della gravità specifica sopra la gravità specifica, e qualunque sia pure la grandezza della mole dell' acqua; riman così la proposizione dimostrata per ogni sua parte.

Figura 66.

PROPOSIZIONE IV. — « *Se un cilindro o prisma solido sarà men grave in specie dell' acqua, posto in un vaso come di sopra, di qualsivoglia grandezza, e infusa poi l' acqua, resterà il solido senz' esser sollevato, sin che l' acqua arrivi a tal parte dell' altezza di quella, alla quale tutta l' altezza del prisma abbia la medesima proporzione, che la gravità in specie dell' acqua, alla gravità in specie di esso solido. Ma infondendo più acqua, il solido si solleverà* » (ivi, pag. 22).

Sia il vaso NL (fig. 67), e in esso sia collocato il prisma MD, e qual proporzione ha la gravità in specie dell' acqua, a quella del prisma, tale abbia l' altezza DF all' altezza FB : dice Galileo che, infondendosi liquido sino all' altezza FB, il solido non si solleverà, ma ben sarà ridotto all' equilibrio, cosicchè ogni poco più d' acqua che gli si aggiunga farà sollevarlo. Abbiamo infatti, per supposizione e per ragioni stereometriche, ritenute le solite denominazioni, $G : G' = BF : FD = BG : DG$. Moltiplicate la prima e l' ultima ragione di questa per l' identica $GD : AF = GD : AF$, e fatte le riduzioni, avremo $G . GD : G' . AF = BG : AF$. Ma $G . GD = P$, $G' . AF = P'$, per il premesso Lemma in principio, e BG ad AF sta come la superficie EM alla superficie BA, le quali stanno, per la seconda, come la scesa dell' acqua o la sua velocità V′, alla salita del solido o alla sua velocità V; dunque $P : P' = V' : V$. Ond' è, che stando i pesi contrariamente alle velocità, i momenti si fanno uguali, e perciò

Figura 67.

il solido, com'era proposto, rimane in quiete, e solo allora si solleva, accresciuto che gli sia, con qualunque piccola mole di acqua, un tantino del suo momento.

Chiamato P′ il peso assoluto di una mole di acqua, uguale a BG, e P il peso assoluto del prisma DG, abbiamo, per il premesso lemma, $P' : P = BG . G' : DG . G$. Ma, per le cose ora dimostrate, $G' : G = DG : BG$; dunque $P' : P = BG . DG : DG . BG$, e perciò $P' = P$: vale a dire tant'acqua in mole, quant'è il solido BG, pesa assolutamente quanto tutto il solido DG, d'onde si fa manifesto « come i solidi men gravi in specie dell'acqua si sommergono solamente, sin tanto che tanta acqua in mole, quanta e la parte del solido sommersa, pesi assolutamente quanto tutto il solido » (ivi, pag. 23).

Proposizione V. — « *Riguardando il solido M* (fig. 68) *ora immerso nel piccolissimo vaso ES, ora nel grandissimo AC, dico che, nell'alzarsi esso solido, l'abbassamento della pochissima acqua ES si muove tanto più velocemente della grandissima mole dell'acqua AC, quanto appunto questa è più di quella* » (ivi, pag. 25).

Figura 67

Si chiami u la velocità dell'abbassamento della pochissima mole m dell'acqua, V′ la velocità dell'abbassamento della grandissima mole d'acqua M′, e V la velocità del sollevamento della mole M: abbiamo, per la seconda di questo, $u : V = M : m$, $V' : V = M : M'$, d'onde $m u = V' . M'$, ossia $u : V' = M' : m$, come voleva Galileo dimostrare, e come di fatti dimostrò col suo lungo discorso, proponendo così di questa, come delle altre proprietà de' corpi galleggianti, nuove ragioni. Che se nella prima maniera non faceva altro che renderle, come udimmo più fisiche, in questa seconda diceva di *averle ridotte a principii più intrinseci e immediati* (ivi, pag. 14), quali son quelli della Statica, ch'egli si lusingava di veder corrispondere *a capello* con le leggi dell'Idrostatica. Se avesse ripensato però che i solidi e i liquidi, benchè convengano nell'esser gravi, diversificano sostanzialmente nelle loro proprietà naturali; avrebbe con facilità riconosciuto che que'suoi professati principii, tutt'altro che essere intrinseci e immediati, venivano, in certi casi specialmente, a invocarsi così fuor di proposito, da condurre a manifesti e dannosissimi errori, di che basti a noi citare i due esempi seguenti.

Se un solido più grave dell'acqua dimori in quiete sopra il fondo di un vaso, « benchè, dice Galileo, si aggiungesse poi grandissima quantità d'acqua sopra il livello di quella, che pareggia l'altezza del solido, non però si accresce la pressione o aggravamento delle parti circonfuse al detto solido, per la quale maggior pressione egli avesse ad esser cacciato » (ivi, pag. 27). E nel seguito del medesimo Discorso anche si legge quest'altra espression sentenziosa: « Il dir poi che l'acqua possa accrescer peso alle cose che in essa sieno collocate è falsissimo, perchè l'acqua nell'acqua non ha gravità veruna, poichè ella non vi discende » (ivi, pag. 50).

A chiunque verrebbe voglia qui di rispondere che, se tutti i corpi, i quali non scendono, non son gravi; dunque gli oggetti posati sopra una tavola non son gravi? Dal veder che l' acqua nell' acqua non scende non può perciò inferirsi che ella non è grave, ma si dirà piuttosto aver sotto chi la sostiene, come dal veder che un corpo non scende, posato sul bacino di una bilancia, nessuno crederebbe ch' egli non pesi, ma direbbe che del peso non apparisce l' effetto, per essere dall' altra parte esattamente contrappesato. Ciò che vale altresì a scoprire la fallacia di Galileo nell' altro esempio: fallacia simile a quella di colui, il quale, a una bilancia equilibrata con un' oncia di qua e di là, sopraggiungendo altr' once via via sempre uguali di numero da una parte e dall' altra, e non vedendo allo strumento perciò fare alcun moto; dicesse che da quell' aggiunta di peso non si cresce la pressione e l' aggravamento del giogo. Ritorniamo indietro sopra la figura 42, ch' essendo servita per lo Stevino citiamo apposta, perchè si faccia il confronto delle verità di lui con le fallacie nel Nostro, e supponendo che GI sia il solido, posato in fondo al vaso, non però così che alquanto di acqua non gli penetri sotto, s' aggiunga sopra il livello EG, che pareggia l' altezza del detto solido, nuova acqua via via, nè importa pure che sia grandissima, per veder se è vero *che non si accresce la pressione o l' aggravamento delle parti circonfuse al solido,* come diceva Galileo.

Delle dannose conseguenze, che venivano dal professar principii estrinseci e insufficienti, ebbe Galileo stesso a fare esperienza nel risolvere un problema, che insomma è l' argomento principale del suo Discorso. Perchè una pentola di rame o di terra, ma vuota, galleggia, ne concludevano alcuni Peripatetici contro Archimede non esser vero che galleggino i soli corpi più gravi in specie dell' acqua: e dal veder che una palla d' ebano s' affonda, ma ridotta in una larga e sottil tavoletta galleggia, vollero dire esser causa del galleggiamento di alcuni corpi la loro stessa figura. A costoro Galileo contrapponeva che l' aria contenuta nel vaso è quella, che lo sostiene a galla « avvegnachè di lei e del rame si faccia un composto men grave di altrettanta acqua, e il luogo che occupa il vaso sott' acqua, mentre galleggia, non è uguale al rame solo, ma al rame e all' aria insieme, che riempie quella parte del vaso, che sta sotto il livello dell' acqua » (ivi, pag. 51). Quanto poi alle tavolette di ebano, che messe sotto l' acqua seguitano a scendere fino in fondo, e posatevi su leggermente rimangono a galla; soggiungeva non avvenir ciò, per ragione della loro figura, ma « perchè quello che si mette nell' acqua è la pura falda d' ebano, che, per esser più grave dell' acqua va al fondo, e quello, che si posa sull' acqua, è un composto d' ebano e di tanta aria, che fra ambedue sono in specie men gravi dell' acqua, e però non discendono » (ivi, pag. 60).

Chi, leggendo tali passi nel Discorso intorno alle galleggianti, non si persuaderebbe essere per questi espressa la verità, secondo la quale il peso dell' aria, aggiungendosi al peso della materia del vaso o dell' assicella, sono ambedue insieme equilibrati dal contra stante peso dell' acqua? Eppure, se-

guitando una sola pagina dopo, sorprende il lettore a trovarci scritto che l' aria, nella cavità del vaso, o nella fossetta scavatasi dentro l' acqua dall' assicella, nè alleggerisce il solido nè l' aggrava, cosicchè par che per *aria* non si debba intendere il noto elemento, ma riceversi la parola nel significato di *area* o di spazio non occupato da nessun corpo. Che anzi l'Autore la intenda propriamente così ne possiamo esser certi dal proporsi ch' egli fa l' assicella IS (fig. 69), la quale, se sia il doppio più grave dell' acqua, e di tal grossezza IO, da uguagliarsi alla massima altezza degli arginetti, che le fanno sponda all' intorno; dimostra come, posta che sia nell' acqua, non si sommergerà per queste ragioni: « Imperocchè, essendo l' altezza AI eguale all' altezza IO, sarà la mole dell' aria ABCI eguale alla mole del solido CIOS, e tutta la mole AOSB doppia della mole IS. E avvegnachè la mole dell' aria AC *non cresca o diminuisca la gravità della mole IS*, e il solido IS si pone doppio in gravità all' acqua: adunque tant' acqua, quanta è la mole sommersa AOSB, composta dell' aria AICB e del solido IOSC, pesa appunto quanto essa mole sommersa AOSB » (ivi, pag. 61, 62). E nella seguente proposizione, affermandosi che la gravità del solido IS è la medesima che la gravità del solido AS, ne fa manifestamente intendere Galileo che la gravità dell' aria, compresa dentro lo spazio AC, si debba ritenere, non già come insensibile, ma come nulla affatto.

Figura 69.

La maraviglia cresce poi anche di più, leggendosi in questo stesso Discorso che, non solamente l' aria non aggrava col suo proprio peso l' assicella sottoposta, ma che anzi, aderendo al solido, ella è che lo tiene a galla. Cosicchè quest' aderenza dell' aria farebbe l' ufficio della leggerezza positiva attribuitale da Leonardo da Vinci, e sostituita alle pressioni idrostatiche, non avvertite nè dall' uno nè dall' altro Autore. A chi avesse domandato perchè, penetrata l' acqua, l' assicella non seguita a profondarsi, Galileo rispondeva: « Perchè nel sommergersi, finchè la sua superficie arriva al livello di quella dell' acqua, ella perde una parte della sua gravità, e il resto poi lo va perdendo nel profondarsi e abbassarsi oltre alla superficie dell' acqua, la quale intorno intorno li fa argine e sponda, e tale perdita fa ella mediante il tirarsi dietro, e far seco discendere l' aria superiore, e a sè stessa per lo contatto aderente » (ivi, pag. 49).

La nuova causa assegnata al galleggiamento de' corpi è tanto strana, che potrebbero i gelosi della fama dell' Autore ricorrere a qualche più benigna interpetrazione. Ma, per togliere ad essi ogni refugio, Galileo stesso esplica il suo proprio senso e lo conferma col suggello di tali parole, che giova a noi trascrivere nella loro integrità, benchè non brevi: « Forse, egli dice, alcuno di quei signori, che dissentono da me, si maraviglierà che io affermi che l' aria contigua superiore sia potente a sostener quella laminetta di rame o d' argento, che su l' acqua si trattiene, come che io voglia in un certo modo dare una quasi virtù di calamita all' aria di sostenere i corpi

gravi, co' quali ella è contigua. Io per sodisfare, per quanto m' è permesso, a tutte le difficoltà, sono andato pensando di dimostrare, con qualche altra sensata esperienza, come veramente quella poca d' aria contigua e superiore sostien que' solidi, che, essendo per natura atti a discendere al fondo, posti leggermente su l' acqua non si sommergono, se prima non si bagnano interamente, e ho trovato che, sceso che sia uno di tali corpi al fondo, col mandargli senza altrimenti toccarlo un poco d' aria, la quale colla sommità di quello si congiunga, ella è bastante non solo, come prima si faceva, a sostenerlo, ma a sollevarlo e ricondurlo ad alto, dove nella stessa maniera si ferma e resta, sin che l' aiuto dell' aria congiuntagli non gli vien manco. E a questo effetto ho fatta una palla di cera, e fattala con un poco di piombo tanto grave, che lentamente discende al fondo, facendo di più la sua superficie ben tersa e pulita, e questa posata pian piano sull' acqua si sommerge quasi tutta, restando solamente un poco di sommità scoperta, la quale, sin che starà congiunta con l' aria, tratterrà la palla in alto, ma tolta la contiguità dell' aria col bagnarla discenderà al fondo, e quivi resterà. Ora, per farla, in virtù dell' aria medesima, che dianzi la sosteneva, ritornare ad alto, e fermarvisi appresso; spingasi nell' acqua un bicchiere rivolto, cioè colla bocca in giù, il quale porterà seco l' aria da lui contenuta, e questo si muova verso la palla, abbassandolo tanto che si vegga, per la trasparenza del vetro, che l' aria contenuta dentro arrivi alla sommità della palla. Dipoi ritirisi in su lentamente il bicchiere, e vedrassi la palla risorgere e restare anche di poi ad alto, se con diligenza si separerà il bicchiere dall' acqua, sicchè ella non si commova e agiti di soverchio. »

« È dunque tra l' aria e gli altri corpi una certa affinità, la quale gli tiene uniti, sicchè, non senza qualche poco di violenza, si separano. Lo stesso parimente si vede nell' acqua, perchè, se tufferemo in essa qualche corpo, sì che si bagni interamente; nel tirarlo poi fuor piano piano vedremo l' acqua seguitarlo, e sollevarsi notabilmente sopra la sua superficie, avanti che da quello si separi. I corpi solidi ancora, se saranno di superficie in tutto simili, sicchè esquisitamente si combagino insieme, nè tra di loro resti aria, che si distragga nella separazione, e ceda sin che l' ambiente succeda a riempier lo spazio; saldissimamente stanno congiunti, nè senza gran forza si separano. Ma perchè l' aria, l' acqua e gli altri liquidi molto speditamente si figurano al contatto de' corpi solidi, sì che la superficie loro esquisitamente s' adatta a quella de' solidi, senza che altro resti tra loro; però più manifestamente e frequentemente si riconosce in loro l' effetto di questa copula e aderenza, che ne' corpi duri, le cui superficie di rado congruentemente si congiungono. Questa è dunque quella virtù calamitica, la quale con salda copula congiunge tutti i corpi, che senza interposizione di fluidi cedenti si toccano. E chi sa che un tal contatto, quando sia esquisitissimo, non sia bastante cagione dell' unione e continuità delle parti del corpo naturale? » (ivi, pag. 42-54).

Qualche anno dopo, l' assegnare, per causa del galleggiare le tavolette di ebano o di metallo sull' acqua, le virtù calamitiche dell' aria, parve anche

a Galileo ipotesi tanto strana, che avrebbe voluto ritirarla. Ma perchè era messa oramai fuori, e non volendo dall'altra parte, non solamente confessare, ma nemmeno parere di avere sbagliato; bisognava ricorrere a qualcuna di quelle arti, che da' più destri si sogliono usare in simili casi. Non dirà come poi, per salvarsi dall'accusa di avere errato intorno alla linea dei proietti, che ne' dialoghi dei due Massimi Sistemi se n'era scritto per celia, ma, riducendo le cose alle parole, afferma che il termine di *virtù calamitica* attribuita all'aria in sostener le assicelle galleggianti, non era suo, ma di un cavalier principale discorde dalla sua opinione (Alb. XII, 104). E nell'armeggìo di questa ritirata si perdè il bel pensiero dell'attrazione molecolare, da cui dipende la coesione dei corpi, e che sarebbe nel primo dialogo delle due Nuove scienze per cedere il luogo alle chimere della repugnanza del vacuo.

La ritirata, che si diceva, fu fatta qualche anno dopo nella lettera a Tolomeo Nozzolini, dove s'incomincia da Galileo a riconoscere il peso dell'aria, e gli effetti di lei nel galleggiamanto delle assicelle e de' vasi vuoti specificamente più gravi dell'acqua. È dunque in sostanza la detta Lettera una correzione fatta al Discorso intorno alle galleggianti, benchè si voglia studiosamente non farla apparir tale nella forma. Ma perchè così fatte correzioni non riguardano altro che dottrine secondarie, e la scrittura dove si fecero non venne alla luce che in sui primi anni del secolo XVIII; i nuovi insegnamenti idrostatici di Galileo si tramandarono ai discepoli tali, quali si hanno ancora nel citato Discorso al granduca Cosimo secondo, e furono le seconde instituzioni, che si videro a que' tempi, dopo quelle dello Stevino. Galileo dunque e lo Stevino sono i principali promotori di Archimede, benchè altri precedessero, altri succedessero a loro nell'ufficio, i quali tutti, avendo pure e non lievemente concorso a far progredire la Scienza, non vogliono essere perciò dimenticati in questa Storia.

III.

Nel 1603 vedeva in Roma la luce un libretto, col titolo di *Promotus Archimedes.* Marino Ghetaldo, che n'era l'Autore, diceva, in una delle prime pagine, a' suoi lettori che il comparare il peso assoluto de' corpi co' loro volumi gli era sembrato argomento così giocondo, e così utile notizia, da invogliarlo a scriverne un trattato, tanto più che da nessun, diceva, prima di lui, almeno diffusamente, ancora non s'era fatto. Quel dir però la proposta scienza *nec fuse a quopiam explicata,* forse era vero, perchè il Tartaglia s'intrattienè piuttosto in dar fondamento alle dottrine, che in applicarle ai fatti particolari, intorno a che si diffondè il Ghetaldo. Ma perchè la Scienza non consiste propriamente nel descrivere cotali particolari esperienze, o in ordinar le numerose Tavole delle varie gravità specifiche; non doveva il novello Promotor di Archimede dimenticare chi l'aveva preceduto di ben

52 anni, nè tacere che la *Bilancetta idrostatica*, ch' ei diceva essere *operae praetium*, e quale si descrive da lui nell' esempio dopo l' ottava proposizione; non era cosa punto nuova, se forse la novità non si fosse fatta consistere nell' aver sostituito allo *spaghetto lunghetto* del primo inventore un crino di cavallo, per essere in specie quasi ugualmente grave all' acqua. « Corpus, quod ponderandum proponitur, seta equina ex altera librae lance appendatur. In altera lance ponantur pondera, et corpus appensum demittatur in aqua, et ita ponderetur, ac si in aere penderet » (*Promotus Archim.*, pag. 10).

A imitazion del Tartaglia anche il Ghetaldo si serve dello strumento, per risolvere il problema della corona di Gerone, dop' avere anch' egli notato le inesattezze, a cui inevitabilmente conducevano i modi, che Vitruvio riferisce aver tenuti Archimede. Quanto al calcolo poi, da instituirsi sopra le fatte operazioni, molti, dice il Ghetaldo, ne hanno scritto, « longa tamen methodo atque difficili usi sunt, et quod maximam confusionem et obscuritatem parit, nullum operationis tradunt praeceptum firmum ac stabile » (ivi, pag. 54). Ciò che forse non avrebbe potuto dire in coscienza, se si fosse ricordato della quarta proposizione dimostrata dal Tartaglia nel suo secondo Ragionamento, benchè forse con la regola del tre, che il Ghetaldo stesso passa a proporre, si vada per via più semplice e piana. « Ego autem unica tantum proportionis ratiocinatione, seu regula trium, ut vulgo dicitur, breviter et expedite idem consequor, eamque geometrica ratione demonstro » (ibid.). La qual geometrica dimostrazione si dà infatti nel X teorema così proposto:

« Si trium corporum, aeque gravium, primum et tertium fuerint generis diversi, secundi autem portio fuerit eiusdem generis cum corpore primo, reliqua vero eiusdem generis cum corpore tertio: fuerint etiam tres quantitates aquae praedictis corporibus aequales, prima videlicet corpori primo, secunda secundo, et tertia tertio; erit ut differentia gravitatum primae et tertiae quantitatis aquae, ad gravitatem corporis secundi, ita differentia gravitatum primae et secundae quantitatis aquae, ad gravitatem portionis corporis secundi, quae est eiusdem generis cum corpore tertio. Et ita differentia gravitatum secundae et tertiae quantitatis aquae, ad gravitatem portionis eiusdem generis cum corpore primo » (ibid., pag. 56).

Abbiansi tre corpi A, $B + C$, D, di peso assoluto tutti uguali a P, e il primo e il terzo di questi corpi siano di natura diversa, ma le parte B (la gravità assoluta della quale chiameremo p) sia del genere di A, e l' altra parte C, la gravità della quale chiameremo p', sia del genere di D. Si prendano, uguali alle tre dette moli, altre tre moli di acqua, la prima delle quali R pesi come G, la terza Q pesi come H, e le parti $Q + L$ corrispondenti alle parti $B + C$ abbiano un peso respettivamente rappresentato da F, V. Si propone il Ghetaldo di dimostrare che si verificano le due seguenti equazioni: $H - G : P = (V + F) - G : p'$, e $H - G : P = H - (V + F) : p$.

La seconda dimostrazion dell' Autore, assai più breve e più matematica della prima, procede in questa maniera: Osservando che due equazioni danno

sempre una proporzione, e che, trattandosi di corpi omogenei, i volumi rispondono proporzionalmente ai pesi assoluti; sarà $D : C = Q : L$, e $P : p' = H : V$. Similmente $A : B = R : O$, e $P : p = G : F$. Dividendo quest'ultima, e osservando che $P - p = p'$, verrà $P : p' = G : G - F$, e perciò $H : V = G : G - F$, ossia $H : G = V : G - F$, la quale per divisione darà la (*) $H - G : G = V + F - G : G - F$, d'onde si riesce, per composizione e per riduzione, alla $H : G = V : G - F$. Questa pure, divisa e permutata, si riduce alla $H - G : V + F - G = G : G - F$, e, per la segnata con asterisco, all'altra $H - G : V + F - G = P : P - p$, che, per nuova permutazione e sostituzione di p' a $P - p$, rende finalmente $H - G : P = (V + F) - G : p'$, che è la prima equazione promessa.

Quanto alla seconda, essendo $P : p' = H : V$, s'ha da questa per divisione $P : P - p' = H : H - V$, ossia $P : p = H : H - V = G : F$ (per una delle prime equazioni prestabilite al calcolo precedente) e anche insieme $H : G = H - V : F$, la quale vien, dividendo, $H - G : G = H - V - F : F$, e permutando, $H - G : H - V - F = G : F$. In ultimo, perciocchè $G : F = P : p$, ancora permutando, ne resulterà $H - G : P = H - (V + F) : p$, conforme a ciò che il Ghetaldo erasi proposto di dimostrare in secondo luogo, benchè la prima equazione, anche sola, bastasse a sciogliere il problema. Essendo infatti noti, con l'uso della Stadera e della Bilancetta idrostatica, i valori di H, di G, di P, e di $V + F$; s'ha, per essa equazione, il valore di p', ossia del peso dell'argento, e il valore di p, peso dell'oro, si deduce immediatamente dall'equazione $p = P - p'$. Supposto essere $P = 95$, e la Bilancetta dare $G = 5$, $V + F = 6$, $H = 9 + 6/31$, come, nel primo esempio dopo la proposizione XVIII, ponesi dal Ghetaldo (ivi, pag. 56), si troverà $p' = 22 + 17/28$, ond'è che, per sola differenza e senz'altro computo, si conclude $p = 72 + 9/28$.

Nonostante, dalle due equazioni insieme, scende per corollario

$$H - (V + F) : (V + F) - G = p : p',$$

nuova formula, che tirò a sè l'attenzione di Galileo, e che gli suggerì il modo di risolvere meccanicamente il problema della corona. Ritornando sopra la figura 61, qui addietro, è facile vedere che il valore di H, nella formula del Ghetaldo, è rappresentato dalla lunghezza della linea CG, sull'ago della Bilancetta di Galileo; il valore di $V + F$, dalla lunghezza di CH, e quello di GD, dalla linea CD. Sarà dunque, scambiando i simboli di p, p', in quelli di M, N; $CG - CH : CH - CD = M : N$, ossia $HG : DH = M : N$, che è la regola di ritrovare le proporzioni del peso de' metalli nel misto, secondo l'invenzione dello stesso Galileo.

Vien di qui dunque un nuovo documento a illustrare la storia di questa invenzione. Il Viviani poneva di sua propria mano, in fronte alla nota scrittura galileiana, il titolo seguente: *Fabbrica ed uso di una esatta Bilancia da saggiatore, per ritrovare la proporzione di due metalli, con altre curiosità, inventata nel 1586 dal signor Galileo Galilei, ne' suoi primi*

studi intorno alle opere di Archimede (MSS. Gal. Disc., T. CX, fol. 60), e tutti sono andati e vanno tuttavia, senza discrizione, ripetendo in tal modo. Ma le cose fin qui narrate ne fanno accorti essere da distinguer nell' invenzione due progressi: uno, che riguarda lo Strumento come semplicemente parato alla ricerca delle gravità specifiche de' vari corpi, ciò che potè esser benissimo occorso a Galileo nel 1586, in assai facile modo, non trattandosi d' altro, che di perfezionare, con l' aggiunta di organi noti, quali eran le spire dei sottilissimi fili micrometrici, la Bilancetta descritta e usata già dal Tartaglia.

Il secondo progresso riguarda lo Strumento come parato a ritrovare le proporzioni di due metalli nel misto, al quale effetto si presupponeva di necessità il fondamento di quella scienza, che si veniva a rendere per dir così manuale, come il Compasso di proporzione presupponeva la Geometria di Euclide, e la Catenella per i bombardieri il quarto dialogo delle due nuove Scienze. Or perchè il fondamento all' arte di ritrovare i pesi nel misto si veniva a porre nel problema IX, e nella proposizione XIX del Ghetaldo, comparse in pubblico nel 1603; sembra ragionevole concluder che, dopo quell' anno, venisse in pensiero a Galileo di applicare la Bilancetta stessa, servita già per le semplici gravità in specie, a risolvere anche il problema, più complicato, della Corona.

Vorranno dire alcuni che Galileo sciolse geometricamente quello stesso problema, o primo, o facendosi a sè stesso maestro, senza il Ghetaldo, alla quale opinione consentiremmo anche noi volentieri, quando se ne producesse qualche prova di fatto. Dall' altra parte non s' ha questo esempio solo degli studiosi commenti, che il giovane professore di Pisa e di Padova faceva sopra le proposizioni del provetto Matematico di Ragusa: lo stesso Discorso intorno alle galleggianti si può dire non essere altro che un commentario prolisso di ciò, che si legge nell' *Archimede promosso.* Mentre questo opuscolo era sotto i torchi (avverte quivi l' Autore, dopo l' esempio soggiunto alla proposizione XV) venne un dottissimo uomo a dirmi che, dall' immergere i corpi nell' acqua, non si può desumere la ragion vera dei loro pesi, se non forse, quando avessero i detti corpi uguale o simile figura, perchè, se uno sia per esempio disteso in forma di tavoletta, e l' altro appuntato a guisa di cono, benchè nell' aria pesassero il medesimo, posti nonostante in acqua si troverebbe questo, per la più facile penetrazione, essere più leggero di quella. « Hoc argumentum, licet primo aspectu probabile videatur, tamen falso concludit. Verum est quod aqua sustentat magis corpns planum quam conum; ipsum tamen sustentat ne tanta velocitate feratur deorsum, non ideo ipsius gravitati aliquid detrahit. Neque enim ex velociori motu simpliciter inferri potest maior gravitas, illud enim valeret etiam in aere, quod est falsum. Sed ne huiusmodi dubitatio veritatis specie aliquem decipiat, sequenti theoremate eam destruere aggrediar: *Corpora eiusdem generis et gravitatis graviora quam aqua, etsi dissimilia, uequalem in aqua gravitatem habent* » (ibid., pag. 28). Ed è questo il teorema che in vario modo dimostra, e, secondo altri più minuti particolari, esplica Galileo nel suo celebre Discorso.

Quarant' anni dopo, quasi fossero in questo tempo rimaste morte le parole di Marino Ghetaldo, e l' ufficio di mantenere in vita la Scienza fosse passato nel solo Galileo, avvenne che Giovan Batista Hodierna, a cui, per mezzo di Benedetto Castelli suo maestro, era pervenuta la scrittura, dove suscitavasi *l' inventione di quel famoso Siragosano in trovare il furto dell' oro nella corona di Hierone;* pensasse di pubblicarla co' commenti da sè aggiuntivi, e così far rivivere l' Archimede antico, in quello, che s' andava predicando da tutti *Archimede nuovo di Fiorenza.* Nel 1644 infatti si vide uscire in Palermo alla luce un opuscolo, col titolo in fronte di *Archimede redivivo.* Premesso per testo il discorso galileiano, soprascrittovi: *Fabbrica di un nuovo strumento detto dall' Autore Bilancetta;* segue un *Annotamento di varie considerazioni intorno alla proposta dottrina del signor Galileo:* considerazioni per verità di assai lieve momento, quali possono essere quelle intorno al modo di contare il numero delle spire, nel sottilissimo filo avvolto intorno all' ago della Stadera, preferendo all' uso dell' orecchio, in ascoltare gli scatti strisciandovi sopra l' aguto, quello direttamente dell' occhio, aiutato da uno squisitissimo microscopio.

In altre considerazioni, piuttosto che rimettersene a quel che aveva detto il Ghetaldo, per voler troppo sminuzzare le cose, e darle a intendere al volgo; trascorre incredibilmente l' Hodierna in errori, da non si perdonare a uno scolaretto, che avesse veduti appena gli Elementi di Euclide. Vuol far notare la fallacia dell' esperienze, attribuite ad Archimede, per via di quel colmo, in che risorge l' acqua intorno intorno agli orli del vaso, prima di strapparsi e di traboccare.

« Ma vedasi, egli dice, con un esempio quanto importi questa fallacia, per non potersi mai determinare, per questa via incerta, quel che si va cercando. Avendo io preso un vaso d' argento, il cui orificio circonferenziale si stendeva per diametro precisamente un palmo, e accomodandolo al livello dell' orizonte, dop' averlo già pieno d' acqua con esattezza fino all' orlo, seguendo poi con una ampolla di vetro d' aggiungervi acqua, prima che l' eccesso aggiuntovi cominciasse a traboccare dall' orlo; si ritrovò quattr' once d' acqua, che altrettanto di oro in mole peserebbe libbre sei e due terzi, che sono once otto, come appresso anderemo dimostrando. Ora, secondo questa esperienza, quando si desse un vaso con l' orificio assai più largo, come doveva esser quello, nel quale Archimede doveva immergere la corona di Jerone, che si crede essere stata assai grande; quant' acqua credete voi se le possa aggiungere? Suppongasi però che l' orificio del vaso sia stato in diametro non più largo di due palmi: allora, perchè l' area di quella ampiezza sarebbe stata quasi quadrupla a quella d' un palmo, conseguentemente avrebbe potuto sostentare l' eccesso di *sedici* once d' acqua, montata sopra il livello dell' orlo. Ma altrettanta massa di oro importerebbe di peso libbre 26, e once otto, avendo il peso dell' oro al peso dell' acqua la stessa proporzione di 20 a uno, come appresso si farà manifesto » (pag. 12, 13).

La copia del libro, da cui s' è così trascritto, ha un pregio singolare,

per aver fatto parte della biblioteca di Vincenzio Viviani, il quale, avendo contrassegnata la parola *sedici*, messa nel testo, per dire quanto sia in once l' eccesso d' acqua sostentata; vi sottoscriveva di sua propria mano questa nota: « Anzi di 32 once, perchè, se tutti i massimi colmi dell' acqua sopra vasi circolari di bocca, oppur di altre figure simili, pigliano figura di lenti, o di altro corpo, simili fra di loro; essendo i solidi simili in tripla proporzion de' lati omologhi, ed essendo posto il diametro del primo vaso un palmo, e il diametro del secondo due palmi, la base dell' uno alla base dell' altro sarà come il cubo di uno, al cubo di due: cioè come uno a otto. Ma quello di un palmo pesava 4 once, adunque quello di due palmi peserà once 32. »

Il malcontento del Viviani, per gli annotamenti che l' Hodierna s' era messo a fare intorno alle dottrine del suo Maestro, si rivela da un' altra postilla, scritta in margine della pagina appresso. Ivi dice così l' Autore dell' Archimede redivivo: « Chi volesse intendere qual sia veramente l' intrinseca passione, che induce le materie più gravi dell' acqua all' andare al fondo, e le men gravi al galleggiar sopra l' acqua, siccome anco, d' onde sia che l' acqua nell' acqua non è grave nè lieve; io li direi ciò avvenire dalla maggiore o minore, ovvero eguale inclinazione ed appetito delle materie gravi tra di loro al discendere » (pag. 15). E il Viviani: « Per me tanto me ne intendo a chiamarla intrinseca passione, che appetito o inclinazione o appetenza: e credete pure, signor Hodierna, che così saremo sempre da capo. »

Segue in questo opuscolo, ai detti annotamenti, con assai lungo ordine di definizioni, di petizioni e di supposizioni, premesse per dimostrare sei proposizioncelle; un discorso intitolato: *Archimede siracusano; delle cose che pesano nell' acqua, interpetrato nella lingua italiana da Giovan Batista Hodierna* (pag. 32). È una composizione indigesta, una confusion discordante de' teoremi del Ghetaldo, e delle proposizioni del Tartaglia, alcune delle quali son fedelmente ricopiate, riducendovisi qualche parola dal dialetto bresciano al palermitano, senza farne un motto, quasi credesse che, de' Ragionamenti intorno alla Travagliata invenzione, fosse spenta in ogni altro la memoria, e non ne rimanesse al mondo altra copia da leggervi su, che la sua: tanto l' aver Galileo reciso il filo delle tradizioni, con taglio così prepotente, aveva infuso baldanza ne' suoi seguaci!

La proposizione IV è annunziata come il problema IX del Ghetaldo, tradotto dal latino, e si conclude così nella forma stessa del corollario, che ne deriva, dal paragonare le due equazioni dimostrate nel X teorema da esso Ghetaldo: « Dico che la parte del misto, che in esso sarà del genere più grave, la proporzione all' altra sua parte, la quale è del genere più lieve, sarà come la proporzione della differenza del misto al peso del più lieve, alla differenza del peso dello stesso misto al peso del più grave » (ivi, pag. 41). Notabile che, per dimostrar ciò, non segue i modi del Ghetaldo, ma del Tartaglia, senz' avvedersi che la conclusione dell' uno era in forma diversa da quella dell' altro, o curarsi di dimostrare che, essendo pure nella forma diverse, concordavano le soluzioni de' due Autori nella sostanza. Chi vuole, per

curiosità, vedere il gioco, che del povero Tartaglia fece l' Hodierna, legga di questo le proposizioni V e VI, dove è ricopiato non l' ordine solo, non le sole parole, nè i corpi da pesarsi scelti ad esempio: ma perfino le stesse lettere dell' alfabeto, da significarne i nomi e le proprietà. Vorremmo anche nello stesso tempo pregar que' curiosi di attendere a queste parole, che si leggono nell' appendice alla proposizione IV: « Da questa par che il signor Galilei abbia cavato il modo, e trovato l' artificio, che tenne Archimede nello scoprire il furto dell' orefice dell' oro della corona di Hierone, con avervi aggiunto l' artificioso strumento, come insegna nel suo Discorso » (pag. 41, 42): vorremmo, dicevasi, pregare di ciò i curiosi, perchè quindi si conferma essere l' uso della Bilancetta, per la ricerca delle porzioni di due metalli nel misto, suggerita da' teoremi del Ghetaldo: documento di non poca importanza, per chi specialmente ripensa che l' Hodierna eruttava, intorno a Galileo, le notizie imbevute da Benedetto Castelli.

D' altri promotori di Archimede, fioriti prima che il secolo XVII giungesse al suo mezzo, non tratterremo più in lungo il discorso, perchè le loro promozioni non sono altro che intorno al primo libro *De insidentibus in aqua,* e alle applicazioni de' teoremi di lui all' invenzione delle gravità in specie. Il Ghetaldo e l' Hodierna, il Villanpando e il Ventimiglia s' affaccendarono in costruirne Tavole, che ai metalli, ai liquidi, alle pietre preziose e alle materie terree estendevano i pochi saggi datine dal Tartaglia, ma è inutile sperare di ritrovarvi quell' esattezza, che s' attendeva pure a conseguire con tanto ostinata fatica, non sperimentandosi nel vuoto, nè con l' acqua distillata. Il Barometro, il Termometro e l' Areometro parlavano un linguaggio allora non compreso, ma che in ogni modo annunziava l' impossibilità del concordare due esperienze, fatte in varie costituzioni di aria, di acqua e di temperatura, indipendentemente dalla perizia o dalla diligenza degli sperimentatori, e dalla perfezione dei loro strumenti.

Nelle inchieste, delle quali è il presente discorso, gli strumenti, oltre alla Bilancetta, sono quegli Idrostammi, de' quali, sulla fine del primo tomo, si fece la descrizione storica. Per quel che poi riguarda la loro teoria, ella fu da' Matematici conclusa tutta nella proposizione così formulata dall' Herman: « Diversae partes unius eiusdemque corporis, diversis liquoribus homogeneis immersae, in casu aequilibrii, sunt in reciproca ratione densitatum, seu gravitatum specificarum liquorum, quibus idem corpus successive immersum esse ponitur » (*Foron. Amstelod.,* 1716, pag. 155). Chiamandosi infatti P il peso assoluto del solido, e G, G′ le gravità specifiche, ch' egli ha rispetto a due liquidi, nell' un de' quali s' immerga per la parte V, e nell' altro per la parte V′ del suo proprio volume; avremo $G = P : V$, $G' = P' : V'$, d'onde $G . V = G' . V'$, ossia $V' : V = G : G'$, secondo il proposito.

I cenni storici, dati sin qui, possono bastare a farsi un' idea di cio, che fu operato nei primi decenni del secolo XVII per promovere l' Idrostatica di Archimede. Quelle promozioni però non riguardavano che la parte, per dir così, fisica della scienza, trattata nel primo libro *De insidentibus humido,*

come preparazione all' altra parte matematica, trattata nel secondo, e in cui coronavasi l' opera dell' Autore. Le applicazioni perciò de' teoremi, a trovar le proporzioni fra i pesi e i volumi dei corpi, e a scoprire l' impurità di alcuni metalli, benchè gioconde, come parvero al Ghetaldo, e utili alla vita cìvile, come le disse l' Hodierna; sembrano nulladimeno non avere che la ragione di semplici corollarii, verso la proposizion principale, che attendeva a dimostrare secondo qual legge galleggerebbero, o si salverebbero dal pericolo di sommergersi le navi sugl' instabili flutti ondeggianti.

Unico, fra i promotori, che avesse qualche sentore essere principalissima intenzion di Archimede quella di volere applicati alla Nautica i suoi astratti teoremi, fu lo Stevino, il quale perciò coronò i suoi Elementi idrostatici con quella parte, ch' egli intitolava *Des acrobatiques ou des pesanteurs au sommet du flottant,* e che si conclude tutta in questo unico teorema: « Un corps flottant sur l'eau prend telle position, que son centre de gravité est en la perpendicle de gravité du creux d'eau qu'il occupa » (Oeuvres cit., pag. 512).

Immagina che il corpo galleggiante sia una nave, rappresentata da BCD (fig. 70) e il centro di gravità della quale sia O, per il qual pnnto, fatta passare la perpendicolare MN, dice che dentro questa linea si deve trovare il punto L, centro di gravità della fossa, che il solido naviculare si scava nell' acqua: perchè, se si trovasse fuori, come per esempio in P, non potrebbe ciò avvenire, se non che trasformandosi la detta fossa, e perciò abbassandosi la sponda, e alzandosi l' opposta, contro la supposizione.

Figura 70.

Di qui fa derivar lo Stevino alcuni corollarii importanti: « I. Il appert que, quand le centre de gravité du corps est dessus celuy du creux de l'eau, que le sommet flottant est chargé, et que tout renverse (c'est assavoir s'il n'est soustenu) jusqu'à ce que son centre soit dans la perpendicle de gravité du creux de l'eau. II. Il est evident que, mettant quelque poids dans un batteau, ou quelque vaisseau, ayant changé de place dans iceluy, que le creux change aussi de figure, et le centre de gravité d'iceluy creux change de lieu. III. Il est aussi manifeste que, mettant une pesanteur sous le plan de gravité (parallele a l'horizon) du creux de l'eau, qu'icelle pesanteur cause plus de fermeté au cours du navire, et au sommet d'iceluy; et au contraire, le pesanteur estant mise au dessus du dit plan de gravité (a niveau), telle pesanteur surcharge le sommet du navire tellement, qu'il en est moins ferme » (ivi, pag. 513).

Termina poi l' Autore il suo trattatello con questa osservazione: Se i due centri di gravità, egli dice, della nave e della fossa scavata nell' acqua, fossero di facile invenzione, egli è certo che si potrebbe per teoria, prima

della pratica, sapere *quelle disposition un batteau, navire, ou autre vaisseau, tiendroit sur l'eau, et s'il se tiendroit droit ou oblique, et si l'eau, entreroit par les bords ou non* (ivi). E perciò Archimede scelse i segmenti sferici, e i conoidei parabolici, de' quali sapeva geometricamente indicare il centro di gravità. Questa osservazione però la lascia lo Stevino a' suoi lettori, l' ingegno de' quali par che volesse mettere ad esercizio, col tenere, dimostrando il suo teorema, le vie oblique all' assurdo, invece delle dirette, che tutti avrebbero potuto ritrovar da lui stesso disegnate nel libro degli *Elementi*. Dal terzo corollario infatti della IX proposizione di questi resultava « que centre C (fondo della nave nell' ultima figura) y a un effort, qui le pousse enhaut, de mesme que la colonne d'eau (o il solido BCD a lei equivalente) pousse le mesme fonde C embas » (ivi, pag. 488). E perchè questo secondo sforzo è concentrato in O, e l' altro in L, che è quel centro della pressione, le ragioni di ritrovar geometricamente il quale son simili alle dimostrate quivi nelle proposizioni XVIII e XIX; dunque, se ai punti O, L s' immagini essere attaccati due pesi, o applicate due forze uguali e contrarie, si ridurranno agli effetti di queste le ragioni dell' equilibrio della mole galleggiante. Così ragionando, come tacitamente lo Stevino insinuava, venivasi ad avere la dimostrazione diretta del teorema acrobatico, e de' suoi corollarii, a solo considerare il gioco delle forze, le quali non si possono equilibrare, se non che nella direzion connaturata a loro, ossia nella medesima verticale. Cosicchè, inclinando violentemente la nave, secondo che si rappresenta a destra della figura; è manifesto come, lasciata in libertà, si debba necessariamente dirizzare, e restituirsi nella prima posizione, rappresentata nella figura a sinistra, per effetto degli sforzi, che la sollecitano ugualmente nella naturale direzione a opposte parti.

Che se, invece di considerar tutto il peso della nave concentrato in O, si assegnassero, in P e in Q, i centri delle parti in acqua e in aria; o altrimenti, se l' unica forza OT si decomponesse nelle due parallele PS, QU; verrebbe il teorema dello Stevino ridotto alla precisa forma di quello di Archimede, e tal sarebbe per l' uno, quale è indicata per l' altro, la vera e diretta via della dimostrazione. Or essendo così, chi non direbbe che i cultori della Idrostatica, ne' primi anni del secolo XVII, dovevano avere negli Elementi steviniani ritrovata la chiave, da aprir finalmente il mistero del secondo libro *De insidentibus humido,* e avvedersi insieme quanto male il Tartaglia e il Commandino, ne' loro commenti, l' avessero interpetrato? Ma vediamo qual corrispondenza le congetture abbian coi fatti.

Il primo, fra i commentatori di Archimede, che nel secolo XVII ci si presenti, è quel David Rivault, il quale, raccogliendo e ordinando le opere del Siracusano, prometteva di darle *novis demonstrationibus, commentariisque illustrata.* Avrebbe forse fatto meglio a tenersi fedelmente alle dimostrazioni antiche, e salvare così la sua propria reputazione dalle censure di molti, i quali avrebbero amato meglio di veder procedere la venerata figura dell' Autore, colla spedita franchezza del suo passo, che vedergliele

misurato nella dialettica pedanteria delle *ipotesi* e degli *emporasmi*, delle *catatasi* e delle *apodisi*. Ma, lasciando stare la forma, il peggio sta nella sostanza, che ha spesso spesso all' oro antico sostituito l' orpello, per cui non a torto dissero alcuni il Rivault commentatore infelicissimo. La quale infelicità, più che in altra parte, apparisce intorno alla VIII proposizione del primo libro *De insidentibus humido*, dopo l' enunciazion della quale il Commentatore scrive questo scolio: « Quoniam huius propositionis antiqua demonstratio, quae fuerat Archimedis, ne quidem veteribus translationibus ad nos pervenit, et quoniam a Federico Commandino suppleta fuerit, ut aliae quae similiter perierant; visum est eius vestigiis inhaerere primum, deinde aliam subiungere, erutam ex antea demonstratis ab Archimede, ut magis ac magis a seipso lumen accipiat » (Parisiis 1615, pag. 500).

Le vestigia però del Commandino, che i nostri Lettori hanno oramai vedute impresse in questa Storia, non è vero sian calcate dal Rivault; che anzi par che le sciupi, sbadatamente passandovi sopra col suo piede. Solamente l' ipotesi e il simporasma concordano con la dimostrazione del Matematico di Urbino, il quale del resto si sdegnerebbe che gli fossero fatte dir cose, tanto più aliene dal vero delle sue, e contro la propria intenzione.

Sia la sfera dell' umido ABC (fig. 71), e la porzione sferica galleggiante e inclinata EFH, con la sua inferior parte BZCF immersa, la quale sia dalla corda BC divisa così in due parti, che l' una abbia il centro di gravità in Y, e l' altra in Z, mentre tutto il peso di detta parte immersa suppongasi concentrato in R, e concentrato in X il peso di tutto il solido galleggiante. « Educta linea a centro Y, dice il Rivault, ad centrum reliquae partis portionis, quae manet in aere, quod sit S; transibit necessario per centrum X totius portionis » (ibid). La conseguenza è manifestamente falsa, non essendo possibile che passi per X la linea congiungente S con Y, ma con R, secondo la catasasi vera del Commandino, il quale si sarebbe maravigliato che il Rivault gli attribuisse un discorso simile a questo: « Cum ergo ponderet pars in humido secundum linam YL, pars vero quae in aerem secundum lineam SL, et demum tota portio secundum perpendicularem, quae ab X ad L educeretur; non manebit portio quousque haec tria centra et punctum L, quod est ceutrum Terrae, recta linea iungantur, quod non fiet quin ambae lineae LK et FK in unam incidant: scilicet, deorsum ruentibus partibus quae sunt ad E, et ascendentibus sursum iis quae sunt ad H, secundum diversas lineas, quarum situs paulatim movetur quousque radii XS, XY fiant aequales et aequilibrium accidat. Vis autem movens in hac titubatione est tam gravitas ponderis, quae aequamentum quaerit, cum premat in diversis centris, quam humidi ponderositas maior quam sit portionis » (ibid.).

Figura 71.

Ma, se la ponderosità dell' umido fosse maggiore di quella della porzione, dovrebbe questa nell' inclinarsi sollevarsi anche di più, ciò che non è consentito nè dalla ragione e nè dalla esperienza, per cui falsamente si suppone, che le lunghezze de' raggi XS, XY vadano ad uguagliarsi, perchè avvenga l' equilibrio. Questo equilibrio poi si studia il Rivault di ridurlo all' esperienza della Bilancia, rimandando i Lettori a quel che aveva scritto addietro, in un lungo Scolio, dopo la proposizione VI *De quadratura paraboles,* per dimostrare come ragionevolmente supponesse Archimede tirare i pesi, per così brevi distanze, in direzioni parallele, benche in effetto convergano al centro terrestre. In quello Scolio dunque così dicevasi dell' equilibrio della Bilancia, per applicarlo all' equilibrio della porzion galleggiante di sfera: « Caeterum duobus modis centra gravitatum et suspensionum, in eadem perpendiculari constituta, pariunt et aequipondium et ponderum statum ac quietem: primo, nempe cum in statera radii sunt ponderum reciproce proportionales; secundo, cum pondera, sive aequalia sive inaequalia, et sive in reciprocis radiis, sive in non reciprocis, ita sursum deorsumque feruntur, ut earum perpendiculares suspensionum, vel quibus gravitant, in unam conveniant » (ibid.).

Come però si possano questi principii statici applicare al teorema idrostatico di Archimede è dubbio, ripensando che, per avere i pesi in S e in Y momenti uguali, la bilancia è in condizione di equilibrio indifferente, e perciò la porzione dovrebbe galleggiando stare così bene o diritta o inclinata, ciò che pure consegue dalla dimostrazione del Commandino. Un' aperta discordanza poi fra i due commentatori, e più notabile delle altre, apparisce dal fatto che il Rivault mette i pesi ambedue tendere in giù, mentre il Commandino, stando ad Archimede, faceva solo tendere in giù la parte del galleggiante in aria, e in su l' altra parte sommersa. Ma, per vedere come il Francese, dilungandosi dal Nostro, si dilunghi anche di più dalla verità delle cose; seguitiamolo nel secondo modo di dimostrare, ch' egli crede più confacevole colla mente di Archimede.

La dimostrazione è ridotta a una tale semplicità, che conferisce a rendere l' errore più manifesto. Siano, come dianzi, la sfera dell' umido e l' emisfero galleggiante HFJ, il cui centro di gravità R, e della parte sommersa sia centro gravitativo L, della emersa sia M, cosicchè la linea, che congiunge questi due stessi centri, sia divisa nel punto K (per cui necessariamente passa) con tal ragione, che il raggio LK, al raggio KM, reciprocamente stia come la porzione dell' emisferio in aria, alla porzione di lui in acqua: « quoniam L (così, fatta l' ipotesi, passa il Rivault all' apodisi della sua dimostrazione) est centrum partis demersae, ponderat secundum perpendicularem EL, uti non demersa secundum perpendicularem EM; totum vero haemisphaerium secundum lineam EK, et puncto K videtur fieri suspensio, et esse libride ML: punctum vero suspensionis G, centrum nempe magnitudinis. Ergo M, quae sursum est in suspendio, mittetur deorsum, punctum vero L ascendet sursum, ita ut tandem tria puncta E, K, G abeant in rectam

lineam, et sit axis FG in perpendiculari EK, ut vult propositio » (ibid., pag. 501).

La necessità del costituirsi i punti L, M nella medesima verticale col punto K di sospensione, la fa conseguire il Rivault dal secondo principio statico, formulato nello Scolio dopo la VI proposizione del Tetragonismo della parabola: principio, che non è però applicabile, se non al caso che i momenti intorno al punto di sospensione siano diversi, perchè allora prevalendo il maggiore, e facendo abbassare la bilancia dalla sua parte, la fa necessariamente sollevare dall' altra. Ma come può esser questo il motivo della restituzione nell' emisfero inclinato, se i momenti, stando le gravità per ipotesi reciprocamente come le distanze, sono uguali, in piena conformità col primo principio statico, formulato nel detto scolio? In questo caso, comunque l' emisfero s' inclini, ivi si rimarrebbe allo stesso modo che dianzi eretto, come la bilancia di momenti uguali, e col centro di gravità nel punto della sospensione, si rimane indifferentemente, comunquè sia volta.

Anche apparisce di qui più espressamente tendere in basso ambedue le forze applicate in M e in L, secondo il Rivault, il quale non sa comprendere come Archimede, e il Commandino che lo segue, possano aver detto che il punto L è spinto in su. « Possemus, sicut Archimedes, dicere M ferri deorsum, et L ferri sursum, et tandem axem GF uniri perpendiculari EK, verum unde fiat elatio puncti L sursum non videtur constare » (ibid., pag. 501). Sarebbe potuto ciò constare dalla seconda supposizione, se avesse inteso il Rivault a qual fine Archimede, invece di aggiungerla alla prima in principio del primo libro, la mettesse a mezzo, innanzi alla proposizione VIII. Il novello sapiente volle insegnare all' antico Maestro com' avrebbe dovuto ordinar meglio il suo libro: « Hanc positionem, egli dice, Archimedes subiungit post VIII propositionem huius. Ego vero malui hic adponere, tum quod positionum ut datarum hic locus sit, tum quia etiam primis propositionibus deservit. Caeterum Archimedes posuerat tantum de iis quae sursum feruntur; ego vero addidi, et de iis quae deorsum tendunt » (ibid., pag. 492). E infatti così, con incredibile temerità, sciaguattava in queste parole la limpidezza del pensiero archimedeo: « Ponatur eorum, quae in humido sursum vel deorsum feruntur, unumquodque sursum vel deorsum ferri, secundum perpendicularem, quae per centrum gravitatis ipsorum ducitur » (ibid.).

Questo era, per servirsi di un' altra immagine, un ridurre l' ingegno elaboratissimo della chiave alla uniforme crassizie del martello, ond' ei non è maraviglia se il Rivault, invece di aprir la porta, l' andò tormentando con inutili colpi, e, come altre volte si disse, volse in peggio le illustrazioni o le divinazioni del Commandino. Da questa parte perciò ne sembra assai commendevole Isacco Barrow che, nel suo libro *Archimedis opera methodo nova illustrata, et succincte demonstrata,* venendo al *De insidentibus humido,* restituì la supposizione seconda al suo luogo, come in questo, così nel rimanente protestandosi di seguir l' orme di quel Federigo Commandino, *de literis hisce optime meritum* (Londini 1675, pag. 245), da cui compendiò il

modo di dimostrare l' VIII proposizione, e così dietro lui la concluse: « Cum igitur pars immersa sursum feratur secundum rectam EL (nella medesima figura 72) pars vero extans deorsum, secundum ME, neque hae lationes sibi invicem ullatenus obsistant, utpote per alias, aliasque lineas peractae; non quiescet portio donec haec centra, cum centro terrae, in unam rectam incidant: hoc est, donec axis GF sit secundum perpendicularem. Tum vero quiescent, quia quanto impetu quae in humido est pars sursum, tanto quae extra deorsum per eamdem lineam contendit » (ibid., pag. 249).

Figura 72.

Pare impossibile che un sì gran matematico, qual' era il maestro del Newton, si fosse così lasciato irretire ne' paralogismi del Commandino, a sciogliersi da' quali sarebbegli bastato osservare che l'impeto, fatto in su dall' umido, non eguaglia quello fatto in giù dalla sola parte emersa, ma da tutta intera la porzione sferica, secondo che Archimede stesso aveva poco innanzi insegnato, nella sesta proposizione. Ma pure è un fatto che, sebbene il Barrow ammetta col Commandino essere il punto L respinto in su, nonostante anch' egli fra sè diceva: *Verum unde fiat elatio ista sursum non videtur constare,* ciò che si conferma dalla seguente nota, nella quale, come dimostra di partecipare ai dubbi del Rivault, così si studia di acquetarsi la mente nelle medesime o in simili soluzioni. « Recta LM libram repraesentat, in qua duo gravia BFC, HBCI diversimode ponderant (levior est enim pars immersa illa quae extat). Suspensio fit ex puncto K, radii sunt KL, KM. Descendit M, attolletur L, donec, puncto K in EG constituto, contingat aequilibrium » (ibid.).

L' espressione *diversimode ponderant,* e il far consistere la diversità del modo nella maggior leggerezza, ne fa ragionevolmente argomentare che il Barrow in questo tenesse più col Rivault, che col Commandino, per cui non fa maraviglia se in seguito, abbandonato affatto il commentatore di Urbino, si tenesse dietro dai più a quell' altro di Fluranzia. Anche in Italia se n' ebbero vari esempi, fra' quali basti a noi citare il seguente. Quando si fece la Raccolta fiorentina degli *Autori, che trattano del moto delle acque,* il primo posto naturalmente fu riserbato a Archimede. E perchè tutti i trattati, in qualunque lingua fossero originalmente scritti, dovevan esser tradotti nella italiana, fu la traduzione del *De insidentibus humido* affidata all' elegante penna di Giovanni Bottari, il quale, non sentendosi così forte in matematica, come in letteratura, condusse l' opera con l' assistenza di Guido Grandi. Il qual Grandi poi non si fece nessuno scrupolo di seguire il Rivault nella temerità e ne' falli. Tolse perciò anch' egli la seconda petizione dal suo proprio luogo, e la fece succedere alla prima, in principio del libro, rimpastandovi i moti *sursum* coi *deorsum,* come aveva fatto colui, che aveva preso ad esem-

pio, e da cui lasciò che il Bottari traducesse così fedelmente la restaurata VIII proposizione:

« Sia la parte BFC (nella medesima figura 72) della porzione sferica HFI, immersa nel liquido ABC. E perchè il centro di gravità della detta porzione è nell'asse FG, sia il punto K, e si congiunga L, centro della parte immersa, con M, centro della parte che resta fuori, con una retta linea, che passi pel centro K di tutta la porzione sferica, e sarà obliqua alla linea FG, supponendosi la figura inclinata. E perchè L è centro della parte sommersa, questa farà forza in giù per la EL, perpendicolare al liquido, e la parte emergente per la perpendicolare ME, posto E centro della terra, e tutta la porzione sferica graviterà per la linea EK. Adunque nel punto K si fa la sospensione della libbra ML, ed M, che nella libbra è in su, scenderà, e per conseguenza salirà L, sicchè i tre punti E, K, G rimangano in una linea retta, e venga l' asse FG soprapposta alla perpendicolare EK. Adunque ecc. » (*Raccolta cit.*, Ediz. 2ª, T. I, Firenze 1755, pag. 5).

Ecco come, in un secolo e mezzo, vennero a imbozzacchire i dolci pomi dello Stevino. Se ne attribuirà forse la causa all' essersi condotta per vie oblique, come si disse, l' Acrobatica di lui: e senza dubbio, se avesse a dirittura chiamato centro della pressione quello, ch' egli volle chiamar piuttosto *centro di gravità della fossa,* sarebbesi fatto intendere assai meglio, e avrebbe ovviato all' errore del credersi che ambedue le forze tendessero in giù al centro della Terra, come vi tendono tutte le gravità naturali. Ma, a rendere il magistero dello Stevino inefficace, conferì un altro magistero, che gli successe, e che rimase trionfatore per un complesso di cause, che lungo sarebbe e difficile a dire, ma principalmente per la seduzion dell'eloquio, e per essersi l' Autore, con l' uso del canocchiale, e presa occasione dal discorrer delle galleggianti, fatto messaggero alla terra di nuovi mondi celesti. Del resto Galileo aveva alla scienza spennate le ali, che lo Stevino avevale felicemente restituite, per farla risalire alle alture archimedee. Questi argomenti per l' arduo volo consistevano nel principio della composizione delle forze parallele, nel metodo degl' indivisibili, e principalmente nel fatto dell' uguaglianza delle pressioni: argomenti, de' quali, come Archimede aveva fatto uso, così furono restaurati tutti dallo Stevino.

Non giova qui ripetere quali, e quanto gravi danni ricevessero le dottrine dei moti composti e degli indivisibili negli insegnamenti di Galileo, per trattenerci intorno a ciò, che più nocque ai progressi dell' Idrostatica, volutasi incautamente ridurre tutta alle leggi della Statica pura. Così avvenne che de' liquidi, come de' solidi, non si considerò altro che il peso, e trascuratasi la mobilità delle particelle, di che sono essi liquidi composti, e in cui consiste il dirsi e l' essere propriamente tali; si confusero con i centri di gravità i centri delle pressioni. Esaminando infatti a qual principio s' informano le dimostrazioni di Galileo si troverà che il liquido, secondo lui, non reagisce attivamente, ma solo resiste al solido immerso, e non gli resiste per altro, che per contrapporgli il suo proprio peso. Fu tale poi il principio stesso,

che prevalse nelle scuole, e che fece sventuratamente smarrir la via, per la quale l'Idrostatica era stata rimessa dallo Stevino. L'esempio di ciò più notabile lo abbiamo nel Rivault, il quale essere imbevuto degli insegnamenti galileiani si mostra nello scolio, ch'egli scrisse dopo la proposizione I del secondo libro *De insidentibus humido.* Conforme a questi insegnamenti è la ragione, ch'egli ivi adduce del non saper comprendere come Archimede dica che il centro della parte sommersa della porzione sferica è spinto in alto. « Nam, licet magnitudo humido levior assurgat tanta vi, quanto humidum, molem habens magnitudini aequalem, gravius est ipsa magnitudine; tamen elatio fit potius ex gravitate magnitudinis immersae, quae centrum quaerit, quam ex impulsione humidi » (Archim., Op. cit., pag. 501).

La negazione dell'impulsione dell'umido, e la sua resistenza passiva, erano conseguenze necessarie della statica del vette, invocata da Galileo, e alla resistenza della quale da una parte si contrappone la potenza dall'altra. Consiste in ciò principalmente, come s'è detto più volte, il vizio radicale delle istituzioni idrostatiche di lui, ma è quasi per una infezione di questo stesso vizio, che si dice l'umido non premere che in giù, e non gravitare in sè stesso, come nè l'aria o altro fluido si insegnava non esser gravi nel loro proprio elemento. Ripensando ai quali dannosissimi errori, s'intenderà qual grave e geloso ufficio lasciasse Galileo a' suoi discepoli, i quali l'adempirono con filosofica libertà, per amor del vero, rinunziando a ogni ossequio, come passeremo a narrare nel seguente capitolo di storia, in cui sembrerà di veder descritta l'opera lunga e affannosa di quei, che si affaccendassero intorno a una nave, per riaverla dal fondo e rimetterla in corso, squarciate le vele, scavigliati i remi, e rotto o irrigidito sui cardini il timone.

CAPITOLO III.

Dei ravviamenti e dei progressi fatti dall'Idrostatica dopo le istituzioni di Galileo

---

SOMMARIO

I. De' teoremi di Archimede, non assolutamente veri, se non quando, sopra l' umida superficie, sia il vuoto. — II. Di ciò che specularono i Matematici, e sperimentarono i Fisici, per dimostrare, contro i Peripatetici e contro Galileo, che l'acqua, l'aria e ogni altro fluido pesa anche nel suo proprio elemento. — III. Dell' equilibrio de' liquidi fra loro: de' promotori. e degli oppositori al metodo usato da Galileo per dimostrarlo. — IV. Dell' equilibrio de' liquidi co' solidi immersi, e come, riconosciuto fallace il nuovo metodo usato da Galileo per dimostrarlo, si tornasse all' antico di Archimede.

I.

Quel che rimaneva a fare ai discepoli di Galileo, per ravviare la scienza sulla rettitudine dei sentieri, da cui l' aveva fatta traviare il Maestro, riducevasi dunque a riconoscere principalmente l' insufficienza della statica della leva, applicata a dimostrare le leggi dell' equilibrio de' liquidi, con sè stessi comunicanti e co' solidi immersi. S' incominciò dal dubitare se fosse vero il principio delle velocità virtuali, introdotto da Galileo nella scienza degli equilibrii, e alcuni lo ripudiarono come non a proposito delle dimostrazioni, per le quali, o tornarono agli antichi modi di Archimede, o gli promossero col principio della composizion delle forze, o paragonando i liquidi ai solidi, ridotti in una polvere di minutissime ed esattissime sfere. Altri però accettarono quel principio, purchè però si trattassero le velocità virtuali, non co' metodi antichi, ma con quello degl' indivisibili, da cui mostrarono di ricavarne ottimi servigi, fra' quali anche quello di riuscire a dar matematica dimostrazione del principio dell' uguaglianza delle pressioni. Concorsero a esercitarsi intorno a una tale varietà di argomenti i cultori dell' Idrostatica, dopo le istituzioni di Galileo, per tutto il rimanente secolo XVII: e avendo avuto quei

loro esercizi la prima occasione e l' impulso dalla proposta di un quesito, la soluzion del quale fu di grande importanza; vuol di qui perciò cominciare il presente capitolo di storia.

Nel più volgar modo di dimostrare i teoremi di Archimede, e specialmente il VII, s' immagina che lo spazio occupato dal solido rimanga vuoto, e che poi sia riempito di altrettanto liquido. Similmente nell' esperienza, per trovare le gravità specifiche, o secondo il modo narrato da Vitruvio, per risolvere il problema della corona, o con l' uso della Bilancetta, si suppone che il peso dell' acqua versata, e di cui s' alleggerisce il contrappeso dello strumento, corrisponda esattamente al peso della mole liquida, in luogo della quale è sottentrato il solido immerso. Ma è da fare intorno a ciò un' osservazione importante, ed è che lo spazio scavato in seno al liquido, nel primo caso, è rimasto assolutamente vuoto, come, nel secondo, il solido sottentra in uno spazio, che deve esser pure, in forza della supposizione, assolutamente vuoto. Ond' ei non par vero che la mole d' acqua, la quale stava dentro al vaso in perfetto vuoto, pesi precisamente tanto, quanto versata fuori, e gravitante nel mezzo dell' aria.

Si può il presente discorso dichiarar meglio con l' esempio della Bilancia idrostatica, parata a quel modo che tutti sanno, per dimostrar la seconda parte della VII proposizione archimedea. Si chiami P il contrappeso del cilindro A (fig. 73) e del secchio B in aria. Immerso il detto cilindro, che si suppone essere in tale stato ridotto al peso p, e restituito l' equilibrio, col riempire il secchio del medesimo liquido di quello, in cui si fa l' immersione, e che sia di peso p'; si osservi che, nell' infondere in esso secchio il liquido, è stata scacciata l' aria, che dentro ci gravava, con un tal peso, quale poniamo sia p'', ond' è che avremo $p + p' - p'' = P$, ossia $p = P - (p' - p'')$. Dunque il solido cilindro non è alleggerito solamente del peso p di una mole liquida, uguale a quella

Figura 73.

che ha egli stesso, ma di $p' - p''$, ossia della differenza tra la detta mole liquida, e una corrispondente mole di aria. La qual mole di aria si può forse da' Fisici reputare di peso insensibile, ma è l' esperienza stessa trasformabile in modo, da provar anche fisicamente che la perdita del peso, subita dal corpo immerso, non è quale propriamente dice Archimede, ma quale nella sopra scritta formula fu conclusa. S' immagini infatti d' operare con la Bilancia in un' ammosfera di olio, galleggiante sopra l' acqua del vaso C o in un' ammosfera di acqua, galleggiante sopra il mercurio, di cui si fosse ripieno il medesimo vaso. Allora il secchio, votandosi d' olio e riempiendosi d' acqua nel primo caso, o votandosi d' acqua e riempiendosi di mercurio nel secondo, è manifesto che il valore di p'', ossia di tant' olio o di tant' acqua, quanta ne

può capire nel secchio, non dovrebb' essere insensibile a nessuna Bilancia, e riuscirebbe perciò necessariamente fallace l' esperienza di chiunque lo trascurasse. Or, dovendo essere i teoremi idrostatici universalmente veri, vien di qui a proporsi il quesito che si diceva: Son da accusar forse di false le cose dimostrate nel primo libro *De insidentibus humido*, o si verificano solamente negli umidi non costituiti in aria, ma nel vuoto assoluto?

La risposta era stata data da quel sottilissimo ingegno dello Stevino. Chi, al primo aprire il libro degli *Elementi* di lui, legge, fra le numerose definizioni scritte, le ultime due, cioè la XI e la XII: *Vuide est un lieu ou il n'y a nul corps — Vuide est un vase ou il n'y a que de l'air dedans*; e dopo queste passa alla petizione prima che dice: *La pesanteur propre d'un corps soit celle, de la quelle il est trouvé estre pesant en l'air, mais dans l'eau qu'elle soit dite sa constitution en icelle*; chi legge queste cose, voleva dirsi, può crederle prenozioni superflue, o avvertenze scrupolose, e perciò disprezzate dagli autori moderni. Ma poi quando uno giunge a intendere il fine, per cui tali definizioni e petizioni s' eran premesse, è costretto a confessare che gli stessi moderni autori son trascurati, e che la loro scienza non giunge a quella precisione mirabile, e a quella finezza, con cui, tre secoli prima, l' aveva trattata il Matematico di Bruges. Egli propone così, nel suo libro *Des elemens hydrostatiques*, il VII teorema: « Tout corps solide est plus leger dans l'eau, qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau egale en grandeur a iceluy » (pag. 487), e lo dimostra supponendo che sia dentro l' acqua scavata una fossa, esattamente capace del solido, il quale deve dunque trovarvisi in mezzo tanto men grave, quanto era il peso dell' acqua votata. Intorno al qual vuoto rimasto occorrono a fare le osservazioni accennate di sopra, e che lo Stevino stesso fa nel capitolo V dell' *Appendice de la Statique*. A vederlo procedere snello e sicuro per il lubrico, sopra cui Galileo tante volte scivolò e cadde, ne vien voglia di far risonare alle orecchie dei nostri lettori, nella loro integrità, le parole di lui, benchè non brevi, acciocchè riconoscano quanto immeritamente fossero dimenticate.

« Il a esté dit, en la susdite VIII proposition, *que tout corps solide est d'autant plus leger dans l'eau qu'en l'air qu'emporte la pesanteur de l'eau égale a iceluy*. D'ou quelqu'un voudroit tirer en consequence que *tout corps solide est d'autant plus leger dans l'argent-vif qu'en l'eau qu'emporte la pesanteur de l'argent-vif egal a iceluy*. Ou bien ainsi: *que tout corps solide est d'autant plus leger dans l'eau qu'en l'huile qu'emporte la pesanteur de l'eau egale a iceluy*. Et ainsi des aûtres, les quelles consequences necessaires sembleroyent du commencement estre contre l'experience. Car une livre de plomb ne sera (selon la maniere ordinaire) pas plus legere dans l'eau qu'en l'huile qu'emporte le pesanteur de l'eau egale a iceluy, mais seulement plus legere que la difference des deux corps d'eau et d'huyle egaux à iceluy. Toutefois regardant de plus près, et posant les choses, comme on dit *ceteris paribus*, le tout se trouvera estre en son extreme perfection. Car il faut remarquer qu'en la premiere petition des *Elemens hydrostatique* on

requiert que *la pesanteur des corps en l'air soit dite estre leur propre.* Et en la cinquiesme *que le vasiforme plein d'eau estant icelle ostée demeure vuide,* c'est a dire plein d'air selon la XI definition. Partant prenant que les deux moyens, argent-vif et eau, soyent en la place des autres, qui sont l'eau et l'air, assavoir l'argent-vif au lieu de l'eau, et l'eau au lieu de l'air; on poutra faire de telles petitions: *Que la propre pesanteur des corps soit celle qu'ils ont en l'eau. Aussi le vasiforme plein d'argent-vif estant vuide demeure plein d'eau.* Alors les propositions susdites au commencement seront veritables. Et prenant le cas qu'un homme soit bien profondement sous l'eau ayant une Balance, de l'or aussi et de l'argent-vif, que l'eau luy soit comme a nous l'air, alors il est certain que l'or sera d'autant plus leger dans l'argent-vif qu'en l'eau, qu'emporte la pesanteur de l'argent-vif egal a iceluy. Il est bien vray que si l'on prenoit que *la vraye pesanteur des corps dans le vuide soit leur propre,* comme il est en simple apparence, on pourroit dite que *tout corps est d'autant plus leger en l'eau, qu'au vuide, qu'emporte la pesanteur d'eau egale a iceluy.* Mais remarquant les circostances de nostre maniere vulgaire à peser (a la quelle la theorie doit tousiours aspirer) ne se fait pas au vuide, mais en l'air; il sera donc plus a propos de dire, selon la premiere maniere, que la propre pesanteur des corps est faite en l'air. Et au regard d'icelle la VIII proposition susdite, et celles qui s'en ensuivent, sont en leur extreme perfection, comme nous avions entrepis de declairer » (Ouvrages cit., pag. 503).

Dalla qual dichiarazione si rileva la risposta al proposto quesito: risposta che, per detto dello Stevino, è tale: I teoremi dimostrati da Archimede son veri fisicamente, ossia secondo il comun modo di pesare, che da noi si fa sempre nell' aria. Matematicamente però non si verificano, se non che quando l' umido, o le solide grandezze che vi galleggiano, o che vi s' immergono, siano costituite nel vuoto.

La medesima questione, risoluta così dal Fisico olandese, tornò, sessanta anni dopo, ad agitarsi in Italia, a proposito di un dubbio nato parecchio tempo prima (ne' primi cinque mesi dell' anno 1627) in alcuni studiosi di Archimede, nuovamente illustrato da Galileo: se cioè l' acqua, aggiunta all' argento vivo, faccia che il ferro o si rimanga o s' attuffi o galleggi maggiormente. Alcuni, ripensando che i Teoremi archimedei erano assoluti, ne concludevano che il ferro si rimarrebbe: altri dicevano che, gravato dal peso dell' acqua, s' affonderebbe di più: altri poi invece che, per la circumpulsione dell' acqua stessa sopra infusavi, si solleverebbe di alquanto. Fu proposta dai disputanti a dimostrare la verità al venerato comun loro maestro Benedetto Castelli, il quale decise che il ferro si solleverebbe, e anche determinò secondo qual proporzione.

Del sollevamento era facile ritrovar la ragione, a quel modo che poi fece il Viviani, in una bozza di teorema, dove dice « che, se sia il ferro infuso nell' argento vivo sino a un certo livello, sopranfusagli acqua, sicchè lo ricopra abbondantemente, tal solido di ferro si solleverà ancora più di prima »

(MSS. Gal. Disc., T. CX, fol. 44) e la ragione di ciò la ritrovò semplicissima, osservando che la parte del ferro emersa, per trovarsi più leggera nell' acqua che nell' aria, come più leggera dunque sarebbesi sollevata alquanto più nell' argento vivo, e perciò insieme con lei si solleverebbe anche tutto il ferro. Ma secondo qual proporzione farebbesi un tale sollevamento era più difficile inchiesta. Il Baliani la discorreva così col Castelli, ringraziandolo dell' offerta fattagli della risoluzion del quesito: « Se il ferro non fosse più grave dell' acqua non è dubbio che in tal caso sarebbe tutto fuori dell' argento vivo. Ma perchè è più grave uscirà fuori dell' argento vivo alla rata, cioè per l' ottava parte della sua propria quantità, attesochè il ferro pesa più dell' acqua otto volte tanto, come sa meglio di me » (Alb. IX, 144).

Questa soluzion del Baliani però si prevede facilmente che doveva essere sbagliata, perch' egli non attese se non a ciò che il ferro, circumpulso più in su dall' acqua che non dall' aria, anche di più s' alleggerisce, senza punto pensare che l' alleggerimento si fa sentire in una bilancia, sopra cui gravano insieme il mercurio e l' acqua. Di qui è che esso ferro non uscirà fuori alla rata della sola gravità specifica dell' acqua, ma di quella di lei e del mercurio: o, per usare il linguaggio de' moderni, la proporzione del sollevamento non sarà data in funzione della gravità specifica del solo liquido sopra infuso, ma e del liquido soggiacente altresì, fra' quali due il solido galleggia.

Il fallo del Baliani, e in cui tanti altri erano caduti insieme con lui, fece, ne' discepoli e negli amici del Castelli, nascere il desiderio *di veder la dimostrazione più distinta* (ivi) datane da lui, il quale perciò la distese ordinatamente, aggiuntovi un corollario importante, in una scrittura, dedicata a Giovanni Ciampoli, e che noi vogliamo produrre qui alla notizia dei nostri Lettori.

« Il quesito, che mi fu fatto intorno alla materia delle cose, che stanno nell' umido, trattata da Archimede, e dal signor Galileo, nel suo particolare Discorso; fu di questo tenore: Il ferro, per essere meno grave in spezie dell' argento vivo, non si sommerge tutto, ma parte di esso resta fuori dell' argento vivo, e parte ne resta tuffato. Ora si ricerca se, infondendosi acqua nel vaso, dove stiano come si è detto i medesimi corpi, sicchè l' acqua li copra del tutto; si ricerca dico se il ferro resterà nell' istessa positura di prima, cioè colla medesima porzione nell' argento vivo, oppure se in parte si solleverà fuori di detto argento vivo, o finalmente se si sommergerà nell' argento vivo con maggior porzione di quella, che era avanti all' infusione dell' acqua, stante che l' acqua sopra infusa col suo peso lo veniva a comprimere, per così dire, più a basso. Al qual quesito io rispondo così: Se un solido più grave in spezie dell' acqua, e men grave dell' argento vivo, sarà posto nell' argento vivo, e dopo, sopra infusa l' acqua, sicchè sopravanzi la parte superiore di tal solido; tal solido non istarà, come nella prima positura, collocato nell' argento vivo, ma si solleverà per qualche spazio. La qual proposizione fu da me dimostrata con aver prima notati i tre seguenti lemmi. »

« *Lemma I.* — Se saranno quattro grandezze proporzionali, gli antecedenti delle quali siano maggiori de' conseguenti, e dalle prime due ne siano levate parti uguali; il rimanente della prima, al rimanente della seconda, averà maggior proporzione, che la terza alla quarta. »

« Sia l' AB (fig. 74) alla CD come EF a GH, e AB maggiore di CD, e perciò ancora la EF maggiore di GH, e siano dall' AB e dalla CD levate parti uguali BI, DK. Dico che la rimanente AI, alla rimanente CK, averà maggior proporzione che EF a GH. Facciasi come AB a CD così IB a LD: adunque, per essere AB maggiore di CD, sarà ancora IB maggiore della LD. F perchè, come tutta AB a tutta la CD, così la levata via IB alla levata via ID; adunque la rimanente AI, alla rimanente CL, sarà come tutta AB a tutta la CD, cioè come EF alla GH. Ma perchè IB è maggiore di LD, come si è dimostrato, ed uguale alla KD; perciò sarà CL maggiore di CK. Adunque la AI a CK averà maggior proporzione che la stessa AI alla CL, cioe che la EF alla GH, che si dovea dimostrare. » (MSS. Gal. Disc., T. I, fol. 144, 45).

Figura 74.

Questo lemma è un caso particolare del seguente più generale, ma elementarissimo teorema: *Ai due termini di una frazione aggiungendo quantità uguali, il quoziente cresce o scema, secondo che la frazione è apparente o propria: e avviene tutto il contrario, se la medesima quantità dai due detti termini invece si tolga.* Abbiasi, per esempio, $\frac{A}{B} = Q$, e $\frac{A \pm a}{B \pm a} = Q'$. Per vedere in quali casi Q sia maggiore o minore di Q', si riducano le frazioni al medesimo denominatore, per cui si trasformeranno in

$$\frac{A \cdot B \pm A \cdot a}{B\,(B \pm a)} = Q, \quad \frac{A \cdot B \pm B \cdot a}{B\,(B \pm a)} = Q'.$$

È di qui manifesto che, valendo il segno di sopra, se $A > B$, ossia se la frazione è apparente, $Q > Q'$. E se $A < B$, anche $Q < Q'$. Valendo poi il segno di sotto ed essendo la frazione propria, manifestamente è $Q > Q'$. Al contrario poi $Q < Q'$, se la frazione è apparente, che è il caso particolarmente contemplato dal Castelli in questo suo lemma, la dimostrazion del quale, supponendosi $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, vien dalla disuguaglianza $\frac{A - a}{B - a} < \frac{C}{D}$.

« *Lemma II.* — Quando nell' umido sono sommersi due corpi, più gravi in specie dell' umido, nel quale sono immersi, perdono ugual momento di gravità in specie. Il che è manifesto, perchè quel che si perde dall' uno e dall' altro ciascheduno è uguale alla gravità in specie dell' acqua, come si deduce dalle cose dimostrate da Archimede, nel primo libro *De insidentibus humido.* »

« *Lemma III.* — Se saranno due prismi o cilindri, simili ed uguali in mole, e dell' istessa gravità in specie, immersi similmente nello stesso umido

più grave in specie di essi prismi e cilindri; l'altezza della parte sommersa dell'uno sarà uguale all'altezza della parte sommersa dell'altro. Il che, sebbene pare in certo modo noto per sè stesso, tuttavia si può dimostrare in questa maniera: Siano due prismi o cilindri AB, CD (fig. 75) simili, eguali di mole, e della stèssa gravità in specie, e siano posti similmente nello stesso umido, più grave in specie di essi solidi, e siano sommersi fino alle altezze BE, DF. Dico che BE è uguale alla DF. Imperocchè la GB alla BE ha la medesima proporzione, che la gravità in specie del solido AB (come dimostra il signor Galileo nel Discorso delle cose che galleggiano nell'umido) cioè, come la stessa gravità in specie dell'umido, alla gravità in specie del solido CD, giacchè i solidi sono di gravità in specie uguali. Ma come la gravità in specie dell'umido, alla gravità in specie del solido CD, così l'altezza HD all'altezza DF; e però, come GB alla BE, così è HD alla DF. E, per essere la prima GB uguale alla terza HD sarà ancora EB uguale alla FD, che era il proposito. »

Figura 75.

« PROPOSIZIONE. — *Stanti le suddette cose, dico che, se un solido più grave in specie dell'acqua, e men grave dell'argento vivo, sarà posto nell'argento vivo, e dopo sopra infusa l'acqua, sicchè sopravanzi la parte superiore del solido; tal solido non starà, come nella prima posizione, posto nell'argento vivo, ma si solleverà per qualche spazio.* »

« Sia il cilindro ovvero prisma ABCD (fig. 76) di ferro, ovvero di alcuna materia più grave in specie dell'acqua, e meno dell'argento vivo, immerso nell'argento vivo sino al livello HG, nel vaso EF, e il rimanente AGHD resti nell'aria. Intendasi di più, per maggior chiarezza, un altro prisma, ovvero cilindro della medesima gravità in specie, e uguale e simile al solido AC, e sia IKLM (fig. 77) immerso similmente (cioè col lato LK omologo al lato CB posto nella parte inferiore) nell'argento vivo, sino al livello NO, nel vaso PR, ed il rimanente IONM intendasi come prima in aria. Chiara cosa è che l'altezza GB è uguale all'altezza OK, per il terzo lemma. Ora dico che, infondendosi acqua nel vaso PR fino al livello PQ, sicchè sopravanzi la parte superiore del solido MK, il solido MK si solleverà per qualche spazio. Imperocchè l'altezza IK, all'altezza KO, è come la gravità in specie dell'argento vivo alla gravità in specie del cilindro, posti l'uno e l'altro sotto l'acqua del vaso PR, come dimostra il signor Galileo. E perchè, avanti all'infusione dell'acqua, la gravità in specie dell'argento vivo nel vaso PR, alla gravità in specie della MK, era come la gravità in specie dell'argento vivo nel vaso EF, alla gravità in specie del solido DB, a tal che erano quattro grandezze proporzionali, e gli antecedenti

Figura 76.

Figura 77.

erano maggiori dei conseguenti, e di poi, per l'infusione dell'acqua nel vaso PR, si sono levate parti uguali di gravità in specie, pel secondo lemma; adunque, per il primo lemma, il residuo dell'antecedente, cioè la gravità in specie dell'argento vivo nel vaso PR, alla gravità in specie del solido MK, averà maggior proporzione che la gravità in specie dell'argento vivo nel vaso EF, alla gravità in specie del solido DB. Adunque ancora la linea IK, cioè AB, alla KO, ha maggior proporzione che la gravità in specie dell'argento vivo, nel vaso EF, alla gravità in specie del solido DB, cioè che AB alla BG, e però KO è minore della BG. Adunque il solido MK è stato sollevato per l'infusione dell'acqua, come si doveva provare » (ivi, fol. 145, 46).

Questo apparato geometrico fu prescelto forse dal Castelli, per dare quasi autentico suggello di verità alla conclusione, alla quale vedeva nonostante condursi assai facilmente, non dilungandosi dalla fisica semplicità dei metodi archimedei, come fa, soggiungendo immediatamente così al suo primo discorso:

« Sia un vaso con argento vivo fino al segno AB (fig. 78) e sia un ferro galleggiante in esso CD, la cui parte C sia immersa, e la D scoperta. Si cerca che cosa farà questo ferro, dop' esser ricoperto d'acqua. Sia infusa l'acqua sino al segno EF, ed il ferro CD, se è possibile, resti fermo nel sito, nel quale stava prima, avanti l'infusione dell'acqua. Immaginiamoci la mole acquea G simile ed uguale alla mole D, e la mole d'argento vivo H simile ed uguale alla C. È chiaro per Archimede che il solo argento vivo H pesa tanto, quanto pesa tutto il ferro CD. Adunque tutta la figura HG, essendovi aggiunta l'acqua G, peserà più che il ferro CD. Seghiamo ora il vaso col piano IL: e perchè l'umido LBO *magis pressum est quam humidum LAO, non quiescet sed impelletur sursum tanta vi, quanta est gravitas aquae molem habentis figurae G aequalem;* non resterà dunque fermo il ferro, dopo l'infusione dell'acqua, ma spingerà all'in su, con tanta forza o momento, quant'è il peso d'una mole d'acqua eguale alla G, ovvero alla D. »

Figura 78.

« Ma più brevemente: sia il ferro AB (fig. 79), ed il livello dell'argento vivo CD, ed avanti l'infusione dell'acqua stia il ferro colla parte B tuffata, e la A scoperta. Infondasi poi l'acqua, e resti il ferro come prima senza moversi. È chiaro che se la figura A acquea, e la figura B fosse argento vivo, tutta la composta figura AB starebbe senza moversi. Ma essendo la detta figura AB, non d'acqua o d'argento vivo, ma di ferro, sarà meno grave che non è quella composta d'acqua e d'argento vivo, perchè tutta la figura di ferro pesa solamente quanto la figura B d'argento vivo. Adunque al ferro AB manca, per potere star fermo, il peso dell'acqua A, onde *feretur sursum tanto impetu, quanto est gravitas aquae molem habentem aequalem figurae* A » (ivi, fol. 146).

Figura 79.

Era, con tali ragioni fisiche e matematiche, risposto a quella prima parte del quesito, intorno alla quale nè il Baliani nè altri, avveduti come lui, non ammettevano dubbi. Rimaneva come più difficile di rispondere all'altra, quanta sia, cioè, la parte del ferro che, per l'infusione dell'acqua, s'inalza sopra il livello dell'argento vivo, e il Castelli ci si metteva così ragionando:

Figura 80.

« Sia il ferro AB (fig. 80), di figura prismatica o cilindrica, immerso nell'argento vivo sino al segno CD, e dopo l'infusione dell'acqua s'alzi sino a qualche segno EF: si cerca la quantità dell'alzamento DF. »

« Perchè il ferro AB, sommerso nell'argento vivo sino al segno CD, galleggiava, sarà il peso dell'argento vivo AD eguale al peso di tutto il ferro, per Archimede. Perchè poi, dopo l'infusione dell'acqua, il ferro sollevato sta fermo colla parte AF nell'argento vivo, e colla rimanente FH in acqua, peseranno le due figure, AF d'argento vivo ed FH d'acqua insieme, quanto tutto il ferro. Adunque egualmente pesano la mole d'argento vivo AD, e le due moli AF d'argento vivo, ed FH d'acqua insieme. Levata poi la comune AF, peserà tanto l'argento vivo ED, quanto l'acqua EB. Ma quando i pesi assoluti sono uguali, le gravità in specie sono come le moli contrariamente prese, secondo il Galileo; adunque la mole EB, alla ED, cioè la linea BF, alla FD, sarà come la gravità in specie dell'argento vivo, alla gravità in specie dell'acqua. Ma perchè la BD è nota, cioè la parte scoperta del ferro, avanti si coprisse di acqua; saranno note ancora le BF, DF, poichè, *data proportione et differentia duorum magnitudinum, ipsae etiam magnitudines dantur.* »

Figura 81.

« Quando il ferro non fosse prisma o cilindro ma solido irregolare, come ADBC (fig. 81), tuffato nell'argento vivo colla parte ACB, facciasi come la gravità in specie dell'argento vivo, alla gravità in specie dell'acqua, così la mole DEF alla mole EABF, e la porzione EABF sarà quella che, dopo l'infusione dell'acqua, si solleverà sopra il livello dell'argento vivo » (ivi, fol. 146, 47).

Che così veramente, come diceva il Castelli, sia risoluto il problema, può dichiararsi meglio col seguente discorso, dop'aver concluso che l'argento vivo, di pari mole alla porzione ED della mole del cilindro di ferro, uguaglia al peso della mole EB d'acqua, il luogo della quale è occupato dalla porzione EB dello stesso cilindro. Imperocchè, dove i pesi sono uguali, le gravità specifiche stanno contrariamente ai volumi, o alle loro altezze, essendo prismi o cilindri di basi uguali. Chiamate dunque G, G′ le gravità specifiche del mercurio e dell'acqua, sarà $BF : DE = G : G'$. Dividendo, $BF - DF : DF = G - G' : G'$, d'onde, sostituito BD a BF — DF, viene $\frac{G' . BD}{G - G'}$. Ma G e G′ son note, per mezzo della Bilancetta idrostatica, e BD, che è uguale a CH, può aversi dalla proporzione $C : G'' = AH : CH$, intesa

per G'' la gravità specifica del ferro, o per misura diretta; dunque DF, quantità dell'alzamento, prodotto nel cilindro di ferro, per l'infusione dell'acqua sul mercurio, è nota, ed è perciò, come si diceva, risoluto il problema.

« Per corollario (soggiunge il Castelli in fine del suo Discorso) si scioglie un problema, in cui alcuno proponesse di trovare due moli, una d'acqua e l'altra d'argento vivo, le quali insieme prese fossero uguali e di mole e di peso ad un dato ferro: ovvero si proponesse il vaso AB, nella figura 80, da empirsi d'acqua e d'argento vivo in tal modo, che il vaso pieno pesi tanto, quanto peserebbe se fosse tutto ferro. »

« Facciasi come la gravità in specie dell'argento vivo, alla gravità in specie del ferro, così HA ad AC. Di più, come la medesima gravità in specie dell'argento vivo, alla gravità in specie dell'acqua, così la EH alla EC, ed il vaso AB, pieno fino al segno HB d'acqua, peserà quanto se fosse tutto ferro. Nè vi è altro segno che il trovato EF, il quale seghi il vaso in modo che, riempiutane una parte d'argento vivo, e l'altra d'acqua; faccia che tutto il composto pesi tanto, quanto peserebbe, se fosse ferro assoluto » (ivi, fol. 147).

Se il cilindro di ferro AB, immerso nel vaso, in cui il livello del mercurio lo sega nel determinato segno EF, e l'acqua ne pareggia la sommità BH, sta in equilibrio; è manifesto che, se la parte EB si trasformasse in acqua, e la AF in mercurio, l'equilibrio stesso perciò non sarebbe turbato. Ond'essendo il peso del ferro uguale al peso di quest'acqua e di questo mercurio, il problema proposto dal Castelli è risoluto, quando sia nota l'altezza AE. Ora, supponendo che l'altezza del livello del mercurio senz'acqua fosse AC, abbiamo $AE = AC - CE$. Cosicchè, chiamandosi G, G' le gravità in specie del mercurio e dell'acqua, AC è nota, perchè $G : G' = HA : AC$. È anche poi EC nota, per la formula ritrovata di sopra, dunque è risoluto il problema.

Del teorema, dimostrato dal Castelli in questo Discorso, fu diffusa la notizia per le varie copie, che del manoscritto lasciò il Ciampoli prendere agli amici, ma principalmente per gl'insegnamenti del Borelli, il quale, leggendo in pubblica scuola gli elementi dell'Idrostatica, faceva notare che le proposizioni di Archimede, e specialmente la V, son vere solamente, quando la solida grandezza, come suppone l'Autore, galleggi sopra un fluido solo più denso, senza che la parte emersa si trovi in mezzo a un più raro. E così, come oralmente il Borelli insegnava, diffuse poi per le stampe i medesimi insegnamenti nel libro *De motionibus naturalibus*, dove, avendo fatto osservare come, per la forza che respinge in su il solido piu leggero dell'umido, e di cui si tratta nella VI del primo libro *De insidentibus*, non si deve intendere il moto attuale, ma l'energia o il conato al moto; soggiunge: « Praeterea altera Archimedis propositio, quod nimirum moles fluidi, aequalis solidi natantis parti demersae, aeque ponderet ac solidum ipsum; vera est, nisi hypothesis varietur. Oportet enim, ex vi hypothesis, ut solidum innatet supra unum fluidum, nam, si omnino sit demersum intra rarius, et innatet

supra aliud densius fluidum, propositio alteratur, ut docuit praeceptor meus Benedictus Castellus, qui demonstravit quod ferrum supra mercurium natans, si aqua quoque cooperiatur, tunc quidem altius elevabitur quam prius, propterea quod pondus aquae collateralis auget magis hydrargyri compressionem, quam ferri pondus augeat, proindeque ferrum aliquantisper altius elevat » (*Regio Julio* 1670, pag. 477, 78).

Fra gli uditori della Lezione, in cui il Borelli così diceva, era quel vivacissimo ingegno di Donato Rossetti, il quale condusse alle ultime sue conseguenze il discorso udito fare al Maestro. E l'aria stessa, pensava fra sè, non è ella un fluido più raro dell'acqua, o di altr'umido, in cui il solido s'immerga? Dunque le proposizioni *De insidentibus* son false nelle esperienze di tutti coloro, che fisicamente se ne servono per loro assiomi, e si verificano, come par che supponga Archimede stesso, solamente nel vuoto, perchè ivi solamente le solide grandezze soprannotano a un unico fluido. Così appunto, come il Rossetti pensò, disse in questa forma pubblicamente: *Il concetto di Archimede che il galleggiante si sommerga sotto il livello dell'acqua, fin tanto che una mole d'acqua, uguale alla parte sommersa, pesi assolutamente quanto tutto il galleggiante; è falsissimo.* (*Dimostrazione fisica-matem.*, Firenze 1668, pag. 3). Pronunziata la qual sentenza, passa l'Autore a dimostrare che il galleggiante non uguaglia in peso assoluto il peso della detta mole dell'acqua, ma di questa, insieme con una mole d'aria, pari a quella della parte, che in esso galleggiante soprannota. La dimostrazione è simile, anzi è sostanzialmente la medesima di quella fatta dal Castelli, nella seconda sua fisica maniera, sostituito un umido qualunque al mercurio, e all'acqua sopra infusagli l'aria.

Si fecondò nel Rossetti questo primo concetto, estendendolo, dall'equilibrio de' liquidi, a tutti gli altri equilibrii in generale, di che pure, ne' suoi libri *De aequiponderantibus*, aveva trattato Archimede. E perchè il fondamento a questa causa degli equilibri si poneva da lui nel centro di gravità de' corpi, osservò il nuovo arguto commentatore che, nell'invenzione di questo centro, si supponeva essere il grave costituito no in aria, ma nel vuoto assoluto. Ne toglieva l'esempio dal triangolo, dalla piramide, dal cono, e da somiglianti figure *in alteram partem deficientes,* nelle quali il centro di gravità, variando col variare la densità del mezzo, l'indicazione, datane da Archimede e da' promotori di lui, non potrebb'essere così, come si ritiene, di assoluta verità matematica. Nel triangolo ABC, per esempio (fig. 82), si determina geometricamente il centro di gravità in tal punto della bissettrice AF, che la parte AO sia due terzi della rimanente. Cosicchè, sospesa la figura dal punto O, e fatta per lui passare una linea parallela alla base, si dice che il tutto sta in equilibrio, perchè tanto pesa il triangolo ADE da una parte, quanto il trapezio EB dall'altra. Ma che ciò si verifichi solamente nel vuoto, e no nell'aria o in altro mezzo più denso, come sarebbe l'acqua, è manifesto dall'esperienza

Figura 82.

Perchè, lasciando liberamente cadere in alcuno dei detti mezzi, ma specialmente nel secondo, il detto triangolo solido, ossia il prisma triangolare sopr' esso costruito; si osserva che l' equilibrio non si mantiene, ma che costantemente il vertice volge in basso, e si dirizza in alto la base, evidente segno che il triangolo non è ugualmente peso, ma più grave del trapezio a lui contrapposto. Che poi causa di ciò sia il mezzo si comprenderà facilmente, osservando che per essere il triangolo in superficie un quinto men del trapezio (giacchè si sa che l' uno sta all' altro come 4 sta a 5) riceve anche un quinto meno d' impedimento, e perciò prepondera sopra l' altro per un quinto, rimasto libero della sua gravità naturale.

Dietro le quali osservazioni è necessario concludere col Rossetti *che Archimede non concepì le sue proposizioni per la Fisica, ma per la Matematica.* « Dal che è più che necessario il dedurne, soggiunge lo stesso Rossetti, che in errore siano vissuti sinora tutti quelli, che fisicamente se ne servirono per loro assiomi. Dal che si deduce anche la cagione perchè molte cose non abbiano in fatti corrisposto a quanto da questa proposizione si aspettava, non solo intorno alle materie che dovevano galleggiare, ma ancora in quelle che, in aria sospese, dovevano bilanciarsi intorno al loro centro di gravità » (ivi).

Benche fossero tutte queste conclusioni verissime, è un fatto però che i più non le ascoltarono, e alcuni le contraddissero. I Fisici, che sperava di far ravvedere il Rossetti, si rimasero nell' antico errore intorno alle galleggianti, come si par dall' uso, che tuttavia seguitano a fare della Bilancia idrostatica, la quale non è esattamente dimostrativa della settima proposizione archimedea (in cui supponesi che sopra l' umido non sia fluido alcuno e nemmen l' aria) se non che quando il secchio B, della figura 73, sia esso pure affatto senz' aria. Può concedersi che il peso di questa sia insensibile nella bilancia ordinaria, ma sperimentando con quella mobilissima e squisitissima, descritta dallo 's Gravesande nel primo Tomo de' suoi Elementi matematici di Fisica (Leida 1748, pag. 423, 24), non sarebbe male tener qualche conto di questi avvertimenti del Rossetti, che son poi quelli stessi dati tanti anni prima dallo Stevino.

Fra i contradittori, a cui s' accennava di sopra, abbiamo a notar Geminiano Montanari, che educatosi in altra scuola, pare ignorasse, o non fosse persuaso della soluzion del problema, data dal Castelli nel discorso al Ciampoli. Cosicchè, proposto il caso della cera galleggiante nell' acqua, sopra infusovi olio, non sapeva comprendere il Montanari come questo non opprimesse col suo proprio peso il galleggiante soggetto, il quale vedevasi anzi sollevarsi alquanto sopra il primo livello: nè poteva comprendere la verità della tesi sostenuta dal Rossetti, il quale andava ripetendo così al suo contradittore la dimostrazion del Castelli. Inteso che i settori ELI, ILF, della figura 78, siano pieni d' acqua infino al livello AOB, e il resto, infino al livello EIF, dove prima era aria, in mezzo alla quale emergeva la parte G del galleggiante di cera, sia messo olio; nell' infondere questo, dice il Rosseti

« più peso si pone sopra la superficie AO, che sopra la OB, perchè l' olio EO eccede l' olio OF dell' olio G, che è in mole uguale alla parte soprannatante della cera GH. E per questo, essendo più premuta la superficie AO che la OB, quella discenderà, col far salir questa, in quel modo appunto che nella bilancia sale quel braccio, ove è meno di peso, quando l' altro braccio più aggravato scende » (*Insegnamenti fisico-matem.*, Livorno 1669, pag. 135).

Il Montanari dunque non poteva esser disposto a penetrare le argute osservazioni del Rossetti, per mancargli i principii necessari. Ma principalmente giocava nella fantasia di lui quel pregiudizio comune a tanti, che cioè sia infallibile criterio della verità di una cosa l' essere approvata da tutti, e specialmente dai grandi uomini, fra' quali bastava citare il solo Galileo. E da un' altra parte si faceva Galileo entrare bene a proposito nella questione, per quel ch' egli aveva insegnato rispetto all' efficacia dell' aria, in concorrere a sostener le assicelle d' ebano galleggianti. Si notò più addietro la stravaganza di queste dottrine, perchè, essendo un fatto che anche l' aria pesa, non vi si teneva poi nessun conto del peso di lei: stranezza che il Rossetti si studiava di togliere col dire che, non essendo l' aria nell' altr' aria nè grave nè leggera, Galileo dunque intendeva di pesarla nel vuoto. « Vi ricorderete, scriveva, che Galileo non fece altre esperienze, in quel suo Trattato delle galleggianti, se non di cose, che di sua natura scendono nell' acqua come d' ebano e di metalli: e vi ricorderete che queste materie, ridotte in larghissime falde, venivano posate leggermente e con gran diligenza sopra l' acqua in modo, che si mantenevano a galla, del quale effetto gli avversari del Galileo avevano preteso che ne fosse la causa quella figura così ampia, ed il Galileo, fondato sopra la dottrina de' galleggianti, provava e dimostrava ciò avvenire, perchè tanto pesava quella falda di ebano o di metallo, attendete bene, *con quell' aria, che veniva rinchiusa tra quegli argini, che fa l' acqua intorno alla detta falda sino al superior livello dell' acqua; quanto pesava una mole di acqua uguale alla detta falda ed aria.* Sicchè se il Galileo, in queste sue esperienze, pesò o intese di pesare, lo fece col mettere da una parte della Bilancia una mole d' acqua, e nell' altra una falda di qualche materia più grave dell' acqua, con qualche massa di aria. Ma l' aria nell' aria non si può pesare; adunque dovè pesarla ove si potesse pesare, sicchè bisogna concludere che la pesasse o intendesse pesarla nel vuoto » (ivi, pag. 112, 13).

Il Montanari negava esser questa la vera intenzione di Galileo, e testualmente citando, dal Discorso intorno alle galleggianti, i passi illustrati dalla figura 69, qui addietro: *Et avvegnachè la mole dell' aria AC non cresca, nè diminuisca la gravità della mole IS,* e poco più basso, *E perchè l' aria AC non cresce o scema il peso del solido IS;* ne concludeva, contro il Rossetti, apparire di qui ben chiaro che Galileo « non pone in conto il peso dell' aria, se dice che ella non opera cosa alcuna, perchè infatti l' aria nell' aria non ha momento veruno, il che non potrebbe egli dire, se intendesse quell' acqua pesata nel vuoto, perchè quivi sarebbe necessario mettere

in conto il peso d'altrettant' aria. Altrimenti la proposizione non si verificherebbe, e sarebbe un paralogismo: laddove dimostrata e vera rimane, se si considera il peso assoluto nell' aria. Resta dunque provato che il Galileo intese per peso assoluto il peso de' corpi in aria, e no nel vuoto « (*Lezione accademica,* Torino 1678, pag. 8).

Se queste dispute non hanno grande importanza per sè stesse, l'hanno però, e non piccola, per noi, i quali siamo intanto fatti certi di due cose: la prima è che i paralogismi di Galileo, intorno al galleggiare i corpi più gravi in specie dell' acqua, dipendevano dall' aver egli incautamente professato il principio peripatetico che ogni elemento, nel suo proprio elemento, non è nè grave nè leggero: la seconda, che oltrepassata di non pochi anni la prima metà del secolo XVII, de' paralogismi del novello Archimede non s' erano ancora accorti due non ignobili seguaci di lui. Che se ritornisi col pensiero al Borelli e al Viviani, difensori ingenui delle fallacie del Michelini, se ne dovrà concludere che Galileo aveva, co' suoi nuovi insegnamenti idrostatici, tenute lungamente soggiogate alla tirannia peripatetica le più nobili intelligenze della sua scuola. Il fatto apparisce tanto più deplorabile, in quanto che una mano di valorosi stranieri era venuta a infrangere coteste catene.

II.

Il Pascal v' aveva menato sopra tanti colpi potenti, quante sono le varie esperienze, immaginate e descritte da lui, per dimostrare che l' acqua nell' acqua preme per tutti i versi i solidi immersi, e tanto più gagliardamente gli preme, quanto vi scendono più profondi. Se il tubo AB (fig. 83), tenutagli chiusa la bocca B con un dito, s' immerga in un vivaio fino al livello CD, e così stando s' empia di mercurio, e poi tolgasi il dito; il mercurio verserà dalla bocca B, scendendo sotto l' altra A, fino a un certo punto. « Si on enforce le tuyau plus avant, le vif argent remonte, car le poids de l'eau est plus grand, et si on le hausse au contraire le vif argent baisse, car son poids surpasse l'autre » (*De l'equilibre des liqueurs,* a Paris, 1663, pag. 19). Un manticino da focolare, sommerso tutto così, che la bocca del cannello assai lungo sopravanzi il livello dell' acqua, s' apre più difficilmente, essendogli stata chiusa l' animella, che in mezzo all' aria « a cause du poids de la masse de l'eau, qui le presse. Aussi plus il est avant dans l'eau, plus il est difficile à ouvrir, parce qu'il y a une plus grande hauteur d'eau a supporter » (ivi, pag. 31). Similmente, strinta la bocca di una borsa di pelle intorno a un cannello di vetro, aperto da ambedue le parti, poi tutto ripieno di mercurio, e tuffato nell' acqua; si vede il mercurio stesso risalir su per il

Figura 83.

detto cannello, e tanto più altamente, quanto si fa calare più al fondo, « a cause que le poids de l'eau, pressant le balon de tous costez le vif argent qu'il contient, est presse egalement en tous ses points » come a strizzarlo con una mano più o meno forte (ivi, pag. 31, 32).

Il Boyle nel suo VII Paradosso proponevasi di dimostrare « Corpus fluido immersum sustinere pressionem lateralem a fluido, eamque auctam prout corporis immersi infra superficiem fluidi profunditas augetur » (*Paradoxa hydrost. Roterodami,* 1670, pag. 197). La dimostrazione è simile alla prima, fra quelle dianzi descritte dal Pascal, sostituito l'olio al mercurio, e la bocca B, invece di rivoltarsi in su, aperta da lato. Ma la cosa essendo di tanta importanza pose ai Paradossi una prima appendice, per rispondere a sette obiezioni, sovvenute a un recente scrittore, onde confermar la dottrina del Cartesio, che cioè le parti superiori dell'acqua non premono le inferiori. Data la risposta alle quali obiezioni, soggiunge il Boyle un'esperienza nuova, per dimostrare che non solo l'acqua pesa nell'acqua, ma che ella vi pesa, quasi con la medesima forza come se fosse in aria. Si soffi, egli dice, una bolla di vetro alla fiamma, lasciandole fuori un picciolo, mentre dentro rimane vuota di aria, e, aggiungendole un piombino, si tuffi nell'acqua, tenendola sospesa per un filo a un braccio di una esattissima bilancia equilibrata. Poi si rompa colla tanaglia il picciolo alla detta bolla, che s'empirà d'acqua, attratta di mezzo all'altr' acqua, la quale che veramente pesi, e quanto, si parrà dalla bilancia stessa, e da ciò che le si deve aggiungere per restituirla al primo equilibrio. Alla quale aggiunta poi si troverebbe, con pochissima differenza, corrispondere il peso dell'acqua contenuta nella bolla stessa, quando questa, detratto il vetro, si pesasse nell'aria. « Unde liquet (così il Boyle stesso ne conclude) non modo aquam gravitare sub aqua, sed eam vel fere, vel plane tantum inibi ponderare, ac ipsa illa portio liquoris ponderaret in aere » (ibid., pag. 213).

Pochi anni dopo la pubblicazione originale, fatta in Oxford, di questi Paradossi boileiani, correva per le mani de' curiosi un libro, col titolo *Ars nova et magna gravitatis et levitatis,* scritto in dialoghi, nel quinto de' quali l'Autore, ch'era Giorgio Sinclaro, si proponeva di trattare un tale argomento: « Ex novo illo Urinatorum machinamento, recens excogitato, cui nomen *Campanae,* eiusque usu, invictissimae eruuntur rationes, quibus elementum aquae in suo loco gravitare ostenditur » (*Roterodami,* 1669, pag. 230). Vi si incomincia a narrare com'essendo nel 1558 affondata, presso una delle isole boreali della Scozia, una gran nave, spedita dal re di Spagna in Inghilterra, ivi si rimanesse per 77 anni arrenata, infin tanto che un ardito palombaro non venne a profferirsi di saperne recuperare dal fondo marino il ricchissimo carico, per via di un macchinamento da sè allora inventato: macchinamento, che consisteva in quella Campana, più di un secolo prima proposta già al medesimo uso dal Tartaglia, ma che si rendeva praticabile, per essere costruita di tale capacità, da bastar l'aria dentro rinchiusa a respirarvi in mezzo un uomo, almen per un'ora. Non era, come quella del No-

stro, chiusa tutta all' intorno, ma aperta in fondo, e potrebbe aver l' esempio nel bicchiere, dentro cui, rovesciato e spinto con la mano in fondo a una vasca, si vede tanto solo entrar d' acqua, quanto glie lo permetta la condensazione dell' aria. « Ope, et auxilio huiuscemodi machinamentorum, sed in primis Campanae (prosegue a dire il Sinclaro) multa experiri possumus, quae adeo extra omnem controversiae aleam aquae marinae pondus et gravitatem, quam in suo exercet loco, demonstrant, ut postea vix supersit alicui dubitandi locus » (ibid., pag. 230).

I descritti esperimenti, per il Sinclaro, si riducono a cinque. Vuole in primo luogo che il marangone porti seco un Barometro, o Baroscopio come ei lo chiama, e gli promette che vedrà, via via discendendo con la Campana, sollevarsi invece dentro il tubo il mercurio. Poi, gonfiata prima di scendere una vescica, e fortemente turata una bottiglia vuota, gli giura non dover giungere a posarsi sul fondo del mare, senza che quella non sia ridotta flaccida, e questa in frantumi. Quivi stando, suggerisce al Palombaro, in quarto luogo, che prenda un' altra simile bottiglia, ben bene anch' essa turata, e gli predice che se la vedrà scoppiare sotto gli occhi, prima che sia tornato su a galla. Dice in ultimo a quel suo uomo sottomarino che si prepari uno strumento, simile a quello che si rappresenta qui da noi nella 84 figura, e, rinchiudendolo nella sua stanza, indovina che, appena incominciato a scendere nel mare, vedrà l' acqua della tinozza A risalire su per il sifone BC, infin tanto che tutta venga a travasarsi in E. Dai quali esperimenti, dice il Sinclaro, si raccoglie per certo « quod Campanae aeris elaterium descendendo multum intendatur, multumque ascendendo remittatur, quod in omne aevum inexplicabile manebit, nisi id ex aquae pressura oriri dicas » (ibid., pag. 239).

Figura 84.

Cotali esperienze non son facili è vero a farsi da un Filosofo, non avvezzo ai disagi, e non esperto dell' arte dei marangoni. Suggerisce perciò il Sinclaro che si costruisca una Campana in piccolo, tanto ch' ella possa capire in se un Barometro, e, senza dover profondarsi insieme con lo strumento nè sotto l' acqua de' laghi, nè sotto quella de' mari; seduti comodamente sulla sponda di un vivaio, osservarne gli effetti. In ogni modo qualunque Filosofo più delicato potrebbe rendere visibile a sè, e a' suoi scolari, l' inflaccidirsi della vescica, fatta entrare, mentre era gonfia, in un bicchiere, il quale arrovesciato si spinga colla mano, più profondamente che sia possibile, sotto l' acqua ricevuta in un vaso di vetro.

Il Pascal, il Boyle e il Sinclaro, con gli sperimenti fin qui descritti, bastano a persuaderci che i Fisici di Europa avevano cacciati già dalla scienza i pregiudizi peripatetici, quando ancora i nostri, imbevuti degl' insegnamenti di Galileo, ripetevano con sicurtà che nessun fluido pesa nel suo proprio elemento. È da notare però che i tre Autori commemorati non pretendevano di esser venuti a insegnare nulla di nuovo, contenti a confermare una ve-

rità combattuta, con la più evidente prova dei fatti. Così, il Boile non fa altro che moltiplicare le sperienze dello Stevino, e renderle più concludenti, ma il Pascal e il Sinclaro, oltre a quelle dello Stevino, seguono altre più prossime tradizioni, ravvivate da quel concorrere che facevasi d' ogni parte a illustrare l' esperienza famosa del Torricelli. La cosa insomma si riduce a questo: che fu propriamente in Italia fabbricata l' arme, per abbattere l' orgoglio peripatetico di un colpo, e furono d' Italiani le braccia, che lo menarono, non lasciando ai successori altro che il merito di finir di uccidere il nemico caduto, o la baldanza di fare intorno al suo cadavere festa e tripudio. Che se la vittoria s' attribuisce agli stranieri è perchè il Torricelli non apparisce che quale inventore dell' esperienza, lo splendor della quale invenzione ecclissò in lui un merito molto maggiore, di aver cioè speculate altresì le ragioni dell' esperienza: ragioni che, riferendosi alle proprietà de' fluidi, seco stesso comunicanti o con altri, illustravano mirabilmente, quasi sopraesaltandole, le comuni leggi dell' Idrostatica.

Un tale tesoro di speculazioni fu riversato nel privato erario di Michelangiolo Ricci, amico e maestro a quel Tommaso Cornelio, che, ancora giovane e sconosciuto, pubblicava nel 1648, col titolo *De platonica circumpulsione*, una sua epistola pregevolissima, perche vi si raccoglieva, ordinava e illustrava tutto ciò che, intorno all' Idrodinamica, e, a proposito della teoria del Barometro, intorno all' Idrostatica, aveva il Torricelli insegnato a voce e per lettere al Ricci. I quali insegnamenti rimeditando io, dice il Cornelio, « sequens experimentum tentavi: Vitreum orbem, exiguo pertusum foramine, in profundiorem aquam mergebam, ostiolumque deorsum vergens digito obturabam, ut mox orbis in auras evectus indicaret semper maiorem atque maiorem aquae copiam in eumdem ingestam, qno profundius ille penetrasset. Et res quidem ex sententia successit. Nam aqua eo maiori nisu, per orbis foramen, intruditur, quo illa fuerit altior, atque interea aer in orbe contentus in minus atque minus spatium cogitur, donec impulsus, a superstantis aquae pondere proveniens, sit aequalis conatui, quo aer resistit ne violenter comprimatur, unde, aperto deinde foramine, ac deorsum spectante, aqua foras extruditur a vi aeris, iuxta debitam mensuram, se se iterum expandentis » (*Appendix ad Progymn.*, Neapoli 1688, pag. 343).

Dice il Cornelio tanto esser piaciute le speculazioni, e l' esperienze messe nel suo libretto, che alcuni se le appropriarono. Non potremmo asserir con certezza se, fra' complici di queste usurpazioni, fosse anche il Borelli, il quale, a dimostrar che l' acqua gravita in sè stessa, e con tanto maggior forza, quanto è più profonda; adduceva, fra le altre, come di sua propria invenzione, l' esperienza descritta trent' anni prima dal suo concittadino. Comunque sia, a ravvedersi di ciò, che credeva esser vero sull' autorità di Galileo, concorsero nel Borelli altre cause, fra le quali, come nel Pascal e nel Sinclaro, lo studio de' fenomeni barometrici. Nel fare il vuoto, specialmente con l' acqua, s' ebbe a osservare un brulichio nel tubo, simile a quel che fa l' acqua stessa bollendo al fuoco: brulichio che, quanto più saliva, tanto più mostra-

vasi fervoroso. Il Borelli spiegava il fatto col dire che l'aria, chiusa dentro alle bollicelle, essendo, via via che si sale, meno compressa dal peso dell'acqua ambiente, si dilata, e perciò si rendono esse bollicelle più cospicue, e appariscono più frequenti. « In pulcherrimo instrumento torricelliano, in quo vacuum mediante aqua efficitur, videmus ab aqua tantam copiam ampullarum aerearum egredi, ut repraesentet ebullitionem, quam efficere solet fervor ignis in eadem aqua. Et hoc pendet ex eo quod particulae minimae aeris, ibidem, non ut prius comprimuntur ab ingenti pondere aereae regionis, sed solummodo ab exigua gravitate aquae incumbentis, quod persuadetur ex eo, quod profundiora granula aeris, quae ob parvitatem fere inconspicua erant, quo magis ad summitatem aquae accedunt, eo magis amplianttur, inflantur, grandioresque ampullas constituunt, prout magis vis elastica aeris, libertatem nacta, ampliare dilatareque easdem ampullas potest » (*De motion natur.* cit., pag. 552).

Ai Peripatetici, fra' quali possiam citare il gesuita Daniello Bartoli, ostinati in professare il principio che l'acqua in mezzo all'acqua non pesa, non piacque punto la ragion del Borelli, e confessando pure essere stato ciò detto da lui ingegnosamente, non però toglie, soggiungevano, il potersi recare il fatto ad un' altra ragione, « cioè al venirsi scontrando, in quei diciassette cubiti di salita, in altre bolle d' aria, e con esse unendosi formarne di moltissime piccole una grande » (*Del ghiaccio,* Roma 1681, pag. 147).

Ma la principale occasione di riconoscere, e detestare la falsità dell'assunto peripatetico, venne al Borelli ne' frequentati congressi dell' Accademia del Cimento, quando si volle discutere la questione della leggerezza positiva. Potrebb' essere che il Cornelio, toltasi dal volto la maschera di Timeo Locrese, e fattosi riconoscere per colui, che tanti meriti s' era venuto acquistando in tutti gli ordini della Fisica sperimentale; avesse, con l'epistola *De circumpulsione* raccolta in un volume co' Proginnasmi, eccitato l' ingegno dei suoi connazionali. In ogni modo le parole, dal segretario dell' Accademia premesse all' argomento, commemorano Platone, autor del Dialogo del Timeo, come precursore antico della verità, che si voleva confermare con le nuove esperienze. Ma di queste, come di tutte le altre naturali esperienze, si dà dagli Accademici solamente un *saggio* di quel tanto più, e forse meglio, che da loro s' era operato. Gli operatori poi più efficaci, a cotesto tempo, si sa che erano il Borelli e il Viviani, i quali tanto ebbero a persuadersi del bisogno di assicurare la scienza del moto dalle pericolose incursioni peripatetiche, che s' affaccendarono a speculare ragioni, e ad ammannire esperienze, per provare che non vi è leggerezza positiva, e che l' acqua, l' aria e ogni altro fluido insomma fa dentro il proprio fluido la medesima forza all' in giù, che fuori di esso. E perchè tali argomenti, nel libro scritto a nome di tutta l' Accademia, non potevano aver luogo, gli fece il Borelli, per suo proprio conto, pubblicamente noti nell' opera *De motionibus naturalibus a gravitate pendentibus,* benchè gli altri del Viviani si rimangano tuttavia sconosciuti. E perciò noi gli daremo ora alla luce, nella loro propria scrittura, essendoci

bastata la pazienza di ricavarla dal manoscritto più informe, e più penosamente leggibile, di quanti altri mai ci siano fin qui capitati.

« PROPOSIZIONE I. — *Il peso di qualsisia porzione di fluido grave stagnante fa attualmente, dentro il proprio fluido, la medesima forza allo in giù, che fuori di esso.* Imperocchè il peso non è proprio, libero e indipendente, ma necessario. Onde non per elezione o per accidente fa forza allo in giù, ma per necessità. Per lo che, dovunque egli si sia o dentro o fuori del proprio fluido, è necessario che faccia la medesima forza allo in giù. »

« Il medesimo si dimostra con l'esperienza. Imperocchè se, dentro qualsisia fluido stagnante sul fondo di uua bilancia, s'infonderà una mole del medesimo fluido, che sia di doppio peso; è manifesto che sforzerà attualmente la bilancia detta con doppia forza allo in giù. Dunque è manifesto che il peso della mole aggiunta fa attualmente nel proprio fluido la medesima forza allo in giù, che fuori di esso. »

« PROPOSIZIONE II. — *Tutto il peso di un fluido grave stagnante aggrava perpendicolarmente il fondo, perpendicolarmente sottoposto.* È evidente per l'esperienza. Imperocchè se, alla forza del di lui peso non averà il fondo dato momento di resistenza bastante, verrà da questo sforzato manifestamente a cedere. »

« PROPOSIZIONE III. — *Il peso di qualunque porzione superiore di un fluido grave stagnante aggrava perpendicolarmente la porzione inferiore, perpendicolarmente sottopostale.* »

« Sul fondo AB (fig. 85) intendasi stagnante qualsiasi porzione di fluido EB e sopra EB qualsiasi altra porzione perpendicolarmente sovrappostale. Dico che il peso di CD aggrava perpendicolarmente la porzione EB, perpendicolarmente sottopostale. Imperocchè, se è possibile, non sia dal peso della porzione CD aggravata perpendicolarmente la porzione EB. Dunque non potrà EB che col proprio peso aggravare perpendicolamente il fondo. Dunque non sarà il fondo detto, dal peso di tutto il fluido CB, perpendicolarmente aggravato. Il che è impossibile per quel che si è dimostrato. »

Figura 85.

« *Il medesimo direttamente.* »

« Tutto il peso del fluido BC aggrava perpendicolarmente il fondo AB, perpendicolarmente sottopostoli. Dunque tutto il peso di CB fa forza perpendicolarmente verso AB. Dunque per necessità il peso ancora della porzione CD fa perpendicolarmente forza verso AB. Ma è impossibile far forza perpendicolarmente verso AB, perpendicolarmente sottoposto, senza far forza perpendicolarmente verso la porzione EB, posta perpendicolarmente fra essa ed AB; dunque è necessario che il peso della porzione CD, facendo forza perpendicolarmente verso AB, la faccia ancora verso ED, e perciò perpendicolarmente l'aggravi. »

« *Il medesimo altrimenti.* »

« Imperocchè, per qualunque cagione altri dica la superficie ED, dal peso della mole sovrastante CD, non essere attualmente aggravata; cagione certo non dirà esserne la di lui fluidezza. Ma, presupposta la superficie ED consistente, è manifesto, per le cose dette, che, di qualunque natura o gravezza in specie si dia la mole ED, sarà dal peso di CD attualmente aggravata; dunque, data ancora invece della consistenza la fluidezza, di qualunque natura o gravità in specie la ED si supponga; non meno del peso della mole sovrastante attualmente è aggravata. »

« Le quali cose sì per minuto ci siamo sforzati di mostrare, perchè si possa vedere se contro la ragione sia o no l'affermare il contrario, cioè che il fluido nel fluido proprio attualmente non gravi, nè perciò le parti inferiori di esso siano, dal peso delle superiori, attualmente aggravate. »

« Il principal motivo di dubitare della verità sopraddetta furono alcune esperienze, sì manifestamente a prima vista contrarie, che non è maraviglia se, contro la ragione assai per altro evidente, avesse luogo nell'animo di molti la contraria opinione. »

« Perchè dunque, se possibile fia, ogni scrupolo tor si possa intorno alla verità di punto così importante, dal quale, come vedremo appresso, gran parte della naturale Filosofia dipende, egli è sopratutto necessario che, deposta ogni propria passione, sopra di essa diligente riflessione facciamo. Imperocchè mi do a credere che se a sufficienza mostreremo gli effetti, in esse esperienze contenuti, non essere alla detta verità, se non in apparenza, contrari, e tanto esser lontano che all'attuale aggravamento delle parti fluide nel proprio fluido repugni che, da esso presupposto, questo e altri fatti necessariamente provengano; mi do a credere, dico, che basterà, per fare, in chi altrimenti fin ora ha creduto, cessare ogni dubbio. L'esperienze dunque son queste: »

« I.ª I marangoni, stando sott'acqua, non sentono peso dall'acqua, che all'altezza talvolta di venti o di più braccia gli sovrasta. Dal che pare a taluno evidente che il peso dell'acqua non aggravi i corpi, che in essa sono e per conseguenza che ella nel proprio luogo attualmente non pesi. Ma, per la Iª, la conseguenza è falsa. Che il peso dell'acqua aggravi e prema attualmente i corpi, che in essa sono, è per altro dalla esperienza manifesto. Imperocchè pongasi sotto l'acqua un mantice dilatato, e per tutto ben chiuso, e si vedrà chiaramente che, quanto maggior copia di acqua vi s'andrà di sopra aggiungendo, tanto maggiormente verrà dal di lei peso abbassato e ristretto. Inoltre pongasi ferma sott'acqua una palla di sottilissimo vetro ben chiusa, e si vedrà che, aggiungendo nova acqua, verrà finalmente, per il di lei peso, a schiacciarsi e a rompersi. »

« II.ª Una secchia piena d'acqua, essendo nell'acqua, si tira su con la medesima, anzi minor forza, che fuori vuota: eppure, oltre il proprio peso, vi è ancora quello di tutta la mole che le sovrasta. Ciò stante, come dunque dicono eglino che l'acqua nell'acqua attualmente pesa? »

« Ma perchè con un simile effetto resti chiara la verità rispondano ora a me. Una secchia piena d' acqua, essendo nella bilancia, se dalla banda opposta ve ne sarà similmente un' altra, si tira su colla medesima forza, anzi minore, che fuori vuota. Come dunque ciò stante l' acqua nella bilancia attualmente pesa? E che attualmente dentro di essa pesi lo dichiarano il fondo e i fili che la sostengono, quando, non facendo al di lei peso resistenza bastante, sforzati finalmente si strappano. Che diremo di ciò? Non altro certo, se non che la secchia piena d' acqua pesi attualmente nella bilancia. Ma perchè l' altra opposta pesa attualmente ancor ella, e con quella contrappesando la sostenta, fa conseguentemente che, a tirarla su, alcuna resistenza non si senta. Ora, il medesimo a capello nel caso nostro succede.

Figura 86.

Imperocchè, posta la secchia piena dentro l'acqua, viene il di lei peso, insieme col peso della mole che le sovrasta, a contrappesarsi col peso di una mole opposta, che per di sotto la sostenta. Il che per chiarezza accenneremo con la seguente figura (86). »

« Sia AB superficie dell' acqua stagnante AC, dentro la quale intendasi il vaso S, la cui superficie inferiore DGE, con l' acqua sovrastante, costituisca la mole FGL. Pesando dunque FGL, e facendo forza allo in giù, sforzerà la mole perpendicolarmente sottoposta HGN, e questa non può cedere se non si riflette e spigne allo in su una mole, quale sia per es. NB. Ma il peso di questa fa resistenza ad esser mosso allo in su, alla forza dunque allo in giù del peso FGL s' oppone di sotto la forza del peso GHN, e perciò la mole HB, con la mole FN contrappesandosi, come appresso dimostreremo, la viene di sotto a sostentare. Onde non si può, a tirare su il vaso S, alcuna resistenza sentire, non altrimenti che nella bilancia succede. »

« E perchè chiaramente si vegga come, dal sostentamento dell' acqua contrappesantesi per di sotto, tal mancamento di resistenza provenga, pongasi di maniera il vaso S nell' acqua, che l' acqua GHN o altra non lo possa di sotto sostentare, perchè nel tirarlo in su si sentirà subito tutto il peso e dell' acqua che è nel vaso, e di quella ancora che perpendicolarmente gli sovrasta. L' esperienza può farsi facilmente così: Sia il fondo OC (fig. 87) del continente prolungato, verso la parte M, in un tubo cilindrico, e la superficie inferiore del vaso S rotondo sia tutta profondata dentro di esso, sicchè l' acqua stagnante AC non iscorra sotto S. E per levare ogni sospetto di paura di vuoto, come anco per altro, vi siano, di lato alla detta superficie inferiore, gli spiragli K, L, con le loro animelle, per potervi entrare liberamente l' aria esteriore. Dico che, tirando in su il vaso S, si sentirà il peso dell' acqua che è nel vaso, e di tutta la mole sovrastante. »

Figura 87.

« Intese bene le ragioni degli effetti predetti, si potranno facilmente in-

tendere quelle ancora di qual si voglia altri effetti simili che, contro l'attuale aggravamento delle parti fluide si sogliono o si potrebbero addurre, quali, non parendo necessario l'esaminarli qui ad uno ad uno, ci siam contentati di mostrarne la cagione universale, onde possa ciascuno ai dubbi particolari per sè medesimo sodisfare » (MSS. Cim., T. XXXIV, fol. 119-20).

Le repressioni per cui s'alleggerisce il peso della secchia, nell'esperienza illustrata dalla figura 86, promette il Viviani, com'abbiamo udito, di dimostrarle appresso, d'onde apparisce l'intenzion dell'Autore di proseguire, intorno all'argomento, il discorso. E così fece davvero, come si trova poco più avanti, svolgendo le pagine del manoscritto. Ma così fecondo, e di così grande importanza si presentò alla mente dello stesso Viviani il soggetto, che dell'equilibrio de' liquidi in sè medesimi, e con altri liquidi comunicanti, volle di proposito trattarne in vari scritti, ora lasciati per qualche tempo interrotti, ora ripresi, i quali, essendo stati da noi qua e là per le disperse carte raccolti, si pubblicheranno in altre occasioni. Intanto è da veder come concorresse il Borelli a ravviar l'Idrostatica sulla medesima rettitudine de' sentieri.

Il capitolo terzo *De motionibus naturalibus,* come general soggetto, da trattarsi in quelle XXIV proposizioni ch'ei comprende, porta scritto questo titolo in fronte: *Quodlibet corpus fluidum eorum quae innituntur superficiei Telluris grave est, exercetque vim suae gravitatis etiam dum in proprio loco, et in ipsomet fluido universali sui generis consistit ac quiescit* (pag. 33). Incomincia l'Autore a far osservare che l'annunziata verità si conclude dall'ipotesi, e s'argomenta certissimamente dai processi, tenuti da Archimede in dimostrare le sue proposizioni. E nonostante, soggiunge, vollero ciò negare, e tutt'altrimenti sentirono i Peripatetici, « qui censent non semper verum esse quod partes superiores corporis gravis comprimant, et vim inferant inferioribus et contiguis, nisi infimae partes leves sint absolute vel respective. Unde concedunt terram ex. gr. super aquam aut super aerem positam vim et operationem gravitatis et compressionis exercere, non itidem aquam super ipsam terram collocatam, nec aerem aquae incumbentem. Immo nec aerem supra aerem constitutum nec aquam supra aquam positam » (ibid., pag. 33, 34).

I primi e principali argomenti, usati dal Borelli per confutare i Peripatetici, eccettuata l'esperienza della bolla di vetro, descritta già nell'epistola del Cornelio, e ripetuta qui nella XV proposizione; consistono nel dimostrar la verità dell'ipotesi d'Archimede, e di tutte le conseguenze di lei. Rivolgiamo indietro lo sguardo sopra la nostra figura 78, che può servire a illustrar la V proposizione *De insidentibus humido.* Se l'umido ALO, dice l'Autore, è in equilibrio con l'umido OLB, sopraggiuntovi l'umido EO da una parte, e l'umido OF dall'altra; le due superficie AO, OB saranno ugualmente premute. Ond'è manifesto che Archimede, al contrario dei Peripatetici, suppone che l'umido nell'umido pesi. Per confermare la verità della quale supposizione, giacchè le due predette superficie AO, OB si riguardano come il fondo solido di un vaso, il Borelli dimostra, nelle proposizioni XIII e XIV, che

un tal fondo è veramente premuto, come, lasciati tutti gli altri discorsi, lo attestano i fatti, vedendosi l'acqua « ad ingentem altitudinem elevata, nedum solum ac fundum vasis inflectit, sed ipsum multoties diffringit » (ibid., pag. 41).

Così disposte le cose, passa Archimede a dimostrare che il solido più leggero, immerso per la sua parte C, è in equilibrio, perchè la mole H dell'umido, uguale alla mole solida immersa, pesa quanto il solido intero. Se dunque tutti i Fisici e i Matematici del mondo hanno ripetuto e ripetono queste dimostrazioni, essendo H nell'umido, tutti i Fisici e i Matematici del mondo con Archimede convengono che l'umido dentro l'umido pesi, perchè altrimenti, dice il Borelli, s'incorrerebbe nell'assurdo che il nulla facesse equilibrio a una gravezza assoluta. Di più si riducevano i Peripatetici, col loro assunto, nell'impossibilità di spiegare come un solido pesi meno nell'acqua che nell'aria. Con la dottrina di Archimede si spiega il fatto, dicendo che l'acqua collaterale spinge in su l'acqua a esso solido sottoposta: ragione che non varrebbe, quando fosse vero che l'acqua nell'acqua non esercita il momento della sua gravità naturale. (ivi, pag. 44, conferito con quel che leggesi a pag. 168).

Bastino questi accenni, a potere estimar giustamente l'efficacia degli argomenti del Borelli: efficacia, che principalmente consiste nel dimostrar come l'ipotesi peripatetica rovescia tutta l'Idrostatica da' suoi fondamenti. E perchè quella ipotesi fu ricevuta pure da Galileo, si direbbe che il capitolo III *De motionibus naturalibus* fu scritto dal Discepolo apposta, per confutare una delle più perniciose dottrine del suo maestro. Così è di fatto. Risovvengaci di aver letto, nel Discorso famoso intorno alle galleggianti, esser falsissimo che l'acqua possa accrescere peso alle cose in essa collocate, *perchè l'acqua nell'acqua non ha gravità veruna, poichè ella non vi discende.* Contro questa ragione di Galileo è manifestamente scritta dal Borelli la proposizione XXII: *Corpora, in bilance aequilibrata, ideo quiescunt et torpent, quia gravitatem exercent, comprimunturque aequalibus viribus ab ambientibus corporibus pariter aequilibratis* (ibid. pag. 55). Dimostrata la quale, immediatamente si soggiunge: » Eodem fere modo in aqua idem aequilibrium effici manifestum est, proindeque partes ipsius aquae partim superne comprimi a superstantibus aquae partibus, partim vero inferne sursum expelli, non propria vi, sed pondere collateralis aquae, quae cum illa libram imaginariam, vel siphonem constituit » (ibid., pag. 57).

Benchè dunque la vera intenzion del Borelli sia facile penetrarla, non è però ch'ei ne faccia il minimo segno. Anzi colà, dove nella proposizione CC gli sarebbe occorso di correggere l'errore di Galileo, il quale co' Peripatetici teneva non pesar l'aria costituita sopra l'acqua; par che lo voglia scusare, dicendo che il peso dell'aria stessa, scesa nella fossetta scavatasi dall'assicella d'ebano galleggiante, è di così lieve momento, da potersi anche trascurare. « Ex hydrostaticis, moles aquae aequalis spatio AOSB (fig. 69 del capitolo prec.) aeque ponderat ac lamina IS, una cum aere BI, qui, ob insensibilem eius gravitatem, negligi potest » (ibid., pag. 414).

Si diceva che pare voglia il Borelli scusare il suo Maestro, benchè in effetto non sia così, perchè Galileo non trascurò il peso dell'aria nella fossetta come insensibile, ma come nullo affatto. Sopra le denudate spalle dell'esoso Cartesio sfoga piuttosto il Borelli l'ira della sua sferza (propos. XXXVI, pag. 73), giacchè è un destino che i due orgogliosi competitori del nuovo principato della scienza, mentre facevano aspro duello insieme, per l'acquisto di una verità, o per il merito di una scoperta, cadessero poi bene spesso, pacificamente umiliati, nella medesima fossa. Il Cartesio, inspiratosi forse a quel che il microscopio gli rivelava nel formaggio e nell'aceto, immaginò che le molecole componenti l'acqua rappresentassero la figura e la lubricità delle anguille, per cui non fossero nè gravi nè leggere in sè stesse, come quelle che continuamente si movono per tutti i versi: conclusione, alla quale Galileo era invece venuto dal considerare quelle stesse molecole costituite in una assoluta impossibilità di scendere e di salire.

Che se tali riguardi di non offendere la reputazione del proprio maestro ebbe il Borelli, si può credere che non gli dovesse rimanere inferiore il Viviani, il quale tanto riconoscendo importante dimostrare che il fluido nel proprio fluido attualmente gravita, perchè da una tale verità dipende gran parte della Filosofia naturale; veniva a confessare che Galileo aveva sopra falsi fondamenti, in gran parte, fondate le sue istituzioni. Eppure non trasparisce un motto, nelle sue varie scritture d'Idrostatica, ch'ei l'abbia distese con l'intenzione di raddirizzare alla scienza i sentieri, e di liberarla da quelle angustie, nelle quali l'aveva costretta il suo venerato Autore del Discorso intorno alle cose che si muovono, o che stanno nell'acqua.

Alcuni loderanno forse questi atti del Viviani e del Borelli, molto simili a quelli di un figlio, che ricopre di un velo pietosamente le vergogne del padre. Ma altri, ripensando che sotto quel velo si nascondeva un agguato, a cui potevano rimaner facilmente presi i giovani studiosi; giudicarono meglio di avvertirne, con più ragionevole pietà, gl'incauti, di che il primo libero esempio venne dato dalla cattedra stessa, dalla quale, più di un mezzo secolo avanti, erasi lavorato l'insidioso artificio di quegli agguati. Stefano Degli Angeli, leggendo nello studio di Padova il celebre discorso idrostatico di Galileo, aveva fatto notare ai suoi uditori che certi principii ivi professati non erano veri, e giunto a quella general proposizione, nella quale l'Autore conclude: *Adunque la gravità del solido IS* (nella nostra figura 69, intercalata nel capitolo avanti, e che corrisponde allo schema di Galileo) *è uguale alla gravità di una mole d'acqua, eguale alla mole AS; ma la gravità del solido IS è la medesima che la gravità del solido AS, composto del solido IS e dell'aria ABCI; adunque tanto pesa tutto il solido composto AOSB, quanto pesa l'acqua, che si conterrebbe nel luogo di esso composto AOSB* (Alb. XII, 63); diceva liberamente l'Angeli che in questo ragionamento si contiene una aperta fallacia, perchè anche l'aria ABCI è pesa, nè il peso di lei può trascurarsi in un teorema, che si dimostra dall'Autore con metodo matematico, e che si vuol da lui esaltare alla dignità della Geo-

metria. Essendo poi questa, come s' è detto, proposizion generale, tutte le altre che ne dipendono son dal medesimo vizio contaminate.

L' insegnamento orale, riconosciuta l' importanza dell' argomento, volle poi l' Angeli ridurre in scritto, in que' dialoghi, che pubblicò *Della gravità dell' aria e fluidi esercitata principalmente nelli loro omogenei,* dove si sottopongono al giudizio imparziale dei dotti le fallacie peripatetiche del Discorso intorno alle galleggianti. Ond' essendo questo un coraggioso esempio di filosofica libertà, per non essere men pericoloso allora, come ora, scrivere contro Galileo, di quel che fosse pericoloso a Galileo stesso scrivere contro Aristotile; recheremo nella sua integrità dal Dialogo I l' interlocuzione che esso Angeli, sotto il nome di Matematico di Padova, finge di aver avuto, in tal proposito, con un certo Ofredi.

« OFREDI. — Il Galileo è d' opinione, in quel suo ammirabile trattato delli galleggianti, che l' aria nell' acqua non graviti in conto alcuno. Onde, se V. S. dice di sì, contraria certo alla sua dottrina. »

« MATEMATICO. — Io stimo che l' aria pesi nell' acqua, perchè io la tengo per corpo grave, come pure è reputata dal Galileo medesimo; ond' essendo tale, deve gravitar da per tutto. Ma il Galileo porta ragione o esperienza alcuna che l' aria nell' acqua non graviti ? »

« OFREDI. — No signore. Solo lo suppone, come cosa nota e trivialissima, a carte 42, ove ricerca che grossezza può avere una laminetta, di qual si sia materia, più grave in specie dell' acqua, acciocchè, collocata leggermente sopr' essa, non s' immerga. Dice che la laminetta IS, nel suo schema, entra nell' acqua, che se gli alza sopra, facendo li arginetti BC, AI, li quali contengono una fossarella piena di aria, della quale e della laminetta si fa un prisma AS. Ora dice che quest' aggregato, il quale ha tanto momento, quant' è quello d' una mole d' acqua ad esso uguale; ha tanta gravità, quanta è quella della sola laminetta IS, *avvenga che,* dice egli, *la mole dell' aria AC non cresca o diminuisca la gravità della mole IS.* Il medesimo da esso viene assunto come cosa nota, nella proposizione generale, che segue a carte 43. Onde, se questi supposti non sono veri, anco le dette proposizioni saranno manchevoli. »

« MATEMATICO. — Certo che essendo così, come realmente è, e questa ed altre sue proposizioni, nelle quali suppone questa cosa, saranno difettose in rigor geometrico, poichè in realtà AS è un aggregato di due corpi gravi, e così l' acqua, eguale al prisma AS, deve pesare quanto pesano tutte due assieme. Nè il modo di ritrovare l' altezza delli arginetti BC, AI, sarà totalmente quello, che insegna il Galileo. »

« OFREDI. — *Quod parum distat nihil distare videtur, e, parum pro nihilo reputatur.* Onde, anco quando vi sia qualche varietà, questa sarà tanto poca, che nulla più. Poichè, quanto può pesare un pochino d' aria, quant' è il prisma AC ? »

« MATEMATICO. — Pochissimo certo. Nulladimeno, signor Ofredi, potrà essere che in pratica s' esperimentasse che la Natura non sprezzasse questo

poco peso, e che l'aria AC in fatti gravitasse, e il modo è questo. Si prenda la laminetta SI di materia, la quale nou si possa inzuppare, come sarebbe argento, oro, ecc., e sia la massima, sicchè, niente più grossa, si profondasse, e si collochi nell'acqua. È manifesto che, se l'aria non aggiunge peso, come dice il Galileo, anco quando s' alterasse, facendosi più densa o più rara, non per questo la laminetta farebbe mutazione alcuna, quanto al discendere. Ma se l'aria AC in fatti gravita, ogni volta che, con qualche artificio, si farà più densa, ed in conseguenza più grave; la laminetta SI subito discenderà, perchè allora AS sarà più grave in specie di altrettant' acqua. Ma checchè succeda di questa esperienza, io giudico che assolutamente non solo l'acqua, ma anco l'aria graviti nella medesima acqua. » (Padova, 1671, pag. 20, 21).

Avrebbe fatto meglio l'Angeli a descrivere con accuratezza l'esperienza, e dimostrare che così il fatto succede, com' egli affermava, tanto più che facile glie ne porgevano allora il modo il Tubo torricelliano, e la Macchina pneumatica. Ma che avrebbe detto egli, che ne avrebbero detto i Lettori, se il Bonaventuri fosse venuto 47 anni prima a mettere a loro sott' occhio la lettera a Tolomeo Nozzolini, nella quale Galileo descrive e mostra di aver fatto, rarefacendo l'aria al calore, la delicatissima esperienza, per dimostrar con visibile effetto come l'aria stessa contenuta nella fossetta ha tal sensibile gravità, che, col crescerne o col diminuirne il momento, conferisce efficacemente al sommergersi di più o al respirare dell' assicella? Avrebbero detto tutti costoro che Galileo aveva riconosciuto il suo errore, e che voleva emendarlo, indotti in questa opinione dal vedere essersi egli già ritrattato rispetto a quel che aveva pronunziato della virtù calamitica dell' aria in ritirare in su, dentro il bicchiere inverso, la pallina galleggiante di cera. Or chi potrebbe avere il minimo dubbio intorno alla verità di un tal giudizio, essendo le cose descritte nella lettera al Nozzolini di tanto chiara espressione?

Così, come tutti giudicherebbero, fu giudicato a principio anche da noi, che credemmo fosse avvenuta la conversione dall' essersi, mentr' era sotto i torchi la prima edizione del Discorso intorno alle galleggianti, diffusa la notizia dell' Idrostatica steviniana, l'esperienza descritta nella quale, che cioè tanto pesa un vaso pien d' acqua, quanto essendo quasi vuoto, per averne occupato il luogo un solido fisso a un muro; aveva fatto a Galileo, in rispondere a' suoi contradittori, un sì bel gioco.

Rimaneva nonostante il fatto di tanta curiosità, che per sodisfarla si sarebbe desiderata una dichiarazione espressa di questa repentina mutazione d' idee. Ma perchè dalla lettera al Nozzolini non s' aveva speranza di ricavarla, si pensò di ricorrere ad altri documenti, e fra questi a quelli particolarmente riguardanti l'Accademico incognito, di rispondere al quale, piuttosto che allo stesso Nozzolini, tanto si vede premere a Galileo. Di qui si venne naturalmente per noi a ricercar quel libretto, stampato in Pisa nel 1612, col titolo di *Considerazioni sopra il discorso del signor Galileo Galilei intorno alle cose che stanno in su l'acqua, o che in quella si muovono,*

fatte, a difesa e dichiarazione dell' opinione d' Aristotile, da Accademico incognito, e ci fu gran ventura il ritrovarlo in quell' esemplare, che Galileo stesso postillò di sua propria mano. Dall' esame delle quali postille, e del testo, ce ne resultò la piena intelligenza della lettera al Nozzolini, e una conclusione inaspettata, ma la più certa che si potesse desiderare, ed è che, nonostante l' esperienza dimostrativa di tutto il contrario, Galileo persistè nel credere co' Peripatetici che l' aria sopra l' acqua non pesi. La cosa ha tanto dello strano, che non sarebbe facile il crederla, se non ne adducessimo i documenti.

A pag. 14 l' Accademico incognito dice: « . . . . . pongo leggermente con l' altra mano la piastra di piombo dentro gli arginetti dell' acqua sopra la tavoletta d' ebano, senza però toccare nè questa nè quelli, e tosto sospinta l' aria quivi rinchiusa, questa fuggendo se ne ritira nel suo elemento, et abbandona la tavoletta, la quale nondimeno, restando salva sopra l' acqua, già la figura tutta galleggiando, grida vittoria vittoria. » E Galileo in margine scrive tale postilla: « Opera l' istesso quella pochissima aria, che se fosse tutto pieno e non vi fusse la falda. E mirabile esempio et esperienza sarà il pigliare una bigoncia, ed accomodarvi dentro un maschio affisso poi fora in qualche luogo stabile, sicchè tal maschio resti 4 dita lontano dal fondo, e mezzo dito dalla sponda della bigoncia. Perchè, infusovi poi quattro o sei fiaschi d' acqua, non si potrà alzare quelle quattro dita, e peserà come se tutto fosse pieno d' acqua. Vedi più distintamente nel principio al segno . . . . »

Il segno richiama a un discorso, esplicativo di ciò che qui semplicemente s' accenna, scritto nelle prime due carte bianche, che sono al libro di guardia, perchè l' angusto margine a tanto non bastava. E perchè altrimenti non sarebbe facile comprendere la virtù del nostro argomento, crediamo di dover dall' autografo trascrivere fedelmente, così com' ora faremo, il detto discorso di Galileo: « Sia un solido di piombo, o altra materia gravissima AB (fig. 88), fermato in A, in guisa che non discenda, ed intendasi un vaso CDE, capace della mole di esso solido, e di un poco più, il qual vaso, collocato prima più basso della base B del solido, empiasi d' acqua, e poi lentamente si elevi contro al solido, sicchè quello entrandovi faccia traboccar l' acqua, ed uscire dal vaso. Dico che chi sosterrà il vaso, benchè per l' ingresso del solido sia partita quasi tutta l' acqua, e benchè il solido sia fisso e sostenuto in A, sentirà gravarsi dall' istesso peso appunto, che quando sosteneva il vaso pieno d' acqua. Il che si farà manifesto se considereremo come la virtù sostenente il solido posta in A, mentre tal solido era fuori di acqua, sentiva maggior peso, che dopo che il solido è venuto immerso nell' acqua. Il qual peso, non potendo essere andato in niente, è forza che si appoggi sopra quella virtù, che ha sollevato il vaso. Considerando poi quanto si sia scemata di fatica alla virtù, che prima sosteneva il solido in aria, avanti che fosse locato in acqua, facilmente intenderemo tanto essere scemata la fatica della virtù in A, quanto

Figura 88.

l'acqua ha scemato la gravità del solido AB. Ma già sappiamo che un solido più grave dell'acqua pesa in quella tanto meno, che nell'aria, quant' e il peso in aria d'una mole d'acqua, uguale alla mole del solido sommersa; adunque il solido AB grava sopra la virtù sostenente il vaso CDE tanto, quant'è il peso di tant'acqua, quant'è la mole del solido demersa. Ma alla mole del solido demersa è di mano in mano uguale l'acqua, che si spande fuor del vaso; adunque, per tale effusione di acqua, non si scema punto il peso, che grava sopra la virtù, che sostiene il vaso. Et è manifesto che il solido AB, sebbene scaccia l'acqua del vaso, nientedimeno, con l'occuparvi il luogo dell'acqua scacciata, vi conserva tanto di gravità, quanta appunto è quella dell'acqua scacciata. Però, signor Accademico, il solido di piombo, che voi collocate nella cavità degli arginetti, scaccia ben l'aria che vi trova, ma egli stesso conferisce a quel vaso tanto appunto dei proprii momenti, quant'era il momento dell'aria discacciata. Bisogna, se voi volete vedere ciò che operi e non operi l'aria accoppiata con un solido, porvela prima, e poi rimoverla, ma senza suggerire in suo luogo altro corpo, che possa fare l'effetto stesso, che ella faceva prima, ed un modo assai spedito e sensato sarà questo:

« Facciasi un vaso di vetro, simile all'ABE (fig. 89), di qualsivoglia grandezza, il quale abbia in A un foro assai angusto, nel fondo del quale, o dentro o fuori, pongasi piombo, tanto che, messo tal vaso nell'acqua, sendo il resto pieno di aria, si riduca all'equilibrio, ovvero che appena discenda al fondo. Pongasi poi sopra il foco, sicchè l'aria contenuta in esso sia scacciata o in tutto o in gran parte dalle sottilissime parti ignee che, passando per la sostanza del vetro, vi entreranno dentro. Et avanti che il vaso si remova dal foco, serrisi esquisitamente il foro A, sicchè l'aria non vi possi rientrare. Levisi poi dal foco e lascisi stare, sinchè si freddi, e tornisi poi a metter nell'acqua, e vedrassi galleggiare, per essergli stata remossa o tutta o gran parte dell'aria, che prima lo riempiva, senza che in luogo di quella sia succeduto altro corpo, siccome per esperienza si vedrà aprendo il foro A, per il quale con grand'impeto si sentirà entrar l'aria a riempire il vaso, che di nuovo posto nell'acqua come prima andrà al fondo. Ma se il vaso ABE fosse tutto aperto di sopra, et aggiustato col piombo, sicchè galleggiasse bene, ma fosse ridotto vicinissimo al sommergersi; se alcuno scaccerà l'aria, col porvi dentro un solido poco minor del suo vano, sostenendo però tal solido con la mano, non aspetti di veder respirare il vaso, nè punto sollevarsi sopra il livello dell'acqua, come nell'altra esperienza accadeva, perchè il solido postovi scaccia ben, ma vi rimette altrettanto del suo momento » (MSS. Gal., P. II, T. XV, a tergo del fol. 3 e fol. 4).

Figura 89.

Queste considerazioni poi s'inserirono nella lettera al Nozzolini, ripulite nella forma, e quasi ringentilitavi l'esperienza, col trasformare il vaso ABE in una caraffella di assai lungo collo, a somiglianza di quelle, che s'usavano per il Termometro, e così, dando luogo all'invenzione di un nuovo strumento,

da misurare il peso dell' aria in mezzo all' acqua. Che siano poi le cose descritte non un esercizio rettorico, ma la relazione esatta di un fatto sperimentato, s' argomenta da alcuni particolari, come dal voler che si tenga conto del peso della cera, servita per turare la bocca alla caraffa, affinchè, scacciata una volta dal foco, non abbia di fuori a sottentrarvi altr' aria.

Inoltre, che sia la fatta esperienza, come si diceva, delicatissima, potrà giudicarsi da chiunque vada ripensando agli applausi, con i quali fu accolta una simile esperienza, descritta nel suo libro *De compositione et resolutione mathematica* dal Rinaldini (Bononiae 1655, pag. 179), il quale, trasformando la caraffella galileiana nel tubo torricelliano, veniva con più facile modo e squisito a espellere quell' aria che, non gravando più come dianzi nello strumento, era causa dell' alleggerirsi di lui, e del sollevare il collo più sopra l' acqua. Ond' ei parrebbe che, come del Rinaldini, così di Galileo fosse l' intenzione quella di dimostrar che l' aria, anche nell' acqua, è pesa, e perciò concluderne qui, diversamente da quel che aveva fatto nel Discorso intorno alle galleggianti, dover l' acqua, che riempirebbe lo spazio ABSO nel solito schema, pesar quanto l' assicella, non però sola, ma con tutta l' aria contenuta nella fossetta.

Il vaso poi, disegnato nella figura 89, inteso tutto aperto di sopra, e avente per fondo l' assicella di piombo FG, a cui aderisse con l' orlo inferiore; pareva fosse immaginato apposta per rendere più comoda, e d' uso più generale, l' esperienza, sostituendo la stabilità delle solide pareti BC, DE ai fragili arginetti, non sostenuti che dal visco dell' acqua. E dall' altra parte, dicendosi così chiaramente che il solido di piombo, collocato nella cavità degli arginetti, come il maschio nella bigoncia, *scaccia ben l' aria che vi trova, ma egli stesso conferisce a quel vaso tanto appunto dei propri momenti, quant' era il momento dell' aria discacciata;* non parrebbe da mettere in dubbio se l' aria, in mezzo agli arginetti, abbia momento di gravità, e perciò se ella aggravi col suo peso la sottoposta assicella. Eppure Galileo, colla stessa ferma mano, con la quale aveva scritte queste parole, passava immediatamente a scriver quest' altre in una postilla, dove l' Accademico, a pag. 11, dice che, se l' assicella diventa uno stesso corpo coll' aria, si potrà rendere così leggera, da formarsi all' intorno non argini, ma montagne di acqua: « Diventa un istesso corpo con la tavoletta tutta l' aria; e quando di tal corpo se n' è sommerso tanto, che tant' acqua pesi quanto tutto, non va più giù. e così accade, ma nota che tutta l' aria in sè stessa, e sopra l' acqua, non pesa nulla. Ma ben quella poca che è sommersa viene estrusa in su, et in certo modo leggera nell' acqua. Nè si maravigli alcuno che tutta l' aria non pesi niente, perchè il simile è dell' acqua. »

III.

Peripatetico dunque rimastosi nell' Idrostatica Galileo, e de' vizii peripatetici contaminatone l' autorevole suo insegnamento, si narrò come i Discepoli aprissero finalmente gli occhi a riconoscere il vero. Par dalla Storia che si svegliassero troppo tardi, se si bada solamente agli atti esteriori, ma penetrando nel segreto di quella Scuola, vi troviamo seder nuovo maestro il Torricelli a restaurare la scienza, non dalla cattedra, o spiegatamente co' libri, ma ne' privati colloqui con gli amici. L' eletta schiera solitaria si compone del Magiotti, del Ricci, del Cornelio e del Nardi, il quale ultimo sarebbe forse il più benemerito di tutti, se ne fossero diffusi quegli scritti, nei quali ei censurava le dottrine di Galileo con libertà di giudizio, ne correggeva le fallacie con senno, e diceva imparzialmente il pro e il contro nella gran questione, che, intorno al galleggiare le falde dei corpi più gravi in specie dell' acqua, ebbe con gli Aristotelici il suo proprio Maestro. Crediamo perciò non sia per dispiacere ai Lettori il vedersi messe sott' occhio queste poche pagine, che trascriviamo dalle *Scene Accademiche.*

« Pare che l' acqua e l' aria appena forza abbiano di tenere insieme avvinte le loro particelle, onde, non che premere gli altri corpi, non possano nemmeno resistere a qualsivoglia grave, che divider le voglia. Così crede il Galilei, ma il contrario credesi nel Liceo, dove, d' una lamina di piombo che nell' acqua galleggi, altra ragione non rendesi, che la difficoltà quale essa lamina, mercè della figura, trova nel divider l' acqua. Primieramente, quando che tale sia dell' acqua la natura, quale dell' umido separato da ogni natural liquore essere determina Archimede, è necessario che, se poniamo occuparsi dall' aere, fra gli argini rinchiuso dell' acqua, lo spazio, che la distesa lamina e quasi sepolta nell' acqua cagiona; è necessario dico che, quando altrettanto spazio insieme con l' occupato dalla lamina occupato venga dall' acqua, tanto ancor pesi questa, quanto la lamina e l' aria insieme. »

« Ciò nondimeno, diranno i Peripatetici, non è render la ragione, onde avvenga che la lamina non si sommerga affatto, essendo per natura il piombo più grave dell' acqua. Di nuovo, pertanto, cercheranno perchè, in tale stato sè medesima rattenendo, formi quell' argine, e lo formi ancora, mentre che, posta nell' acqua la lamina, muovesi allo in giù. Ancora cercheranno perchè, se umida sia della lama la superficie, vi scorra sopra l' acqua così, che nullo argine fabbricar si possa. Lo stesso scorgesi quasi, se pulita squisitamente sia la superficie del metallo. Pare ancora che, se l' acqua, mediante il freddo, rarefatta rigonfi, molto maggiormente e più facilmente faccia la stessa fossa. E finalmente, se l' acqua nel pavimento versiamo, osservasi la stessa fossetta ivi fare, poichè l' umore nella polvere sdrucciolare non pote. Quindi conchiu-

deranno gli avversari che, non al solo peso, nè alla sola astrazione ricorrer basti, mentre che molte altre cose possono avere in natura luogo. »

« Veramente dubbio alcuno non pare che l'acqua alla materia del piombo si attacchi, e quindi, quasi in base fermandosi, acquisti vigore di sè stessa rattenere e di contrastare all'altra che, premuta dalla lamina viene incalzandola, sicchè, aggiungendosi la natural delle sue parti tenacità, non trascorre verso il centro, a cui, senza tal patrocinio, obbedir convenivale. Resta dunque sospesa la lamina, perchè la forza che preme l'acqua riflettesi in sè medesima. Ma perchè, in sì piccole cose, facilmente celansi le misure a capello, nè puote il senso nostro arrivarle precisamente, quindi è che, della lamina e dell'umore parerà, per detto degli avversari, che tanta mole si formi, quanto, per adattarla alle conseguenze da Archimede cavate, basti, il quale, di più, parlare delle cose sommerse affatto nell'umido, e non delle poste sopra di esso diranno, e così tal caso essersi tralasciato. »

« Pongasi frattanto che, se un solido preme l'acqua, la prema secondo la linea della profondità. Onde, se lo stesso solido in figura distesa riducasi, molto meno premer potrebbe, quando prima tocchi l'acqua giacente che drizzato, poichè nel primo caso maggior quantità resistente d'acqua circonda la base e superficie del solido postavi, che nel secondo. Ed essendo noto che la superficie del solido giacente abbia all'umida che lo bagna la stessa ragione, che a quella ha la superficie uguale di un solido drizzatovi; ne segue che, se il drizzatovi si sommerga affatto nell'acqua (che si sommerga finalmente è necessario, quando più grave sia dell'umido, e s'allunghi sempre assottigliandosi) confessar fia bisogno che in tal posizione, più che nell'altra, abbia l'acqua forzato. Poichè dunque per lo lungo la lamina più premeva l'acqua, che non comportava dell'umide particelle il visco, quindi si sommerse. »

« Veramente dell'acqua la resistenza alla divisione svanisce nei momenti grandi, benchè per più vie rintracciarsi diranno i Peripatetici. E così per esempio i tondi e minimi sassolini a fatica e tortamente per l'acqua scendono, benchè i grandi e di molt'ampia figura presto e a dirittura scendanvi. E sebbene con maggior ragione scemano i solidi, che le superficie loro, crederassi nondimeno poter chiuder la strada a chiunque in tal proposito ricovrar si volesse, col prender qualche lamina di materia men grave assai dei sassi: eppure scenderà, quando dell'acqua più grave sia, veloce, in comparazione dei rotondi atomi, ancorchè di metallo questi siano. La stess'acqua versata in un bicchier di vino, benchè più grave ella sia, non può colle sue particelle il più basso luogo occupare, se non fosse con lunghissimo tempo. Dunque non la sola figura delle cose similmente gravi cagione sarà del più o men presto scendere nello stesso mezzo, ma ancora la grandezza concorrer deveci, perchè con la mole cresce sovente o scema il momento in maggior ragione, che nell'acqua la resistenza al dividersi. »

« Di nuovo la stessa facoltà, diranno i Peripatetici, è quella, che vieta la semplice divisione, e che più facile o difficile la rende. Ma noi, riguardando agli effetti, stimiamo falsamente che allora nell'acqua stata non sia

resistenza, quando divisa miriamola. E se poi il ferro più che il piombo si attacchi all' acqua, non andranno col medesimo passo le ragioni del peso e della sommersione di questi due metalli. Lo stesso proporzionalmente nelle figure occorre, nella pulitezza o asprezza, nella qualità dell' acqua, e nella disposizione secondo diversi tempi e luoghi. »

« Archimede separa dagli umidi naturali ogni tenacità in quella maniera che dalle lance tolse le braccia naturali, e le linee sostituì. Seppe ancora da un corpo una superficie distinguere, di cui trovar volle il luogo dove i suoi momenti concorrono. Ma non è tanto al Filosofo naturale concesso, il quale, comecchè verissime essere ad Archimede conceda le sue conclusioni (poichè chi solamente astrae non suppone il falso) va ancora in conseguenza che egli dalla materia cavolle, che altre nondimeno rimescolatamente lasciò nella stessa materia, da considerare e distinguersi dal Fisico. »

« Si maravigliano parimente i Peripatetici del Galilei che, avendo ogni viscosità tolta all' acqua, conceda poi all' aere forza di reggere e sollevare per l' acqua di grandissimi corpi, il che fare senza molta tenacità di parti egli non potrebbe. Ma chi non sa che molto meno tenace è l' aere che l' acqua o altri umori? Chi non sa ancora che negli umori non vanno del pari la gravità e la tenacità loro? Domanderanno di più che cosa ritenga l' acqua dallo scorrere sopra la lamina. Che ella stessa regga non è possibile, secondo i principii del Galilei, perchè tenacità averebbe. E se tenacità, ne segue che sorreggerassi, sia pur qualsivoglia, ancorchè gravissima materia, posta sull' acqua, poichè, se la sua mole e figura in infinito s' estenda e s' assottigli, bisognerà alla fine che all' uguagliarsi riducasi il momento suo e la tenacità dell' acqua, e ciò l' esperienza approvar dirassi. Che se poi dica il Galilei l' aria impedir l' acqua, che non riempia la fossetta, altri anco dirà che le stille dell' acqua, quali nelle fronde sospese vedonsi, non da sè stesse sospese, ma dall' aria si tengono, il che poi non so come approvare si possa, nè lo stesso Galilei approvalo, anzi che negli ultimi Dialoghi resta perciò anch' ei sospeso. Parimente, se le posizioni, che dell' umido prende Archimede, si debbano nella comunal acqua universalmente ricevere, per qual cagione avviene poi che in un bicchiere ella si rigonfi intorno agli orli? Ciò far non doverebbe, anzi, non essendo egualmente le sue particelle premute, trascorrer dovrebbe. »

« Per ultimo, diranno contro il Galilei i seguaci d' altro parere, essere una mal fondata o almeno difficile a capirsi distinzione quella di che egli servesi fra il resistere alla semplice, e il resistere alla facile o difficile divisione. Perchè l' acqua, così, le condizioni del vano otterrebbe, mentre al semplice dividersi nulla resistenza avesse, ed inoltre premuta e penetrata sarebbe dall' aere, che grave stimasi dal Galilei, e grave anch' io credolo. Ma forse che insensibilmente da quello penetrata viene, onde di continuo in minime parti risolvesi. »

« Brevemente e benignamente dicasi per il Galilei, e per i capi principali della dottrina, ch' ei professa, come falsa è la cagione addotta del non

discender per l' acqua corpi di essa più gravi a cagione della sola figura, poichè l' istessa figura nulla impedisce ai corpi più lievi dell' acqua il salire per essa, ed a tale esperienza cosa contraria addursi non può di rilievo. È ben vero che per ragion remota e parziale, il che s' insinua nel sesto, ricever si può l' apportata da Aristotile. Nè il Galilei toglie all' acqua ogni tenacità delle parti sue, ma bene avverrà che tal tenacità sia superata da ogni solido almeno sensibile, il quale, posto nell' acqua, sia di essa più grave. L' acqua poi si propone come pura o non alterata. E di più si considera separata dalle sue particolari convenienze o disconvenienze con altri particolari corpi, il che è un considerarla come umida solamente, e non come naturale e concreta. Nello stesso modo una natural bilancia devesi solamente come bilancia considerare dal Meccanico razionale. Altrimenti avverrà che se di ferro ella fosse, ma il sostegno e le circostanze fossero magnetiche, si reputerà falso quello, che gli Scientifici di quella dimostrano. »

« Concludendo dunque diciamo che possono i naturali avvenimenti scostarsi alquanto dall' indivisibile delle astratte verità, per ragione delle circostanze. Ma tolte queste, rimangono quelli nell' assoluta necessità loro. » (MSS. Gal. Disc., T. XX, pag. 873-80).

Così, tutte le questioni riguardanti il trattato idrostatico di Galileo venivano risolute in quel suo stile laconico dal Nardi, ora benigno paciere, ora arguto censore. E, prendendo più volentieri a fare quell' ufficio che questo, procede nelle censure indirettamente per via dei contrapposti: facendole cioè risultare da una sentenza che, riscontrandola, si troverebbe tutt' affatto contraria alla pronunziata da Galileo, com' è questa: *dico che, quando altrettanto spazio, insieme con l' occupato dalla lamina, occupato venga dall' acqua; tanto ancora pesa questa, quanto la lamina e l' aria insieme.* Galileo attribuiva la causa del galleggiare la lamina e la pallina di cera nel bicchiere inverso all' attrazione dell' aria, e il Nardi corregge destramente una tale fallacia, insinuando il vero in quell' altra sentenza: *Resta dunque sospesa la lamina, perchè la forza che preme l' acqua riflettesi in sè medesima.* Ma contro il principio delle velocità virtuali, a che tutta s' informa l' Idrostatica galileiana, insorgeva il Nardi stesso più a viso aperto.

Figura 90.

« Male, egli dice, si persuadono i Meccanici comunemente compensarsi in una bilancia di disuguali braccia la velocità del moto con la grandezza del momento, onde cercano di render ragione perchè questi pesi disuguali, da distanze reciprocamente disuguali, pesino ugualmente. Ma ciò non è in vero cagione dell' equilibrio, perchè, così discorrendo, s' adduce di un effetto in atto una cagione in potenza. Il Galilei, nel libro delle Galleggianti, dice così: *Sia continuata al vaso larghissimo EDF* (fig. 90) *l' angustissima canna CAB, ed intendasi in essi infusa l' acqua sino al livello LGH, la quale in questo stato si quieterà, non senza maraviglia di alcuno, che*

non capirà così subito come esser possa che il grave carico della gran mole dell' acqua GD, premendo abbasso, non sollevi e scacci la piccola quantità dell' altra contenuta dentro alla canna CL, dalla quale gli vien contesa e impedita la scesa. Ma tal maraviglia cesserà se noi cominceremo a fingere l'acqua GD essersi abbassata solamente sino a Q, e considereremo poi ciò che averà fatto l'acqua CL, la quale, per dare luogo all' altra, che si è scemata dal livello GH sino al livello Q, doverà per necessità essersi nell'istesso tempo alzata dal livello L, sino in AB, e esser la salita LB tanto maggiore della scesa GD, quant' è l' ampiezza del vaso GD maggiore della larghezza della canna LC, che insomma è quanto l'acqua GD è più della LC. Ma essendo che il momento della velocità del moto in un mobile compensa quello della gravità in un altro, qual maraviglia sarà se la velocissima salita della poca acqua CL resisterà alla tardissima scesa della molta GD? Sino a qui il mio Maestro. »

« Ma la vera cagione onde l' acqua, contenuta nel maggior vaso, non preme la contenuta nella canna LC, dirà alcuno essere perchè non tutta la quantità d'acqua GD preme la detta LC, ma solo tanta parte, quanta v' entra per la cannella per cui insieme comunicano, restando tutta l' altra laterale oziosa. E così con tal principio immaginar ci dobbiamo nel maggior vaso una simile ed uguale cannella IC, quale corrispondendogli preme l' altra. E perchè uguali sono niuna supera l' altra. Quindi, se noi fingeremo la canna continuata col vaso non più in L salire, ma in V, allora dal livello GH scendere vedremo la quantità d' acqua, fino che pareggi la bassezza di V, sebbene occorrerà che, secondo la stessa proporzione, l' una scenda e l' altra salga: qual proporzione, nell' altro caso, impedendo appresso il Galileo il moto, dovrebbe anche in queste impedirlo. E vedesi, in conferma, che, mentre l' acqua GD s' abbassa, apparirà nella superficie sua certa fossetta, corrispondente in tutto al sito e larghezza della canna, nella qual fossa continuamente d' ogni intorno l' umor circostante sdrucciola. Onde non tutta l' acqua, ma una parte sola premere, almeno principalmente, argomenterassi, contenuta dentro alla canna, e in conseguenza non l' ampiezza del vaso, ma ben l' altezza esser cagione che fosse o non fosse cacciata l' una dall' altra acqua, e con più o meno impeto. E se ancora, restando l' acqua nel livello di prima LGH, infondiamo per il foro A nuovo umore nella canna, vedremo l' infusa premer l' acqua del maggior vaso, o per meglio dire, una parte di esso, sino a che facciasi l' equilibrio » (ivi, pag. 862-64).

L' obiezione del Nardi, contro il processo dimostrativo di Galileo, fu ripetuta pubblicamente da alcuni, ai quali anche piacque meglio di dar del paradosso idrostatico la spiegazione, che abbiamo ora tratta dal manoscritto. Altri però non ebbero scrupolo di tenere i medesimi modi, usati nel trattato delle Galleggianti, riducendo la dimostrazione all' assurdo. Di costoro possiamo citare fra' nostri il De Angeli, il quale, nel secondo Dialogo sopra commemorato, all' obiezione che soleva comunemente farsi contro il principio delle velocità virtuali, che cioè di un effetto positivo, qual' è la quiete, s' ad-

duce per causa il moto, rispondeva « non parer nuovo nelle cose che si dimostrano il procedere *per deductionem ad impossibile*, dimostrando che, quando fosse vero il contrario, ne seguirebbe un assurdo in natura, o cosa irragionevole » (*Della gravità dell'aria ecc.* cit., pag. 58). Fra gli stranieri poi basti citare il Mariotte, il quale, avendo proposto per principio universale della Meccanica quello delle velocità virtuali, che, andando reciprocamente ai pesi, mantengono in quiete la leva; rendeva la ragione dell'equilibrio fra due superficie, prese per base di due cilindri acquei di pari altezza, nel vaso grande GD, e nella piccola canna CL; dicendo che se si movessero, « donc leurs vitesses avroient été reciproques a leurs poids, et ils avroient eu une egale quantité de mouvement, ce qui est impossible. Car, par le Principe universel, ces cylindres d'eau doivent faire equilibre, et l'un ne peut pas faire mouvoir l'autre, puisqu'ils sont disposes a prendre une egale quantité de meuvement selon la meme direction » (*Oeuvres*, T. II, a l'Haye 1740, pag. 367).

Nonostante l'obiezione del Nardi era, specialmente a que' tempi, riputata di così grave momento, da indurre, come si sa, il Torricelli a riconoscere la causa dell'equilibrio fra due corpi congiunti in un principio alquanto diverso, qual'è quello del non potere scendere il loro comun centro di gravità. Anche questo nuovo principio, come l'altro delle velocità virtuali, era indiretto, riducendosi nel medesimo modo all'assurdo. Il Torricelli infatti concludeva doversi, nella data ipotesi dell'immobilità del comun centro gravitativo, rimanere i due corpi congiunti in quiete, *alias enim frustra moverentur*. Siano i due corpi A, B (fig. 91) disposti in distanze reciprocamente proporzionali ai loro proprii pesi dal comun centro C. Rimarranno quivi in quiete, perchè, se si movessero, come per esempio in A′, B′, le relazioni fra le loro distanze CD, CE non sarebbero punto cambiate, per cui, sempre rimanendo C il loro centro comune, quel moto sarebbe stato inutile, e perciò contrario alla Natura, che nulla opera mai inutilmente.

Figura 91.

Il Torricelli però conduce la sua dimostrazione con tale artificio, da fare sparire queste trite riduzioni all'assurdo, e da chiudere nello stesso tempo la bocca agli oppositori, non sostituendone propriamente un altro diverso, ma travestendo così il principio delle velocità virtuali, da non riconoscerlo per quel desso. Invece di considerare i gravi pendenti dall'estremità di una leva gl'immagina congiunti con un filo, e posati sopra due piani inclinati così, che le loro lunghezze siano direttamente proporzionali ai pesi sopraposti. L'equilibrio, che anco in questo caso si osserva, dipende dall'avere i due corpi, benchè di diversa grandezza, egual disposizione al moto o momento virtuale. Imperocchè posto che A (fig. 92) stia a B,

Figura 92.

come la lunghezza CD alla CE, e moversi i due corpi per tratti uguali DA, BE lungo i due piani; gli spazi perpendicolarmente passati sarebbero AG, BH, in reciproca ragione delle lunghezze de' piani DC, CE, ossia de' pesi B, A, come nella leva. Il Torricelli però suppone che, non virtualmente ma attualmente si movano i due corpi, l' uno ascendendo, e discendendo l' altro, come porta l' essere insieme congiunti, e dimostra, com' è noto, che la via del centro di gravità del sistema percorre la medesima linea orizzontale, e perciò lì, dove sono stati quegli stessi corpi rimossi, anche si rimangono nella medesima quiete.

Qual uso si facesse, specialmente nella Scuola galileiana, di questo principio torricelliano, per trattare alcuni de' più difficili problemi statici, oramai si sa dalla storia della Meccanica. Ma primo ad applicarlo all' Idrostatica fu il Pascal, non forse per sostituirlo a quell' altro di Galileo, quási lo reputasse anch' egli difettoso, ma per dare altro modo alla dimostrazione. Se A e B (fig. 93) son due cilindri di materia omogenea, con pari altezze, ma con basi così diverse, da far sì che questo pesi, poniamo, cento volte più di quello; sospesi da una bilancia di braccia uguali è certo che il maggiore prepondererà con centuplo momento. E nonostante immersi ne' due tubi CD, EF, comunicantisi e pieni d' acqua, come due stantuffi in due corpi di tromba, si vede la Bilancia ridursi in perfetto equilibrio. Qual' è, domanda a sè il Pascal, la ragione di questo apparente paradosso? E risponde osservando che la forza, con la quale è premuto il velo acqueo sottoposto allo stantuffo A, si comunica al velo d' acqua sottoposto allo stantuffo B, il qual velo essendo centuplo riceverà il centuplo della forza, ugualmente distribuita per ogni sua parte, ond' ei si verifica qui quel che in ogni caso della comunicazione dei moti, che cioè le velocità son reciprocamente proporzionali alle grandezze dei copi mossi. « D'ou il paroist qu'un vaisseau plein d'eau est un nouveau principe de Mechanique, et une machine nouvelle pour multiplier les forces a tel degre qu'on voudra.... Et l'on doit admirer qu'il se rencontre en cette machine nouvelle cet ordre constant, qui se trouve en toutes les anciennes, sçavoir le levier, le tour, la vis sans fin etc. qui est que le chemin est augmenté en mesme proportion que la force.... de sorte que le chemin est au chemin comme la force a la force. Ce que l'on peut prendre mesme pour la vraye cause de cet effet, estant clair que c'est la mesme chose de faire faire un poulce de chemin a cent livres d'eau, que de faire faire cent poulces de chemin a une livre d'eau. Et qu'ainsi lors qu'une livre d'eau est tellement ajustée avec cent livres d'eau, que les cent livres ne puissent se remuer un poulce, qu'elles ne faissent remuer la livre de cent poulces; il faut qu'elles demuerent en equilibre, une livre ayant autant de force pour faire faire un poulce de che-

Figura 93.

min a cent livres, que cent livres pour faire faire cent poulces a une livre » (*De l'equilibre des liq.* cit., pag. 6-8).

Concludesi da questo discorso del Pascal, come da quello simile di Galileo, che l'acqua tanto più velocemente si muove ne' due corpi di tromba, quanto son più piccole le loro sezioni, o i veli d'acqua in esse compresi, i quali veli, supposti conglobati in A, B, e pendenti all'estremità di una leva immaginaria, come nella 91ª figura; staranno ivi dunque in quiete per le medesime ragioni. Di qui è che al Pascal sovviene di dimostrare altrimenti questo idrostatico equilibrio, applicandovi il principio del Torricelli. « Voicy encore une preuve qui ne pourra estre entendué, que par les seuls Geometres, et peut estre passée par les autres. Je prends pour principe que jamais un corps ne se meut par son poids, sans que son centre de gravité descende. D'ou je prouve que les deux pistons figurez en la figure 93 sont en equilibre en cette sorte: Car leur centre de gravité commun est au point qui divise la ligne qui joint leurs centres de gravité particuliers en la proportion de leurs poids, qu'ils se meuvent maintenant s'il est possible. Donc leurs chémins seront entre eux comme leurs poids reciproqnement, comme nous avons fait voir. Or si on prend leur centre de gravité commun en cette seconde situation, on le trouvera precisement au mesme endroit que la premiere fois, car il se trouvera toujours au point qui divise la ligne, qui joint leurs centres de gravité particuliers, en la proportion de leurs poids. Donc, à cause du parallelisme des lignes de leurs chemins, il se trouvera en l'intersection des deux lignes, qui joignent les centres de gravité dans les deux situations. Donc le centre de gravité commun sera au mesme point qu'auparavant. Donc le deux pistons considerez comme un seul corps, se sont meus sans que le centre de gravité commun soit descendu, ce qui est contre le principe. Donc ils ne peuvent se mouvoir. Donc ils seront en repos, c'est à dire en equilibre, ce qu'il falloit demontrer » (ivi, pag. 10-11).

Valendo la medesima dimostrazione, siano i veli d'acqua L, GH, nella figura 90, allo stesso livello, o l'uno rimanga sotto e l'altro sopra, come a torcere la canna ABC, e ridurla in dirittura con la CI; l'un velo stia di faccia all'altro o in posizione diversa; l'un dall'altro vicino o lontano, *car la continuité et la fluidité de l'eau rend toutes ces choses là égale et indifferentes* (pag. 9); resta così da esso Pascal dimostrato il paradosso idrostatico sotto tutte le varietà de' suoi aspetti, facilmente riducibili ai vasi della forma rappresentata nelle figure 94 e 95, i fondi dei quali vasi, o i veli acquei, o gli stantuffi CD, PQ, son premuti nel primo caso da una colonna d'acqua, avente per base CD e per altezza CM, perchè, supposto esso fondo CD scendere, vinto dal peso soprastante, lo farebbe con velocità uguale a quella, con cui scenderebbe il velo MN, tanto men velocemente del velo FG, quanto la sezione FG è minore della CD. Nell'altro caso essere il fondo PQ della figura 95 premuto da una colonna liquida, avente per base PQ e per altezza PS, si concluderà facilmente dai principii del Pascal con simile discorso.

Ma il Wolf, misurando le pressioni sulla regola delle forze morte, e presupposto il principio delle velocità in ragion reciproca delle sezioni, dimostrava più chiaramente la cosa con questa sua proposizione: « Si bases vasis FD (nella figura 94) inaequales fuerint, fundus eodem modo premitur, ac si superior inferiori aequalis existeret » (*Elem. Mathes. universae*, T. II, Genevae 1746, pag. 260).

Figura 94.

La dimostrazione si può condurre così speditamente: La pressione totale P, fatta sopra il fondo CD, resulta dalle pressioni parziali dell' acqua AD e dell' acqua EG. E perchè le forze di queste pressioni, essendo morte, si misurano dai prodotti delle masse per le velocità, che si chiameranno V, V'; avremo $P = CD . AC . V + FG . EF . V'$. Ma, stando le velocità in ragion reciproca delle sezioni, è $CD . V = FG . V'$; dunque $P = CD . V (AC + EF) = CD . CM . V$: che vuol dire essere premuto il fondo CD del vaso FD come se non si restringesse, ma fosse in fino a MN tutto andante. Con simile ragionamento si concluderà che le pressioni fatte sul fondo, o, come il Pascal lo chiama, sulla *ouverture* PQ del vaso, rappresentato nella fig. 95, è PQ . PS . V': e in generale « que la mesure de cette force est toujours le poids de toute l'eau, qui seroit contenue dans une colonne de la hauteur de l'eau, et de la grosseur de l'ouverture » (*De l'equilibre etc.*, pag. 5).

Figura 95

La dimostrazione data dal Wolf era implicita nel discorso del Pascal. Ma, o che il Varignon non ve la riconoscesse, o che, invaghito del suo principio generale di Meccanica, credesse non si poter dare altra legittima dimostrazione de' teoremi di lei, che per via della composizion delle forze; è un fatto che, dop' avere attribuito al Pascal l'esperienza del paradosso idrostatico, *mais,* soggiunge, *sans que lui ni aucun autre, que je sçhache, en ait donné la raison.* Si vede che il Varignon non sapeva nè del Benedetti, nè dello Stevino, nè di Galileo, nè dello stesso Pascal, il quale, benchè in fretta e per *les seuls Geometres,* aveva pure esteso il principio delle velocità virtuali a dimostrar l'equilibrio de' liquidi comunicanti, e le loro pressioni sopra *les ouvertures* dei vasi.

Persuaso dunque il celebre Accademico parigino che a nessuno prima di lui fosse ancora riuscito di trovar la desiderata ragione, ei soccorre sollecito di sodisfare a questi desiderii della Scienza, nella sua *Nouvelle meccanique*, trattandovi, nella X sezione, *De l'equilibre des liqueurs.* I teoremi in proposito sono il XLII, il XLIII e XLIV. Ma perchè i due secondi dipendono dal primo, in cui si piglia a esempio un vaso cilindrico obliquo; di questo solo teorema perciò basterà riferire il modo della dimostrazione, da che sarà facile intendere il modo tenuto in dimostrar gli altri due, ne' quali i vasi hanno figura di un cono tronco, ora con la maggior base in alto, ora in basso.

Premette un lemma l'Autore, che a noi piace formulare così, come poi fece l' Herman: « Pressiones, quas corpora quaecumque solida vel fluida in

se invicem exercent, fiunt iusta directiones communi plano contingenti corpora perpendiculares, atque transeunt per contingentiae punctum eorumdem corporum » (*Phoron.* cit., pag. 128). Se il globo A (fig. 96), spinto nella direzione AF, preme il globo B, nel punto del contatto C, con una certa forza AF, decomposta questa in due, la prima AC perpendicolare al piano DE del contatto, e la seconda AH a esso piano parallela; è manifesto che dalla AC sola è rappresentata la forza della pressione, essendo l'altra AH in premere inattiva. E tale è la dimostrazione, che dà l'Herman del lemma premesso dal Varignon, il quale, propostosi il vaso AKDX (fig. 97), infusovi il liquido insino al livello GH, inalzata dal punto K la perpendicolare KY, e dal punto H abbassata la perpendicolare HL, dimostra che il liquido GKY riposa tutto sulla parete GK, e il liquido LHD preme sopra LD col peso della colonna LZ, d'ond'ei ne conclude che tutto il fondo KD resiste alla pressione della colonna KZ.

Figura 96.

« Il est manifeste, dice il Varignon, que les resistances, que les côtez opposez AK, XD du tuyau incliné AKDX font en M, T, a la descente verticale de OM filet de liqueur, et a l'ascension verticale de l'autre filet RT, que les plus longs que lui tendant a faire montere en S jusqu'aleur niveau GH prolongé vers Z; que ces resistances, que ces côtez opposez AK, XD font aux filets OM, RT, sont suivant MN, TV egales à des forces, qui les suppleeroient en repoussant seulement comme eux suivant ces directions les points M, T de ces filets OM, RT de liqueur: et qu'ainsi chacune de ces resistances se decompose comme en deux forces purement passives suivant MF, ME, et TP, TQ, dont chacune des horizontales suivant MF, TP soutient, par son invincibilité, ce que le liqueur peut avoir d'action directement contraire a cette resistance horizontale » (A Paris 1725, pag. 253).

Figura 97.

Quanto alle altre forze, dirette secondo le verticali ME, TQ, egli è manifesto, prosegue il Varignon a dire, « que la premiere suivant ME directement opposée au poids du filet OM, le soutient en M dans le repos, que lui exige le supposé de ce qu'il y a de liqueur dans le tuyau incliné AKDX, sans lui laisser aucune action sur le fond KD de ce tuyau, le quel consequemment n'en est aucunement charge » (ivi). Il medesimo si dimostra degli altri infiniti filetti, per cui si conclude che la mole fluida, compresa nello spazio GKY, preme tutta sulla parete inclinata GK, e non punto sul fondo del vaso.

« Mais en recompense, soggiunge tosto l'Autorè, ce qu'il y a de cette liqueur dans l'espace HLD comprés entre le plan HL perpendiculaire a la

droite KD, et ce que ce plan retranche du coté de HD de la surface superieure de ce tuyau incliné AKDX, presse ce fond horizontal KD d'une force egale a celle, dont il seroit pressé par la portion cylindrique HLDZ, que ce meme plan HL retranche du cylindre droit KYZD de la meme liqueur. Car la force suivant TQ, resultante de la resistance, que le coté superieur XD du tuyau incliné AKDX fait, suivant la perpendiculaire TV, a l'ascension du filet vertical RT de liqueur; se trouvant directement opposée a l'effort, dont le poids du surplus de longueur des plus longs tond a le faire monter jusqu'au point S de leur niveau GH, et empechant cet effet, est egale a cet effort suivant RT, au quel, par la meme raison, le poids d'une portion ST de la meme liqueur seroit aussi egal. Donc le force de resistance, avec la quelle le cote oblique XD du tuyau incliné AKDX repouse le filet vertical TR, suivant sa direction; est egale au poids d'une portion ST de cette liqueur. Par consequent le poids de ce filet TR ainsi, repoussé suivant TQ, fait le meme effort en ce sens, sur le fond vertical KD, du tuyau incliné AKDX, qu'y feroit ce meme poids du filet TR augmenté du poids de ST, c'est-a-dire, le meme effort, qu'y feroit le poids d'un filet vertical entier SR de la meme liqueur » (ivi, pag. 254). Le medesime cose dimostrandosi degli altri filetti, se ne conclude che il liquido HLD preme il fondo LD con la forza del cilindro HD, e tutto il fondo del vaso obliquo vien perciò gravato dal peso della colonna retta YD.

Il discorso insomma del Varignon si riduce a dimostrare che l'acqua GKY non preme menomamente il fondo, e che in ricompensa l'acqua KLD lo preme col doppio del suo proprio peso. È fresca nei nostri Lettori la memoria di questa dimostrazione, data già dallo Stevino: che se il novello Accademico di Parigi si fosse contentato di vantare il suo modo come più facile, e più breve di quel del Matematico del principe di Nassau, gli si potrebbe anche concedere, facendogli però osservare che deriva un tal vantaggio, piuttosto che dal principio dei moti composti, da quello degl' indivisibili, applicatovi il quale la dimostrazione, che si ricava dagli *Elemens hydrostatiques*, è assai più diretta e spedita, di quella che ne suggerì l'Autore della *Mechanique nouvelle.* Ridotta la parete a un punto, sopra cui perpendicolarmente insista un filetto liquido, la prima parte del Teorema varignoniano è dagli insegnamenti dello Stevino per sè manifesta. Quanto all'altra parte poi il Varignon suppone quel che lo Stevino aveva ben dimostrato, che cioè nel punto T la parete è premuta dal peso di un filetto liquido, alto quanto ST. E perchè lo sforzo, riflesso da essa parete sul filetto TR, uguaglia lo sforzo diretto ST, resta così, senz' altro, concluso che il punto R del fondo è premuto da tutto il peso del filetto RS. Onde il paradosso idrostatico può spiegarsi a quel modo che fa il Varignon, per rendere uniforme il metodo d trattar, col principio della composizion delle forze, così fatte questioni: non già che, senza un tal principio, non sia possibile, com' ei pretende, riuscir nell' intento, o che sia vero non esservi prima di lui, e senza quel suo nuovo aiuto, nessuno ancora riuscito.

Il vantaggio, che viene alla dimostrazione, dal condurla sulla regola idrostatica dello Stevino, piuttosto che su quella meccanica del Varignon, si comprenderà anche meglio, proponendosi il caso che i recipienti non siano cilindrici o prismatici, ma irregolari. Intorno a che un' altra difficoltà fu promossa contro il metodo usato da Galileo. Siano i vasi comunicanti AC, GD della figura 90, di qual si voglia forma più capricciosa: riman pure un fatto che il liquido si dispone qua e là nel medesimo livello, ma come si potrebbe applicare a spiegarlo il discorso dell' Autore delle Galleggianti? L' obiezione risuonò alle orecchie di Tommaso Bonaventuri, editore nel 1718 in Firenze delle opere galileiane, il quale riferì in una nota, d' altre simili cose erudita, la risposta avutane in proposito dal p. ab. Guido Grandi. Supposto che i vasi comunicanti siano ED, AZ (fig. 98), e che, abbassandosi nell' uno il liquido da GR in QO, risalga nell' altro da LX in AB, conduce il Grandi la sezione MN, media aritmetica fra GR e QO, e la sezione KT media aritmetica fra LX e AB, sopra le quali due medie sezioni costrùisce due cilindri con le altezze GQ, AL, osservando che, per essere nel moto iniziale queste altezze piccolissime, le irregolarità de' tubi tornano all' esattezza de' cilindri circoscritti, per cui la questione si riduce al caso contemplato da Galileo, verificandosi anche qui « che le superficie GH, LX sono reciproche alle altezze o velocità AL, GQ, con le quali dette superficie sono disposte a muoversi, nel bel principio del moto, e però ne segue ottimamente che facciano equilibrio » (Alb. XII, 603).

Figura 98.

Così essendo, poteva il Bonaventuri citar piuttosto il Pascal, che tanti anni prima, e più autorevolmente del Grandi, aveva risoluta ogni difficoltà così, nel medesimo modo, geometricamente ragionando: « Ces liqueurs seroient aussi bien en equilibre dans ces tuyaux irreguliers, que dans les uniformes, parce que les liqueurs ne pesent que suivant leur hauteur, et non pas suivant leur largeur. Et la demonstration en seroit facile en inscrivant en l'un et en l'autre plusieurs petits tuyaux reguliers. Car on seroit voir, par ce que nous avons demontré, que deux de ces tuyaux inscripts, qui se correspondent dans les deux vaisseaux, sont en equilibre. Donc tous ceux d'un vaisseau seroient en equilibre avec tous ceux de l'autre. Ceux qui sont accoutumez aux inscriptions, et aux circonscriptions de la Geometrie, n'auront nulle peine a entendre cela, et il seroit bien difficile de le demontrer aux autres au moins geometriquement » (*De l'equilibre des liqueurs* cit., pag. 17, 18).

Alla Geometria degl' inscritti successe più felicemente l' altra degl' indivisibili, per la quale vennero finalmente a sparire tutte le difficoltà contro il principio delle velocità virtuali, professato, come accennammo, dal D'Alembert oramai senza scrupoli e senza timori. Nonostante anche il vecchio me-

todo, usato dal Pascal e dal Grandi, si porgeva atto a dimostrare il paradosso idrostatico, nel caso altresì che uno o ambedue i tubi fossero inclinati. Il Sinclaro, fatta la distinzione di gravità *sensibile* e *insensibile,* dimostrò facilmente che il mercurio, « aut quodvis aliud fluidum, in siphonis crure contentum, gravitatem insensibilem deperdere, et lucrari iuxta eandem proportionem, iuxta quam describuntur sinus, sive inaequales divisiones semidiametri » (*Ars magna* cit., pag. 491): teorema che, ritenute le più comuni denominazioni di gravità *assoluta* e di *respettiva,* i moderni, come Leonardo Ximenes, in proposito di ridurre alle ragioni del moto il suo *Timpano idraulico,* formulava dicendo che « in qualunque fluido, racchiuso in un tubo rettilineo inclinato all' orizonte, sta la gravità assoluta alla respettiva, come il seno totale al seno dell' angolo di elevazione sopra l' orizonte » (*Raccolta di Autori che trattano del moto delle acqae,* 2ª ediz. cit., T. IX, pag. 313).

Per la dimostrazione si può ricorrere alla Meccanica, considerando il fluido quale un corpo grave, che ora scenda nel perpendicolo, ora lungo l' obliquità di qualche piano. E come allora che, di un grave, il peso assoluto sta al respettivo, come il seno totale sta al seno dell'angolo dell' inclinazione, ossia come la lunghezza del piano inclinato sta alla sua altezza perpendicolare, la Meccanica dimostra che, congiunti insieme i due pesi, stanno in equilibrio; così, con le medesime ragioni, può aversi dall'Idrostatica per dimostrato l' equilibrio ne' due tubi AB, BC (fig. 99), dentro i quali sono i liquidi così congiunti, che non può l' uno scendere, se l'altro non sale.

Figura 99.

Passa inoltre il Ximenes, in una terza proposizione, a dimostrare che il fluido si dispone alla medesima altezza ne' due rami del sifone, anco quando fossero incurvati in qualunque maniera. La dimostrazione può pure ricavarsi utilmente dalla Meccanica, applicandovi il teorema VIII, dimostrato dall' Huyghens nella II parte del suo Orologio oscillatorio.

Nel primo corollario della sopra annunziata terza proposizione dell' articolo V il Ximenes così dice: « Se i due rami del sifone composto fossero di differente diametro, non perciò muta punto il Teorema, purchè il tubo non sia capillare. Poichè quella parte di fluido, che nel tubo di maggiore diametro eccede il diametro del tubo più angusto, non gravita sopra il fluido del medesimo, ma esercita la sua pressione soltanto contro il risalto, che nasce interiormente, quando si fa passaggio dal diametro maggiore al minore » (*Raccolta* e T. cit., pag. 316).

La ragione è puramente fisica, e si direbbe perciò impropria, in mezzo al rigore geometrico, con cui si conduce il rimanente di questa scrittura. Più appropriate erano senza dubbio le circoscrizioni, a cui ricorsero il Pascal e il Grandi, ma, oltre che risentivano troppo dell' imperfezione de' metodi antichi, parevano piuttosto cose quasi posticce, che connaturate con l' Idrostatica. Ora chi crederebbe mai che la vera, propria e diretta ragione del livellarsi i fluidi ne' sifoni, siano questi perpendicolari o obliqui, retti o curvi,

andanti o spezzati, uniformi o irregolari fosse ritrovata da un Discopolo di Galileo, pochi anni dopo essersi dato a rimeditare il libro delle Galleggianti del suo Maestro? È costui quel Niccolò Aggiunti, noto oramai in questa Storia quale insigne promotore dell' Acustica e della Meccanica galileiana, che non vuol mancare a sè medesimo in confermare nell' assoluta verità delle sue ragioni uno de' principali teoremi dell' Idrostatica.

« Quel che dimostra Herone del sifone torto, egli dice, non mi sodisfa interamente. Però mi messi per veder s' io potevo investigarne miglior dimostrazione, quale penserei che fosse questa: Sia il vaso MN (fig. 100), ed in esso il sifone torto PDCBA, la cui bocca A sia al pari del livello RS dell' acqua infusa. Dico che, intendendosi pieno d'acqua il sifone, benchè la parte di esso D, C, B, A fosse difforme, e dove di grandissima, dove di pochissima tenuta; non potrà, cadendo l' acqua dalla bocca A, alzar l' acqua del vaso dall' altra parte P. »

Figura 100.

« Imperocchè, dovendosi far questo alzamento, è necessario che l' acqua nelle parti D, C, B, A discenda, e così, con l' impeto che avrà discendendo, faccia montar l' acqua del vaso. Notisi dunque che l' acqua discendendo ha il suo momento composto e della gravità di essa e della velocità, con la quale ella si move. Inoltre avvertasi che, passando l' istessa quantità d' acqua per le parti A in tanto tempo, in quanto era passata per le parti B, ovvero C, ovvero D; è necessario che, nelle parti più anguste del sifone, ella corra tanto più velocemente, e nelle più larghe tanto più tardamente, quanto appunto esse parti son più o meno capaci. Sicchè le velocità di qualsivoglia parti saranno reciprocamente proporzionali alle capacità delle altre, con le quali si conferiranno. Ma come stanno le capacità delle parti del sifone, così sono le moli d' acqua in esse contenute, e come le moli dell' acqua, così sono fra loro le gravità di esse moli di acqua; adunque per tutto le velocità rispondono contrariamente alle grandezze, e però l' impeto delle acque cadenti nelle parti A, B, C, D del sifone è per tutto lo stesso, e il suo momento per tutte quelle parti eguale; e come se appunto fosse per tutto ugualmente grosso come in A, come in C, ovvero in qualunque altra parte. Ma quando il sifone fosse per tutte le sue parti D, C, B, A uniformemente grosso, e la sua esteriore bocca pareggiasse solamente il livello dell' acqua, noi mostreremo che sempre è necessario che l' acqua RS non s' alzi, benchè fosse pieno il sifone come sopra; adunque è impotente l' acqua, in D, C, B, A scorrendo, a sollevar l' acqua del vaso sopra il livello RS. »

Figura 101.

« Sia prima, per più chiara intelligenza, il sifone ABTR (fig. 101), dal quale se intenderemo uscir l' acqua SR è necessario, acciò non resti spazio va-

cuo, che dall' altra bocca del sifone sormonti l' acqua NM eguale alla SR. Perchè dunque sono due prismi uguali, le basi corrisponderanno contrariamente alle altezze, cioè così starà NL ad SQ, come QR ad LM. Ma come sta NL ad SQ, così la velocità. con la quale s' alza l' acqua NM, alla velocità, con la quale s' abbassa SR, e come sta QR ad LM, così sta il prisma VR al prisma BM, cioè la gravezza dell' acqua contenuta nell' uno, alla gravezza dell' acqua contenuta nell' altro; adunque le velocità rispondono contrariamente alle gravezze, e perciò, essendo in questo caso i momenti uguali, si farà l' equilibrio. Ma se la bocca fosse in ST, più alta del livello dell' acqua OP, allora la proporzione delle velocità, con le quali si moverebbe l' acqua, sarebbe la stessa, ma quella della gravezza sarebbe alterata, ed averebbe la gravezza dell' acqua in VT, alla gravezza dell' acqua in BM, minor proporzione che prima. E però, essendo minor di quella che bisogneria, per rispondere permutatamente a quella delle velocità, non saranno più i loro momenti uguali, ma la BM preponderera alla VT. E per l' opposito, se la bocca fosse in CD, più bassa della superficie dell' acqua OP, l' acqua VD prepondererebbe » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 102).

E per dar la questione, così sottile e perciò così controversa, per ogni sua parte risoluta, passa l' Aggiunti a considerare il caso che, essendo pure il tubo di uniforme diametro, non sia andante, ma spezzato e flessuoso. Premette un lemma, formulato però nella sola sua conclusione, tacendone o accennandone oscuramente i principii, meritevoli in qualunque modo d' esser notati, o si derivino dalla statica dello Stevino, o dalla dinamica di Galileo. Quel lemma è tale: se sopra l'orizonte LC (fig. 102) si sollevino due linee congiunte in B, e lungo le quali s' intendano accomodati due solidi per tutto ugualmente grossi, e non tenacemente seco stessi coerenti; la parte L non solleverà l' altra C, ma staranno insieme in equilibrio, e premeranno in L e in C quanto farebbe in M perpendicolarmente il solido BM.

Figura 102.

È manifesto che la prima parte della proposizione piglia verità dal teorema dello Stevino, supponendo essere i solidi BL, BC ridotti in sezioni tutte uguali, rappresentanti gli anelli della catena: e, come questi, così stanno quelle in equilibrio, essendo in numero proporzionali alle lunghezze de' piani LB, BC, su cui suppone l' Aggiunti che siano accomodate. La seconda parte dipende dal principio dinamico di Galileo, che dice essere uguali gl' impeti o le velocità, dopo scese perpendicolari uguali. Che siano poi queste applicazioni della meccanica de' solidi ai liquidi notabili, massime in un uomo, morto due anni prima la pubblicazione de' Dialoghi delle nuove Scienze; ne converrà chiunque ripensi come la ragione del livellarsi il liquido, nei tubi rappresentati dalla figura 99, si veniva a far per lui conseguire immediatamente dal dover esso liquido, sceso in B, avere acquistato tale impeto, da risalire in A alla medesima altezza da cui fu sceso: e non dipendendo gli

impeti o le velocità dalla quantità di materia, ma da sola la quantità della caduta; s' intenderà senz' altro come si dovesse verificare il teorema, qualunque fosse de' tubi l' inclinazione, la capacità e la forma. Ma dovendo altrove ritornare sull' importante argomento, seguitiamo a leggere l' interrotto manoscritto.

« Se poi fosse un sifone con varie rivolte e flessuosità, come ABCDE, nella medesima figura 102, purchè la bocca esteriore E sia nel medesimo piano che il livello dell' acqua FG, l' acqua non si moverà, e si farà parimente l' equilibrio. Il che, acciò sia manifesto, intendasi la linea AE orizzontale, sopra la quàle sia la linea ABCDE in qualsivoglia modo variamente inflessa. Se noi lungo questa linea intenderemo accomodato un solido grave, per tutto ugualmente grosso, e con le sue parti non tenacemente coerenti, ma ad ogni minima forza flessibili; dico che, rimosso ogni altro impedimento dalle estremità A, E, detto solido nondimeno non si moverà da niuna parte, nè una estremità potrà sollevare l' altra. Perchè, tirisi dal punto C la linea parallela all' orizonte AE, qual sia LMCFH. Dipoi, dai punti L, B, D, H, tirinsi le perpendicolari all' orizonte LK, BM, DF, HG; la parte del grave, posata in BC, equipondera a quella che posa in BL, perchè sì l' uno che l' altro sosterrebbe in equilibrio un solido grave della medesima grossezza e materia che son loro, il quale pendesse secondo la linea BM, e fosse alto quanto la linea BM. E per la stessa cagione quella parte che posa in DH equipondera a quella, che è nel declive DC, e quella parte, che è posta rasente HE, equilibrerebbe un solido della medesima materia e grossezza, lungo solo quanto HG, ovvero LK, se però egli fosse sospeso perpendicolarmente, e tanto farebbe il grave locato in LA. Adunque il grave in DHE equipondera il grave posto in BLA. Perchè dunque tutte le parti del grave, che lo tirano verso l' estremità E, sono d' ugual momento con quelle, che lo tirano verso l' altra estremità A; perciò non si farà movimento alcuno, ma sì bene subito che l' una delle estremità si allungherà o scorcerà. »

« Lo stesso possiamo tener per certo che avvenga ne' sifoni ritorti, anco con superficie curve, imperocchè la curvità della superficie non è altro che infinita inclinazione di piani. E non importa poi che in questa sorta di sifoni, per i quali s' ha da mover l' acqua, la canna sia inegualmente grossa per tutto, avendo noi già dimostrato esser lo stesso, atteso che nelle parti più larghe l' acqua si move men velocemente, e nelle strette più velocemente, sicchè i suoi momenti vengono per tutto in questo modo ragguagliati » (ivi, fol. 103).

IV.

Come la teoria del sifone ritorto, data così dall' Aggiunti, sia applicabile all' equilibrio de' liquidi nei vasi comunicanti, è cosa per sè manifesta, non occorrendo a far altro, per ridurre alla medesima argione i due casi, che

riguardare il sifone stesso con le sue braccia rivolte in alto. Nè meno evidente è che si venivano, ragionando a quel modo, a togliere tutte le difficoltà, che s' incontravano nella dimostrazione di Galileo, sia rispetto al principio da cui moveva, sia rispetto alle varietà, alle quali poteva andare soggetta la più semplice ipotesi ammessa da lui, delle forme cioè sempre regolari dei vasi. I successori usarono la medesima arte dell' Aggiunti, per salvar dalle contradizioni il metodo galileiano, che perciò rimane tuttavia in onore, e anzi è bene spesso preferito agli altri dalla Scienza, quando, in qualche più difficile incontro, vuol più agile movere i passi.

Sorte molto diversa ebbe però a subire quel metodo, quando Galileo pensò di applicarlo a dimostrare i teoremi fondamentali dell' Idrostatica. Riducendosi in generale a conferire i momenti della resistenza dell' acqua a essere alzata, co' momenti della gravità premente il solido, si fondava in una tal supposizione, la quale, non verificandosi il discorso non riesce concludente, essendo che il momento della resistenza dell' acqua è manifestamente nullo, quando il vaso è pieno, e l' acqua stessa perciò, immergendovi il solido, non s' alza intorno a lui, ma si versa. Inoltre, perchè la mole dell' acqua alzata è sempre minore del solido, potendosi dare il caso che l' alzamento di quella e l' abbassamento di questo siano uguali, s' avrebbero uguali velocità in due grandezze diverse, per cui non sarebbe lecito, in tal contingenza, inferirne la ragione dell' equilibrio.

Il difetto poi del metodo generale si fa risentire anche di più nei casi particolari, come quando Galileo, per esempio, vuol dimostrare che un solido è giustamente sostenuto dal momento dell' acqua, che fa alzarglisi intorno, sia il recipiente angustissimo o immenso, sembrando per lo meno cosa assai strana l' andar ricercando, nell' alzamento che fa lungo i suoi lidi l' acqua dell' oceano, il momento della forza, che vi sostien galleggiante una festuca.

A strette di dubbi ben assai più forti metteva la proposizione precedente a questa, che è la terza ordinata da noi dal trattato delle Galleggianti, e nella quale Galileo, propostosi il prisma AF rappresentato dentro il vaso DB della figura 66, e supposto men grave in specie dell' acqua, vuol dimostrare che sarà sollevato dall' acqua CE circonfusa, con queste precise parole concludendo la sua dimostrazione: « Adunque il peso assoluto dell' acqua CE, al peso assoluto del prisma AF, ha maggior proporzione che l' alzamento del prisma AF, all' abbassamento di essa acqua CE. Il momento dunque composto della gravità assoluta dell' acqua CE, e della velocità del suo abbassamento, mentre ella fa forza premendo di scacciare e di sollevare il solido AF, è maggior del momento composto del peso assoluto del prisma AF, e della tardità del suo alzamento, col qual momento egli contrasta allo scacciamento e forza fattagli dal momento dell' acqua: sarà dunque sollevato il prisma » (Alb. XII, 21).

A questo punto non potevano gli studiosi non lasciare in sospeso la lettura, per domandare a sè medesimi in che modo può l' acqua CE esercitare contro il solido la sua forza. Si dice che essa acqua è circonfusa al prisma,

ma veramente ella non ne bagna che una faccia sola, rimanendo, per supposizione, le altre tre laterali, e il fondo, aderenti alle pareti del vaso. I liberi ingegni e imbevuti alle più sane dottrine dello Stevino, non avrebbero penato a dire che il solido, nella fatta ipotesi, rimarrebbesi eternamente in fondo al vaso, dove fu posto, e fosse men grave in specie dell'acqua quanto si voglia, e gli fosse questa circonfusa, e sollevatagli a qualunque più smisurata altezza. Ma l'esclusivo magistero di Galileo non permettendo una tale libertà di giudizio, si tormentavano stranamente gl'ingegni, per intendere in che modo potesse l'acqua scacciar dal fondo il solido, e levarselo in capo. Diceva il Maestro che ella *fa forza premendo,* e premere non può, se non la parete sola che ella bagna. Come però da quest'unica pressione potesse resultarne il sollevamento era duro a intendere. Fosse almeno bagnato il prisma da due facce opposte si potrebbe rassomigliar l'effetto a quel che si osserva, quando due spingono l'un contro l'altro un peso, che nello stesso tempo lo sollevano, ma uno solo, quanto si voglia gagliardo, facendo forza nel medesimo modo, non riuscirebbe a sollevarlo mai di un capello. Poi chi così ragionava avrebbe voluto riaversi dalle pene del dubbio, ripensando che forse la parete opposta a quella bagnata potrebbe contrastare con la sua immobilità, facendo sforzo uguale a quello, che si sarebbe fatto dall'acqua.

Fra i seguaci di Galileo, che s'aggiravano in tal guisa fra le angustie del loro pensiero, troviamo l'Aggiunti, mentre era intorno a risolvere un problema idrostatico, applicandovi i nuovi principii insegnati dal suo Maestro. « Sia, egli dice, GH (fig. 103) un vaso parallelepipedo, con la base orizontale, ed in esso sia il solido CB, men grave in specie dell'acqua, il quale, con la sua superficie AB e con l'opposta, combaci esquisitamente le superficie laterali del vaso, a quel modo che suppone il Galileo nel suo *Delle galleggianti.* Dipoi infondasi acqua dall'una parte del vaso, sicchè ella sia al livello ZU, nel quale stato si faccia, tra il solido e l'acqua, l'equilibrio. Sia poi qualunque minima forza Y, che tiri orizontalmente detto solido CB. Dimostreremo tal solido, da qualunque minima forza, potere esser mosso e quanto, purchè dall'altra parte GK del vaso s'intenda di mano in mano tant'acqua, che pareggi il livello QZ. E prima, considerisi

Figura 103.

che, se detto solido si avesse a movere nell'orizonte GD, essendo il vaso vuoto, allora sarebbe mosso da qualunque minima forza. Ma perchè adesso, movendosi verso la parte D, è necessario che la medesima acqua circonfusa DM, da tal movimento spinta in vaso di minor base s'inalzi, e a tale alzamento ella contrasta anche lateralmente; adunque bisogna che noi dimostriamo, dalla forza Y, all'impulso laterale di quant'acqua si possa far resistenza. »

« Il peso di tutto il solido CB è uguale al peso di una mole di acqua, eguale al solido RB. Intendasi dunque il solido RB essere ugualmente grave in specie all'acqua, e la parte rimanente KC non aver peso alcuno, sicchè il solido tutto CB rimarrà del medesimo momento che prima. Sia inoltre la forza Y uguale al peso della mole d'acqua I, e sopra la base RS trovisi il solido SP, uguale in mole ed in peso al solido I, e l'altezza di detto solido SP sia la linea VU. Dalla linea poi VA piglisi la linea VN, eguale alla VU: dico che il solido CB, dalla forza Y, sarà mosso tanto per l'orizonte GD, verso la parte D, sicche l'acqua arrivi colla superficie di sopra al punto N. »

« Perchè, intendasi mosso il solido CB talmente, che l'acqua si sia alzata al detto punto N, e dopo tal movimento il solido CB sia venuto nel sito XO, dimodochè il solido Q'M sia l'istesso che il solido SP, e la linea TL sia l'istessa che VU, e TN sia la UN. Perchè l'acqua FZ è quella, che era nel luogo, dove è subentrato il solido RQ', adunque il solido RQ' è uguale al solido FZ, e però, come sta il solido MQ' al solido RQ', così starà al solido FZ. Ma al solido RQ' egli sta come la linea LT, alla linea VT; dunque l'istesso solido MQ', anco al solido FZ, sta come la linea LT, o vogliam dire VU, cioè la VN, cioè la TN, poichè tutte queste sono uguali, alla TV. Diremo dunque il solido Q'M, cioè il solido SP, cioè il solido I, cioè la forza, ovver peso Y, sta all'acqua FZ, come TN alla TV. Ma perchè, nel medesimo tempo che il solido CB, cioè la forza Y (poichè il solido e la forza che lo tira si muovono con ugual velocità) si è mosso per la distanza VT, l'acqua si è alzata per la distanza TN; adunque la velocità, con la quale si muove il solido CB, cioè la forza ovvero peso Y, alla velocità, con la quale si move l'acqua, ovvero peso FZ: sta come la linea VT alla TN. Ma il peso Y al peso FZ stava come la TN alla TV; adunque la proporzione delle velocità, con le quali detti pesi si movono, è contraria alla proporzione dei pesi. Ma quando sono due gravi, che faccian forza di movere l'un l'altro, ogni volta che la gravità dell'uno, alla gravità dell'altro, sta come la velocità, con che si moverebbe l'altro, a quella con cui si moverebbe l'uno, allora fra que' due gravi si fa l'equilibrio, nè l'uno vince l'altro; adunque, essendo in tal modo costituiti la forza Y e l'acqua FZ, l'acqua FZ non moverà la forza Y, nè in conseguenza il solibo CB. »

« Tutto questo passa bene, secondo la dottrina del signor Galileo, se noi porremo che l'acqua sia solamente dalla banda D. Ma qui mi nascono molte difficoltà, che fanno contro al Galileo ancora, perchè non pare che basti, acciò un solido men grave in specie dell'acqua sia alzato, che l'acqua lo bagni da una parte sola, e secondo quell'altezza che vuole il Galileo, ma tal sollevamento bisogna che sia a mio giudizio d'ogni intorno, o almeno almeno da ambe le superficie opposte. Altrimenti, siccome due, spingendo l'un contro l'altro un solido, e nel medesimo tempo alzando lo sollevano, ma se fosse uno solo, quanto si voglia gagliardo, facendo forza nello stesso modo, mai l'alzerebbe; così l'acqua da una parte sola, sia quanto si voglia alta, non par che possa alzare un solido che tocchi il fondo. *Sed haec pen-*

siculatius (?).... Ma se il solido, dalla parte opposta alla bagnata, sarà aderente alla sponda immobile del vaso, pare che si possa far l'alzamento.... Ma pure considera bene. » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 106, 7).

La tenzone dei dubbi così viva e vera, come la descrive l'Aggiunti, era poi quella, che si faceva nel pensiero di tutti gli altri, e che durò per più di un mezzo secolo in quelli stessi, i quali più facevano onore alla Scuola galileiana. Gli stranieri più liberi, e con la mente aperta a ricevere il ristoro di altre tradizioni, se imitarono l'esempio di Galileo in applicare il principio delle velocità virtuali a dimostrar l'equilibrio ne' vasi comunicanti, rifuggirono saviamente dall'usare il metodo di lui, riconosciuto vizioso e insufficiente, e dar la ragione de' principali fatti idrostatici, per cui ritornarono agli antichi modi archimedei, senza altra cura che di renderli più brevi, più facili ed eleganti.

Il Pascal, inoculando nel suo trattato il principio delle pressioni, riuscì mirabilmente a condensare in una mezza paginetta il primo libro *De insidentibus humido.* Supposto un solido immerso nell'acqua in forma di cubo, è premuto, egli dice, contro le facce laterali opposte ugualmente, ma più di sotto che di sopra, con forza uguale al peso di una mole di acqua, pari alla mole del solido stesso. « De sorte qu'un corps, qui est dans l'eau, y est porté de la mesme sorte, que s'il estoit dans un bassin de balance, dont l'autre fût chargé d'un volume d'eau égal au sieu. D'où il paroist que, s'il est de cuivre ou d'une autre matiere qui pese plus que l'eau en pareil volume, il tombe, car son poids l'emporte sur celuy qui le contrebalance. S'il est de bois, ou d'une autre matiere plus legere que l'eau en pareil volume, il monte avec toute la force, dont le poids de l'eau le surpasse. Et s'il pese egalement, il ne descend ny ne monte comme la cire, qui se tient a peu pres dans l'eau au lieu ou on l'a met » (*De l'equil. des liquers* cit., pag. 26).

Il Mariotte, in fine al discorso primo della parte seconda del suo trattato *Du mouvement des eaux,* stabilisce quattro regole, la prima delle quali corrisponde alla IV proposizione archimedea, la seconda alla V, e la terza e la quarta alla VII. Egli pure, lasciata addietro la teoria statica del vette, e il metodo di conferire i momenti del liquido che s' alza, e del solido che si abbassa, posato sopra l'umida superficie, fa ricorso alla solita bilancia immaginaria, concludendone con evidente facilità le ragioni dello stare, dello scendere e del salire, nei vari casi, le varie grandezze immerse. (*Oeuvres,* T. II cit., pag. 372-80).

L'Huyghens proponeva, col principio della conservazion delle forze, incluso nella prima ipotesi premessa alla parte IV dell'Orologio oscillatorio, che dice *si pondera quodlibet vi gravitatis suae moveri incipiant, non posse centrum gravitatis ex ipsis compositae altius quam, ubi incipiente motu reperiebatur, ascendere;* proponeva dicevasi di dimostrar tutto ciò, che aveva dimostrato Archimede intorno alle proprietà dei corpi notanti. « Haec autem hypothesis nostra ad liquida etiam corpora valet, ac per eam, non solum omnia illa, quae de innatantibus habet Archimedes, demonstrari possunt, sed

et alia pleraque mechanica theoremata » (*Opera varia,* Vol. I, Lugduni Batav. 1724, pag. 121 e 123).

Unico forse tra' matematici stranieri il Dechales intese di ritornare ai metodi di Galileo. Il principio, ch' egli pone per fondamento alla sua Idrostatica, è quello delle velocità, che stando contrariamente ai pesi danno la ragione dell' equilibrio nella stadera. « Ad hoc igitur principium revocabimus quaecumque de natantibus in humido demonstrabuntur: ita enim exacte hoc principium observatur in hac materia, ut nulla sit statera exactior » (*Cursus mathematicus editio secunda,* T. III, Lugduni 1690, pag. 93). Se dunque da una parte di questa esattissima stadera s' intenda posto il corpo immerso, e dall' altra una mole di acqua, tutto il negozio si riduce a conferire insieme i loro momenti. « Quare restat examinandum utriusque, tam corporis demersi quam aquae ascendentis, momentum, ut de toto negotio ferri possit iudicium » (ibid., pag. 94).

Incomincia l' esame dal dimostrare che, se la superficie CB (fig. 104) dell' acqua circonfusa è uguale alla base AC del prisma, che vi s' immerge, ascenderà del liquido una mole, pari alla metà della parte del solido demersa. La verità si rende facilmente manifesta, ripensando che, abbassatosi il prisma DC per esempio in D'C', l' acqua HB salita è quella, che era dianzi in luogo di AC', e HB, NC sono uguali per supposizione, onde NC', parte del solido immersa, è doppia dell' acqua HB, che il solido stesso ha scacciata.

Figura 104.

Suppongasi ora, soggiunge il Dechales, che la mole NC' dell' acqua, o la sua uguale HL, pesi quanto il prisma D'C': dico che i due pesi rimarranno in equilibrio. Chi però comincia a leggere la dimostrazione resta maravigliato a trovarci abbandonata la statica dei momenti, in che si diceva consistere tutto questo negozio, per tornare indietro ai modi fisici di Archimede. Dice infatti l' Autore che, se suppongasi venire il prisma trasformato nell' acqua NC', pesando questa quanto l' acqua HL, le braccia uguali A'C', C'L della bilancia immaginaria A'L non possono non andare equilibrate.

Chi prosegue anche a leggere scopre la ragione, per cui il Dechales, che mostravasi sulle mosse così fedele, diserti a un tratto dalla scuola di Galileo. Quella ragione insomma è che, applicando i metodi di lui, si veniva a concludere il contrario della verità dimostrata, non essendo, nella fatta supposizione, il momento del prisma uguale, ma duplo al momento dell' acqua. Il momento infatti della discesa del prisma è misurato dal prodotto della velocità CC' per il peso D'C', e il momento dell' acqua dal prodotto della velocità HC per il peso della mole fluida HB. Ma, perchè le due velocità sono uguali, i momenti stanno dunque come i semplici pesi, ossia l' uno è veramente doppio dell' altro, e perciò è impossibile che, tra il prisma immerso e l' acqua sollevata, si faccia l' equilibrio. « Nascitur tamen difficultas ex su-

perioribus propositionibus. Pars prismatis demersa est dupla aquae ascendentis, et ascensus unius aequalis est descensus alterius: igitur non potest esse aequilibrium » (ibid., pag. 95).

Rispondesi qui alle difficoltà, non direttamente difendendo il principio assunto, ma indirettamente ricorrendo a uno nuovo, col dire che, sebbene il prisma scaccia la sola acqua BH, contrasta nulladimeno e con l'acqua BH, e con l'altra CL, *prorsus modo ut si essent duo pondera in lance utraque staterae,* la qual bilancia è necessariamente in equilibrio, perchè tanto pesa il prisma sull'un braccio immaginario A'C', quanto l'acqua HL sull'altro. Ma questo era un confessare l'impotenza del nuovo metodo galileiano a dimostrare la verità del Teorema idrostatico, per cui fu costretto il Dechales, suo malgrado, a abbandonarlo, e a ricorrere all'antico: confessione ch'egli stesso esprime con queste parole: « Ostendo item alio modo esse aequilibrium. Cum ex suppositione aqua aequalis in mole parti prismatis NC' sit duarum librarum, in proposito exemplo, aqua HL erit etiam duarum librarum. Aquae igitur A'M, ML sunt in aequilibrio. Sed aqua HL duarum librarum est in aequilibrio cum prismate, quod supponitur etiam esse duarum librarum; ergo aggregatum ex prismate et aqua A'M est in aequilibrio cum aggregato ex aqua ML et LH. Ergo omnia permanent in aequilibrio » (ibid., pag. 96).

Così dunque essendosi dimostrato che, se la parte del corpo immersa sia uguale in mole all'acqua che equipondera tutto il corpo, si farà l'equilibrio; passa l'Autore a dimostrare, nelle seguenti proposizioni VII, VIII e IX, la ragion del notare, dell'immergersi tutto e dell'affondare un solido, ritornando alla bilancia archimedea, quasi non avesse nelle presenti novità saputo ritrovar nulla di meglio al suo bisogno.

Bastino questi esempi per quel che riguarda gli stranieri. Ora è da vedere come si portassero i Nostri, riappiccando il filo della Storia a quel punto, in cui lasciammo l'Aggiunti a combattere co' suoi propri pensieri. Par che le cose volgessero in peggio nei successori, se il Michelini giunse a negare anche quelle pressioni laterali, unico rifugio, che esso Aggiunti trovava, per darsi a intendere in qualche modo come si potesse sollevare il prisma dal fondo, a circonfondergli l'acqua da una parte sola del vaso. L'errore, succhiato dagl'insegnamenti di Galileo, si trasfuse, per la concordia autorevole dei due maestri nel Borelli e nel Viviani, i quali s'ostinarono con incredibile temerità a ripetere che i liquidi non premono, se non ciò che soggiace a loro in direzione perpendicolare. I depositari fedeli delle private dottrine del Torricelli insorsero, per l'amore e per la dignità della scienza, contro così fatti deliri, e a costoro il Borelli particolarmente rispondeva com'ebro irritato ne' suoi sopori. Quelle risposte, nella loro integrità, si leggeranno in altra occasione: basti per ora citarne una, tanto per persuadere chi non crederebbe un tant'uomo capace di commettere i paralogismi, che si contengono in questo discorso:

« Passo ora alla ragione addotta dai medesimi signori oppositori, quando dicono esser segno evidente che l'acqua faccia forza da' fianchi, perchè si

vede che, fatto un forame in una delle sponde del vivaio, o canale, l'acqua esce da esso. Come per esempio, se nel vivaio ABCL (fig. 105) si aprirà un forame in C, si vede che l'acqua esce per CD; adunque è segno evidente che l'acqua non solamente preme perpendicolarmente verso B, ma ancora fa forza al liquido per la linea inclinata AHC. E qui io dico che, se il vedersi cader l'acqua CD è effetto che necessariamente segue dalle pressioni dell'acqua, fatte obliquamente per AHC; dunque se tal acqua, in cambio di scendere all'in giù per CD, si vederà salire all'in su, dovrebbe esser necessario argomento che l'acqua stagnante facesse forza premendo anco all'in su. Ma se io farò nel fianco E un forame e vi salderò un cannello torto all'in su, qual'è EI, io vedrò scappare l'acqua da B, e salire all'in su verso I, e tale spinta vien fatta dalla forza dell'acqua stagnante; adunque ella, oltre al premere perpendicolarmente il fondo ed i fianchi, fa ancora forza all'in su. Ma questo repugna alla natura de' gravi; adunque ella non fa forza obliquamente verso i lati del vivaio » (MSS. Gal. disc., T. XVII, fol. 5).

Figura 105.

Negate le pressioni fatte dal liquido lateralmente, e di sotto in su, è facile giudicare in quale stato si dovesse ritrovare a quel tempo la scienza idrostatica nella mente del Borelli. E supponendo che, nello studiare il Galileo, gli occorressero i medesimi dubbi dell'Aggiunti, convien dire che non avesse alcun modo a risolverli, se l'acqua non preme il solido nè in su, nè da lato, e se, per non repugnare alla natura dei gravi, non può ella far altro che conficcare più fortemente il solido bagnato contro il fondo su cui riposava.

Al Viviani, giovane studente nella casa di Arcetri con l'assistenza viva di Galileo, parve tutto aureo e maraviglioso quel che leggeva nel Discorso intorno alle cose che stanno, e che si movon nell'acqua. Anzi quelle descrizioni, che ei trovava, della immersione e della demersione de' prismi retti di base rettangolare dentro vasi parallelepipedi, a fin di paragonare le moli acquee con le solide; tutt'altro che dargli occasione di dubitare gli suggerirono un'invenzione, di cui poi vecchio, e per bene altri meriti gloriosissimo, si compiacque, e intorno alla quale vogliamo intrattenere alquanto il discorso, per la curiosità del soggetto, e anche un poco per l'importanza.

Il Tartaglia, come si rammenteranno i nostri Lettori, concludeva la proposizione prima del suo secondo Ragionamento, osservando che si poteva per essa *conoscere l'area corporale de ogni strania forma di corpo.* La soluzione era data per via di Matematica, ma quel richiamar che il Tartaglia stesso faceva l'attenzione dei Matematici sull'esperienza, che si diceva aver fatto Archimede, per scoprire il furto dell'oro nella corona, sostituendo a migliore effetto l'uso della sua Bilancetta; aveva fatto sovvenire ad alcuni un modo assai più spedito e di facile esecuzione meccanica, per quadrare ogni forma di corpo più irregolare.

Il Clavio, nel quinto libro della sua *Geometria pratica,* diffuse la notizia dell' invenzione, che egli dice di aver letta in alcuni scrittori, e che poi così descrive: « Paretur arca lignea, ex asseribus levigatis, instar parallelepipedi cuiusdam, quae pice ita oblinatur, ut aquam continere possit. Arca haec tantae debet esse longitudinis, latitudinis atque altitudinis, ut corpus metiendum, intra ipsam positum, aqua totum possit operiri. Posita autem hac arca horizonti aequidistante, beneficio libellae aut perpendiculi, infundatur in eam tantum aquae, quantum satis est ut corpus impositum omnino tegat, notenturque diligenter suprema latera aquae in asseribus arcae, ut habeatur altitudo aquae usque ad arcae fundum. Extracto deinde corpore, ita tamen ut nihil aquae extra arcam cadat, notentur rursum latera aquae postquam quievit. Quod si metiamur duo parallepipeda, quorum basis communis est arcae fundus, sive basis, altitudines vero rectae a lateribus aquae notatis usque ad basem, et minus a maiore subtrahamus; relinquetur parallelepipedum soliditati corporis propositi omnino aequale » (Romae 1604, pag. 260, 61). In simile modo, soggiunge, s' avrebbe meccanicamente la misura della capacità di un vaso di qualunque forma, sommergendolo prima pieno di arena, ben chiuso dal suo testo che non ci avesse a entrar dentro l' acqua, e poi nuovamente sommergendovelo vuoto.

Galileo, come apparisce dalla fine del suo Dialogo intorno alla Bilancetta idrostatica da noi pubblicato, fu forse il primo, che applicò le immersioni dentro l' acqua, ricevuta in un vaso parallelepipedo, a quadrare le figure piane e i solidi geometrici circoscritti da curve, ed essendo stato quel Dialogo dettato allo stesso Viviani, il quale pure confessa di aver veduto anche il Clavio, si dovrebbe dire che poco rimanesse del merito nell' invenzione allo studente nell' ospizio di Arcetri, se non si ripensasse che egli non aveva allora più che ventidue anni. In ogni modo leggiamo quel ch' egli dava per frutto primaticcio de' suoi studi:

« Dimostrazioni trovate da me Vincenzio Viviani, nel mese di aprile 1640. *Teorema lemmatico.* Se un cilindro sarà uguale, ed egualmente alto che un parallelepipedo di base quadrata; dico che il cerchio base del cilindro sarà uguale al quadrato base del parallipipedo » (MSS. Gal. Disc., T. CX, fol. 30). La dimostrazione è lunga e tediosa: un esercizio giovanile addiritura. Dall' altra parte che due solidi prismatici uguali, aventi altezze uguali, debbano avere uguali anche le basi, consegue immediatamente dalla loro stereometria. Chiamati infatti P, P' i detti prismi, A e A', B e B' le loro altezze e le loro basi, se, nelle due equazioni $P = A \,.\, B$, $P' = A' \,.\, B'$, P è uguale a P', e A uguale ad A', necessariamente anche B è uguale a B'. Lasciamo perciò di trascrivere la dimostrazione, che ne dà il Viviani di questo Lemma, e passiamo al « *Problema meccanicamente risoluto:* Dato un cerchio trovare un quadrato eguale ad esso. »

« Sia il dato circolo, il cui diametro A: si deve assegnare un rettangolo a esso uguale. Preparisi un vaso di vetro, di figura di un prisma retto, la cui base sia un rettangolo, la larghezza del quale non sia minore del dia

metro del dato cerchio, e questo vaso sia CD (fig. 106), la base il rettangolo MD, contenuto dai lati MN, ND, il minor de' quali, se saranno diseguali, DN, quale si chiami *larghezza del vaso,* non sia minore del diametro del cerchio dato A. Infondasi nel detto vaso l' acqua o altro liquido all' altezza dell' altro lato MN del medesimo rettangolo MD, e sia questa DV, sicchè FV sia il livello dell' acqua infusa. Sia poi il cilindro retto AB, la cui base il cerchio dato A, e l' altezza BA la medesima DV del prisma d' acqua, sicchè, immergendo questo cilindro nel prisma d' acqua, la sua base A superiore sarà nel medesimo piano del livello FV, e l' inferiore nel piano del rettangolo MD, cioè, quando il cilindro toccherà il fondo del vaso, si sarà appunto finito di immergere tutto sotto il primo livello dell' acqua, ed averà scacciato sopra di sè una mole d' acqua uguale a sè stesso, la quale terrà la figura del vaso, cioè di un prisma, e sia questo CV. »

Figura 106.

« Averemo dunque il prisma d' acqua CV, uguale al cilindro AB, ed egualmente alto quanto detto cilindro, pigliando per altezza di questo prisma, non l' alzamento dell' acqua VE, ma la linea CT, la quale, essendo uguale alla MN, sarà ancora eguale all' altezza del cilindro, la quale si fece eguale alla MN. Adunque, per il precedente teorema lemmatico, la base del medesimo prisma CV, uguale ed ugualmente alto che il cilindro, sarà uguale alla base del medesimo. Ma la base del prisma è il rettangolo EG e del cilindro è il cerchio dato A; adunque questo è uguale al detto rettangolo, fatto dalla GV, larghezza del vaso, e dalla VE, alzamento dell' acqua, il quale si sarà potuto notare e segnare nell' esterna superficie del vaso, siccome ancora il primo livello FV, per essersi fatto il vaso trasparente. In questo modo dunque potremo quadrare qualunque circolo, poichè, pigliando la media proporzionale tra la larghezza VG e l' alzamento VE, il suo quadrato sarà uguale al circolo proposto, essendo il rettangolo delle estreme eguale al quadrato di quelle di mezzo, quando tre linee sono continuamente proporzionali. »

« E se la larghezza VG del vaso si farà uguale al diametro del cerchio proposto A, sicchè il cilindro AB entri per l' appunto nel vaso, cioè tocchi le sponde erette CN, SD, radendole nell' immergersi; ne seguirà che la medesima proporzione averà la larghezza VG, all' alzamento dell' acqua VE, che il quadrato, circoscritto al cerchio A, al medesimo cerchio, il che così fo manifesto » (ivi, fol. 31). E seguita il Viviani a scrivere la dimostrazione, ciò che fatto, così osserva: « Potevo più facilmente e più brevemente dimostrar questo di sopra: poichè, pigliando la medesima proporzione tra la larghezza e l' alzamento, il quadrato di essa è uguale al dato cerchio, come di sopra si è fatto manifesto. Adunque qual proporzione averà la larghezza

all' alzamento, tale l' avrà il quadrato della medesima larghezza al quadrato della media, cioè al cerchio dato. Ma il quadrato della larghezza è il medesimo che il circoscritto al cerchio, essendo la larghezza uguale al diametro del dato cerchio; adunque la medesima proporzione ha la larghezza del vaso all' alzamento del livello, che ha il quadrato, circoscritto al cerchio, al medesimo cerchio, quando il cilindro sarà grosso quanto la larghezza del vaso » (ivi, fol. 31 a tergo).

Il discorso può compendiarsi in due parole. Dall' identica VG : VE = VG : VE si ha VG : VE = VG^2 : VE . VG, che senz' altro conclude l' intento, essendo VG la larghezza del vaso, e VE l' alzamento dell' acqua. VG^2 poi è, nella fatta supposizione, il quadrato circoscritto al cerchio, e VE . VG il rettangolo che, per le cose dimostrate, s' uguaglia a esso cerchio.

Si comprende bene che il metodo può estendersi a qualunque figura si voglia dare alla base A, come per esempio di ellisse, d' iperbola, di parabola, di cicloide, delle quali sempre si ricaverebbe dal rettangolo EG la quadratura. Se avesse pensato a valersi di questa invenzione Galileo, si sarebbe forse assicurato, più facilmente che col pesar le incise figure, dover esser lo spazio cicloidale esattamente triplo di quello del circolo genitore: e chi sa che il Nardi, fra le altre meccaniche esperienze, che gli rivelarono il vero, non ricorresse anche a questa.

Ma comunque sia di ciò, il Viviani ha un secondo « *Problema, non men curioso dello antecedente, pur meccanicamente risoluto, e con facilità:* Data qualsivoglia figura solida, o regolare o irregolare, benchè rozzamente e stravagantissimamente configurata, questa si deve ridurre in un prisma o cilindro, ovvero in frusto di cono o di piramide, o di altra figura, che da una parte venga mancando, il che così conseguiremo, mettendo il problema in un particolar caso, cioè: data una sfera, ridurla in un parallelepipedo » (ivi, fol. 32).

Reputiamo superfluo il trascrivere la soluzione, che deriva per facile corollario dalla precedente, supposto che il cilindro AB sia una sfera, o altro solido o frusto di solido, che faccia sopra il primo livello del vaso sollevare un parallelepipedo d' acqua, ugualissimo alla sua propria mole. Dall' altra parte i lettori del Clavio, che avessero scelte figure geometriche rotonde, per immergerle nella cassetta di legno spalmata di bitume, conseguivano il medesimo effetto che a immergerle in questa più elegante e tersa vasca di cristallo. Nonostante il Viviani si compiacque, come dicemmo, di questa sua giovanile invenzione, benchè la riconoscesse per un giochetto, di cui scriveva così, nell' atto di rivendicarsene la proprietà da un tale, che se l' era usurpato: *E per dirla giusta questo giochetto mi sovvenne nello studiare quell' opuscolo d' oro delle Galleggianti del mio sovrano Maestro, là dove egli fa l' immersione e la demersione de' prismi retti di base rettangola o de' cilindri in que' vasi parallelepipedi, con paragonar le moli acquee con le solide a varii altri fini.*

Un poco più tardi però, tornando il Viviani a studiar sopra l' opuscolo ammirato, ebbe a notar qualche macchia su quel che gli era prima apparito

oro schietto, e il quarto e il quinto teorema, per esempio, gli parve che si sarebbero potuti dimostrare più facilmente di quel che non aveva fatto il suo sovrano Maestro, e senza alcun bisogno di lemma antecedente. (MSS. Gal. Disc., T. CX, a tergo del fol. 32). Ma dalla forma passando a cosa ben assai più importante, alla sostanza, fu il Viviani stesso uno de' primi ad avvertir che il principio, a cui s' informava il discorso di Galileo, rispetto al conferire il momento della gravità dell' acqua che sale, col momento della gravità del solido che scende, per concluderne indi i vari stati di questo dopo l' immersione; non era applicabile universalmente. « Quando il vaso, nel quale si fa l' immersione del solido (scrive in una nota, da mettersi per postilla alle Galleggianti della seconda edizione) sarà pieno d' acqua, non pare che cammini questo discorso, che fa qui il signor Galileo, perchè il momento della gravità dell' acqua all' essere alzata o è nullo perchè immediatamente segue il trabocco, o se è qualche cosa, è sempre l' istessa. Sicchè questo pareggiamento di momenti tra l' acqua e il solido o non ci dovrà esser mai, o sempre, in qual si sia stato d' immersione del detto solido » (ivi, fol. 54).

Del difetto capitale però di queste idrostatiche istituzioni galileiane non s' era, come il Borelli, accorto ancora nemmeno il Viviani, che, col medesimo zelo del suo collega, troviamo a quel tempo concorrere alla difesa del Michelini. Vedremo in quest' altro Tomo le ragioni che egli speculava, e l' esperienza che immaginava, per provare che l' acqua non preme obliquamente, ma secondo la sola direzion perpendicolare, le sponde dei vivai. Ora convien dire come si venissero egli stesso e il Borelli a ravvedere di un tanto errore, pigliandone occasione da quella leggerezza positiva, la confutazion della quale gli aveva pure condotti a ritrattarsi intorno al credere che l' acqua in mezzo all' acqua non pesa.

Un solenne Peripatetico stringeva i suoi contradittori con un argomento, ricavato dalle dottrine del loro proprio Maestro. Il prisma, diceva, aderente con la base al fondo, e con tre delle facce sue laterali a contatto intimo con le pareti del vaso, benchè da una parte sola lo bagni l' acqua, di cui si suppone men grave in specie, nonostante vien da lei sollevato, come dimostra in una delle sue proposizioni il vostro Galileo. Irragionevolmente però egli attribuisce quel sollevamento all' acqua circonfusa, la quale, non facendo forza nè di sotto in su, nè da lato, non opera dunque nulla in produr quell' effetto, che non si potrebbe perciò attribuire ad altro, che a una leggerezza propria del solido, connaturata con lui e positiva.

Il Borelli e il Viviani, che riconobbero conseguir l' argomento, per logica necessità, dai loro propri principii, non avendo ragioni da rispondere, ricorsero alle esperienze, che istituirono insieme nella loro Accademia, e dalle quali risultò di fatto che il prisma adattato come sopra nel vaso, anche a circonfondergli un liquido quanto più si voglia grave in specie, si rimane, contro il supposto di Galileo e del Peripatetico, immobile sul fondo, anzi affissovi più che mai. L' esperienze furono varie, ma la più bellamente dimostrativa fu quella, in secondo luogo descritta nel libro dei *Saggi* (Fi-

renze 1841, pag. 133, 34), consistente in un vaso di legno, incavatovi sul fondo un emisfero perfettamente uguale a quello di una palla d'avorio, la quale non fu veduta crollarsi dal suo incastro, benchè si riempisse il vaso del pesantissimo argento vivo. « Porro hoc experti sumus in Academia experimentali medicea » disse poi il Borelli nella proposizione LXXXII *De motion. natur.* (pag. 170). Ma quanto alle ragioni dell'esperienza non sapeva egli allora, nè i suoi Colleghi, far altro che ridurle a un nome vago, divenuto per le platoniche tradizioni solenne, a quello di *circumpulsione.* Lo Stevino, tanto tempo prima, aveva descritte simili esperienze, per confermarne la teoria: i Nostri invece s'erano incontrati nell'esperienza, per non saperne la teoria, la quale era inutile chiedere agl'insegnamenti galileiani, dissipatori di ogni idea, che si fosse avvicinata alle pressioni idrostatiche, e specialmente a quelle che si producono in mezzo ai liquidi di basso in alto.

Cercando dunque di ridursi sul diritto filo dai primi deliri, il Borelli ebbe a riconoscere quanto irragionevolmente avesse creduto e scritto che non può l'acqua ripremere in su, perchè ciò repugna alla natura dei gravi. Anche nella stadera, pensava, se non è in equilibrio, va in su il peso che ha minore il momento, eppure, tutt'altro che repugnare alla gravità, è anzi questo un effetto naturale di lei. Ora, anche le parti componenti una mole fluida son congiunte insieme, e mobili intorno a un centro immaginario, come nella stadera, ond'ei non è maraviglia se, prevalendo il momento d'una parte a quello dell'altra, mentre l'una scende naturalmente, l'altra, pure naturalmente, sia costretta a salire. Scorto da questi pensieri il Borelli confermò che essendo EG (fig. 107) il prisma, come lo suppone Galileo, l'acqua circonfusagli dalla parte FC non vale a sollevarlo, perchè BC è si veramente una libbra, « non quidem convertibilem circa centrum G, sed stabilem et firmam cum in ea minime contrarii motus descensus partis GC, et ascensus alterius radii GB fieri possint simul et semel. Unde mirum non est lignum GE e fundo vasis non ascendere » (ibid., pag. 167). Affinchè ciò avvenga, soggiunge il Borelli, si richiede una condizione, ed è che l'acqua FC (fig. 108) possa scendere, e scendendo sollevare l'acqua con lei congiunta BL, quasi altro bacino della bilancia. « Et haec est legitima et adaequata causa quare lignum a maiori impulsu aquae collateralis prementis sursum impellitur ab aqua, quae infra eius basim insinuatur » (ibid., pag. 168).

Figura 107.

Figura 108.

Di qui si vede che il Borelli giunse felicemente a sciogliere il problema, innanzi a cui s'era l'Aggiunti mostrato così irresoluto, per vie tutte sue proprie, men convenienti con quelle nuove segnate da Galileo, che con le antiche di Archimede, alle quali (fatta esperienza dei difetti delle dottrine del suo maestro) fece ritorno in dimostrare i principali teoremi dell'Idrostatica.

Basti citar la proposizione LI, iu cui si dimostra così la VII del primo *De insidentibus humido:* « Intelligatur vas ELC (rappresentato dalla medesima figura 108) aqua plenum, in eoque immergatur corpus aliquod grave durum ac consistens DE, quod gravius sit aqua collaterali FC. Patet ex Archimede duo pondera DE et FC collocari in libra quadam imaginaria ac perpetua BC, in qua excessus ponderis solidi DE supra gravitatem aquae FC, quae sit aequalis mole ipsi DE, semper idem est, in quacumque aquae profunditate solidum collocetur. Sitque pondus E excessus, quo pondus DE superat gravitatem aquae FC; igitur conatus, vis et impetus, quo solidum DE descendit infra aquam, mensuratur a vi ponderis E » (ibid., pag. 110, 11).

Ma se il Borelli trovava in Archimede il filo, da ridursi in sulla diretta via di dimostrare gli equilibri idrostatici, e di risolvere un problema, a cui le dottrine di Galileo non somministravano i necessari argomenti, il Viviani invece accusava il Siracusano di questo stesso difetto, dipendente dal non aver egli trattata la scienza in modo universale. Diceva che le dimostrazioni di lui non valgono se no nel caso, che le parti infime siano premute dalla mole, che le sovrasta perpendicolarmente, ciò che poteva esser bene creduto dall' ossequioso Discepolo, avendoglielo insinuato il suo sovrano Maestro, ma quanto fosse falsa una tale opinione è manifesto dalla Storia, dalla quale resulta che Archimede, oltre al primo postulato, che l' umido prema perpendicolarmente, n' aggiunge l' altro che prema di sotto in su: condizione, alla quale se avessero atteso gli studiosi, e fosse stata avvertita dal nostro Viviani, non gli bisognava ricercar nulla di più a conseguire l' intento suo principale, qual' era di dimostrare che, *se alla superficie inferiore del grave non sarà sottoposta mole alcuna di fluido, in cui è sommerso; quantunque più grave in specie sia il fluido detto, ed ancorchè grande sia l' altezza di esso, il grave non verrà su.* Avrebbe dovuto dunque più ragionevolmente esso Viviani, invece che Archimede, accusare il suo proprio Maestro, e tutti coloro che non avevano saputo comprendere in unità di scienza i due libri *De insidentibus humido.* Ma fisso in questa opinione, si volle applicare egli stesso a dare all' Idrostatica quella universalità, che diceva mancarle.

Gli giovò molto in tale studio la nuova Idrodinamica del Torricelli, e tutto gli parve si riducesse a dimostrare come mai una particella, premuta da tutte le particelle liquide soprastanti infino alla più superficiale, acquisti tale impeto, da risalire alla medesima altezza. Cosicchè considerando tutta intera la mole come composta d' infinito numero di zampilli, o di filetti, o di *raggi fluidi,* come ei propriamente gli chiama, riduceva tutto il negozio a conferire i momenti nella perpendicolare con quelli fatti secondo qualsiasi inclinazione. Così concludeva che, essendo il punto A per esempio (fig. 109) compreso fra le due superficie orizontali CD, EF tanto è premuto perpendicolarmente dal raggio BA quanto obliquamente dal raggio AG, e da tutti gli altri infiniti, che indi si conducessero a CD, superficie del liquido stagnante. AB poi e AG,

Figura 109.

in mezzo alla mole liquida, di cui sono una parte componente infinitesima, si possono così bene riguardar quai liberi zampilli o sifoni comunicanti, per cui, dal farsi insieme equilibrio i momenti di AB e di AG o dal prevaler l'un sopra l'altro, dipenda del punto A soggiacente o la quiete o il moto.

È dunque presentata dal Viviani sotto altra forma, ma in sostanza è la medesima bilancia di Archimede, e vedremo che, trattata con simili ragioni, anche serve ai medesimi usi. Il vantaggio si consegue principalmente dall'applicatovi metodo degl'indivisibili e il ridur la massa liquida a filetti, di cui si possano, per i teoremi della Meccanica, calcolar le proporzioni dei momenti gravitativi, porge al Viviani il mezzo, per giungere alla prima matematica dimostrazione dell'uguaglianza delle pressioni per tutti i versi. Veramente questo general trattato de' raggi fluidi dovrebbe precedere il trattatello *Degli abbassamenti, e sollevamenti de' corpi ne' fluidi diversamente gravi, attesa la loro gravezza*, che ora siam per produrre alla notizia de' nostri Lettori, non essendo questo stesso che una derivazione di quello. Ma si è creduto più opportuno tenere un ordine diverso, bastando aver accennato ai principii, da' quali presupposti noti, fa refluire il Viviani la universalità nella scienza dei galleggianti.

« Archimede, nel libro intitolato *Delle cose che stanno sull'umido*, prese a dimostrativamente trattare la materia sopraddetta, il che fece egli ingegnosamente come suole, ma con principii poco universali, ed insufficienti a dimostrare molti effetti, che in diversi casi sogliono intorno a tal materia occorrere, e da essa dipendere. Poichè tutto il progresso delle sue dimostrazioni non vale primieramente, se non in caso che le parti infime del fluido si trovino ugualmente poste, e continuate fra loro, al che è necessario che si trovino o sopra una medesima superficie orizzontale collocate, o, com' egli unicamente assume, nel comune centro concorrenti. »

« Secondariamente, non vale se non in caso che le medesime parti infime siano premute dalla mole, che le sovrasta perpendicolarmente. Ma bisogna che le dimostrazioni in tal materia valgano universalmente, in qualunque irregolarità di superficie sottoposte, ed in qualunque caso che dalla mole superiore, o perpendicolarmente o secondo qualunque inclinazione, obliquamente vengano premute. Il che fare sarà a noi, per le cose dimostrate intorno ai momenti de' raggi fluidi, facilissimo, come dalle proposizioni seguenti potrà ciascuno vedere. »

Figura 110.

« PROPOSIZIONE I. — *Di qualunque gravezza o l'uno o l'altro si sia, ogni corpo sopra ogni fluido comincia necessariamente a scendere.* »

« Sopra qual si sia fluido AB (fig. 110), la cui superficie superiore AC, intendasi posato qual si voglia corpo grave E, che, con tutta o parte della superficie inferiore DF, tocchi qual si voglia porzione DF di esso. Dico che E scenderà necessariamente sotto AC. Imperocchè premerà DF una mole sot-

toposta DK, il cui estremo inferiore LK, al di cui abbassamento resisterà una mole simile, dalla sommità AC del fluido circostante seco inferiormente concorrente in LK, per esempio KM. Poichè dunque a DK, oltre il proprio momento, è aggiunto il momento di E, sarà in LK il momento DK maggiore del momento MK, e perciò preponderando si rifletterà verso KM, e si abbasserà dalla sommità AC, onde il corpo E verrà necessariamente a scendere. Il che ecc. »

« Proposizione II. — *Tanto qualsivoglia grave seguiterà a scendere sotto il fluido, finchè il momento di tutto sia uguale al momento del fluido, il cui luogo occupa la parte sommersa.* »

Figura 111.

« Intendasi nella figura 111 sommersa del grave, sotto l' AC, la porzione DFSR, che occupi nel fluido AB il luogo DFSR. Dico che se il momento del fluido, in DFSR, sarà uguale al momento di tutto E, resterà questo di scendere. Imperocchè, essendo il momento di DK, insieme col momento del fluido DFSR, uguale in LK al momento MK; sarà ancora il momento di DK, insieme col momento di E, uguale al momento di MK in LK; onde non potrà DK più abbassarsi, ed il grave E scendere. Il che ecc. »

« *Corollario I.* — Se il fluido sarà ugualmente grave in specie, il corpo sommerso tanto seguiterà a scendere, fino che sia precisamente immerso tutto. Imperocchè allora il momento della mole tutta sarà uguale al momento del fluido, il cui luogo occupa la sommersa. »

« *Corollario II.* — Se il fluido sarà più grave in specie, il corpo soprapposto resterà di scendere prima d' esser sommerso tutto. Imperocchè, essendo il fluido più grave, tanto seguiterà a scendere, fin che occuperà il luogo d' una tal mole fluida, minor di tutto, che averà con esso momento uguale. »

« *Corollario III.* — Se il fluido sarà men grave in specie, il corpo sommerso non resterà mai di scendere. Imperocchè, ancora tutto sommerso, ha momento necessariamente maggiore, che la mole del fluido, il cui luogo occupa in esso. »

« Proposizione III. — *Il momento del grave, allo scendere per un fluido men grave in specie, è uguale all' eccesso sopra il momento della mole, il cui luogo egli occupa in esso.* »

« Intendasi, nella figura 112, il grave E sommerso tutto sotto AC, sicchè gli sovrasti una mole fluida PR, e sia E più grave in specie che AB. Dico il momento di E, allo scendere per AB, essere quanto l' eccesso del momento di E sopra il momento della mole, il cui luogo DFRS occupa in AB. »

Figura 112.

« Il grave, col momento del proprio peso e del peso della mole sovrastante PR, cioè col momento di tutta la mole PF, preme la mole sottoposta,

al cui abbassamento resiste il momento della mole simile KM. Allo scendere dunque di E s' oppone la mole KM, che da esso potrà essere respinta, e perciò con tanto momento verrà a scendere verso LK, con quanto il momento della di lui pressione in LK, cioè della mole PK, preponderera sopra il momento della resistenza di MK in LK, che è tanto, quanto l' eccesso di E sopra il fluido, che era in DFRS. Poichè, quello essendo in DFRS, il momento della mole PK in LK, al momento della mole MK, sarebbe uguale. Il che ecc. »

« PROPOSIZIONE IV. — *Qualsivoglia grave, posto liberamente dentro un fluido di lui più grave in specie, sarà dal fluido circostante respinto per di sotto allo in su.* »

« Intendasi, nella figura precedente, il fluido AB più grave in specie del grave E posto dentro di esso. Dico che il grave E sarà dalla mole MK verso lo spazio PR respinto. Imperocchè alla riflessione della mole MK verso PR non resiste che il momento del grave E, insieme col momento della mole sovrastante PR, cioè il momento di tutta la mole composta PF. Perchè dunque il fluido, che era in DFRS, è più grave in specie del grave E, sarà il momento di E minore del momento del fluido in DFRS, e perciò il momento della mole PF in LK sarà tanto minore del momento della mole MK in LK, quanto il momento di E è minore del momento del fluido, che era in DFRS, onde preponderando MK in LK, si moverà col momento dell' eccesso detto verso lo spazio PR, e respingerà verso esso il grave E. Il che ecc. »

« *Corollario I.* — Sicchè il momento, con che il fluido circostante più grave in specie scaccia di sotto in su il grave che sta dentro, è uguale all' eccesso del momento del fluido, il cui luogo occupa il grave, sopra il momento di esso. »

« *Corollario II.* — Onde universalmente il momento, con che un grave dentro il fluido o va in giù o è scacciato in su, è uguale alla differenza del momento del grave detto dal momento del fluido, il cui luogo egli occupa. »

« *Corollario III.* — Dal che è manifesto, nel fluido egualmente grave in specie, non potere il grave andare nè in su nè in giù con momento alcuno, non v' essendo differenza alcuna di momento tra esso, e il fluido, il cui luogo egli occupa. »

« PROPOSIZIONE V. — *Se alla superficie inferiore del grave non sarà sottoposta mole alcuna di fluido, in cui è sommerso, quantunque più grave in specie sia il fluido detto, ed ancor che grande sia l' altezza di esso; il grave non verrà su.* »

Figura 113.

« Intendasi nel fluido AB (fig. 113) il grave E, alla cui superficie inferiore LK non sia sottoposta parte alcuna di AB, ma le sia immediatamente contigua la parte del fondo LK. Dico che, quantunque più grave in specie sia AB, e quantunque grande la di lui altezza si sia, il grave E non verrà su. Imperocchè non potrà dal fluido circostante essere per di sotto in su respinto. Il medesimo seguirà se alla superficie LK sarà contigua per LK l' aria, onde cessa ogni sospetto che si potrebbe in ciò avere del vacuo. »

« Proposizione VI. — *Se il fluido, sottoposto alla superficie inferiore del grave sommerso, non averà comunicazione con alcun fluido superiore, quantunque più grave in specie sia il fluido detto, e quantunque grande la di lui altezza si sia; il grave non verrà su.* »

Figura 114.

« Intendasi nel fluido AB (fig. 114) il grave E, alla cui superficie inferiore DF sia sottoposta qualsivoglia mole di esso DB, la quale, per essere DF alla superficie circostante del vaso immediatamente contigua, non possa avere comunicazione alcuna col fluido soprastante AF. Dico che, quantunque più grave in specie sia il fluido AB, e quantunque grande sia la di lui altezza, il grave E non verrà su. Imperocchè, non avendo il fluido superiore AF comunicazione alcuna coll' inferiore DB, non potrà similmente il grave E essere da quello per di sotto in su respinto. »

« Proposizione VII. — *Se il fluido, sottoposto al grave sommerso, non avendo comunicazione col fluido soprastante, l'averà con un altro superiore, quantunque più grave in specie egli sia; può il grave, secondo varie altezze di esso, venire o non venire in su.* » (MSS. Gal. Disc., T. XXXIV, fol. 195-98).

Figura 115.

La dimostrazione sembra a noi intorbidata dalle troppe parole. Se il grave E (fig. 115) dentro il vaso AF ha di sopra il liquido AR, il quale però di sotto non comunichi col fluido DKM, è manifesto che il momento esercitato dalla mole composta AK sopra LK, qualunque egli sia, può sempre essere vinto dal momento, con cui la mole liquida MK preme la medesima LK, purchè il livello MH giunga all' altezza necessaria. Ond' ei s' intende come, secondo queste varie altezze, possa il solido E rimanere o esser mosso, e anche s' ha da questa proposizione che, per via della sola altezza, vien l' acqua ad acquistare tal forza, da vincere qualunque resistenza a lei si opponga.

Quest' ultima principalmente è una di quelle verità, che il Viviani credeva non si poter concludere dai teoremi di Archimede, di cui perciò la scienza idrostatica s' intendeva, per queste VII proposizioni con altro metodo condotte, di rendere universale. Non molti anni dopo, rimastisi questi generosi propositi del Nostro nelle sue private carte abbandonati, si ripresero con ardore dall' Herman, il quale, non solo si mostrò mal contento di Archimede, ma del Pascal stesso, e di quanti altri lo avevano preceduto, dicendo che, sebbene avessero tutti costoro dimostrato con facilità le ragioni degli equilibri fra i liquidi, e i solidi in essi notanti; non erano nulladimeno i loro metodi universali. « Etsi me non lateat (dice nel cap. III della seconda parte della Foronomia) aequilibria fluidorum, cum inter se, tum etiam solidorum corporum cum fluidis homogeneis ex aliis principiis nonnihil brevius posse

deduci, scilicet ex fundamento maximi descensus centri gravitatis, quem omnia corpora inter se commissa affectant, seu, quod ferme eodem redit, ab aequalitate momentorum corporum inter se agitandorum, cuiusmodi principiis Pascalius aliique usi sunt; verum, praeter quam quod talia principia indirecta sunt, ea vix ac ne vix quidem absque longis ambagibus fluidis heterogeneis applicari posse videntur, in ea universalitate, in qua praecedentes propositiones ex principiis suis proximis directe deduximus » (Amsteledami 1716, pag. 157).

Ma noi osservammo che questi principii prossimi, da cui dice l'Herman id aver direttamente dedotte le sue proposizioni, erano quelli stessi supposti già da Archimede, e da' quali aveva egli stesso dedotte le sue ammirabili proposizioni, scritte nel secondo libro *De insidentibus humido.* Non importa ripeter qui quel che dicemmo nella seconda parte del capitolo primo di questo Tomo, persuasi come siamo che i nostri Lettori non abbiano oramai più nessun dubbio intorno alle pressioni idrostatiche di basso in alto, le quali, ora essendo pari, ora inferiori, ora superiori alle pressioni d' alto in basso, prodotte dalle gravità naturali; fanno sì che i settori sferici, e i conoidei parabolici propostisi dal Siracusano, ora galleggino stabilmente sull' umido, ora tornino in su violentemente sommersi, ora scendano senza poter aiutarsi, e si rimangano al fondo. È un fatto dunque che l' universalità, che si voleva dare alla Scienza, l' aveva ella avuta già dallo stesso Archimede, di cui sventuratamente nessuno seppe indagare il segreto. Che sia così, dalla Storia vien dimostrato abbastanza, ma noi vogliamo che sia suggellato il discorso per un esempio, offertoci dall' interpetre più acuto e più dotto, che abbia avuto Archimede fra' nostri.

Antonio Nardi, in quella parte del suo manoscritto, in cui *ricerca* le opere del suo antico Maestro, giudicava così i due libri *Delle cose che stanno nell' umido* : « Quest' opera, che non si trova in greco, è parte fisica, e parte meccanica. È divisa in due libri, de' quali il primo al secondo ha quasi la stessa ragione, che ha il primo al secondo *De' superficiali equilibri.* Investigansi in essa gli equilibri dell' umido, in quella maniera quasi, che nell' aria s' investigano gli equilibri, in altra opera poco sopra rammentata. Il soggetto dunque è di delicata e sottil materia, sopra la quale moltissime considerazioni far si potrebbero. »

Come, a dire dunque del Nardi, nel primo libro *De aequiponderantibus* si tratta dell' invenzione del centro di gravità nelle figure piane circoscritte da linee rette, e nel secondo, del centro di gravità nelle superficie paraboliche; così nel primo *De insidentibus humido* si tratta del notar dei prismi, e nel secondo de' conoidei parabolici. Il confronto è per verità troppo superficiale, e indegno di un tanto uomo, il quale pare impossibile non si fosse accorto che il primo libro idrostatico d' Archimede differisce dal secondo, non già per la varietà delle figure galleggianti scelte ad esempio, ma per i principii inclusi nelle due supposizioni, la prima delle quali presiede, per così dire, al governo delle pressioni perpendicolari, per cui stanno e si muovono

o in su o in giù le solide grandezze, e la seconda presiede al governo delle forze contrarie, restitutrici nella primiera stabilità di equilibrio i conoidali inclinati. Se si volesse instituire un paragone più giusto, si direbbe piuttosto che il primo libro *De insidentibus humido* sta al secondo, come gli Elementi idrostatici stanno all'Acrobatica dello Stevino: giudizio, a cui molto s'avvicinò il Lagrange, quando, del sopra memorato secondo libro archimedeo, così scrisse: « Ce livre est un des plus beaux monumens du genie d'Archimede, et renforme une theorie de la stabilité des corps flottans, a la quelle les modernes ont peu ajôute » (*Mechan. analyt.* cit., pag. 124). Nessun altro forse aveva dato un giudizio così vero come questo, da cui perciò vogliam cogliere l'occasione di concludere il proposito fatto sui principii del nostro discorso, qual'era di mostrar come l'Idrostatica, profuga per tanti secoli, finalmente tornasse ad Archimede, quasi a rivivere con lui delle sostanze paterne.

CAPITOLO IV.

Delle pressioni idrostatiche

SOMMARIO

I. Del principio dell' uguaglianza delle pressioni, proposto dal Torricelli, confermato dal Nardi e dal Ricci, e sperimentalmente dimostrato dal Magiotti. — II. Del trattato dell' equilibrio de' liquidi del Pascal, e de' Paradossi idrostatici del Boyle. — III. Della riforma idrostatica avvenuta, per l' impulso delle tradizioni torricelliane, in Italia. — IV. De' raggi fluidi e delle ragioni dei loro momenti: trattato di Vincenzo Viviani. — V. Della soluzion del problema: perchè gli animali sott' acqua non ne sentano il peso.

I.

Quel rifuggir che fece la Scienza italiana dai savi metodi antichi, così felicemente dallo Stevino proseguiti ne' tempi nuovi, ci hanno le cose fin qui narrate dimostrato di fatto che deve imputarsi a Galileo, il quale, tutto riducendo a conferire insieme le ragioni dei momenti virtuali, bandì dall' Idrostatica ogni idea di quelle pressioni, ch' esercitano i liquidi fra loro, e sui solidi immersi. Or perchè gli Elementi idrostatici del Matematico di Bruges furono per lo Snellio pubblicati quattro anni prima del Discorso intorno alle galleggianti, importa molto sapere se fossero al Nostro, mentre scriveva, note le proposizioni dimostrate dallo straniero.

Ripensando alla distanza de' paesi, e alla difficoltà de' commerci letterari a que' tempi, è facile congetturare che non fossero bastanti quattr' anni a fare approdare in Italia un libro scientifico, scritto e stampato in Olanda. Dall' altra parte Galileo, così geloso d' ottenere il primato in tutto, e così trepidante che non gli fosse tolto, non poteva pensare, nè si curava perciò nemmen di cercare se altri l' aveva prevenuto.

Ma avvenne che si trovasse allora colà un suo carissimo amico, Daniele Antonini, il quale, conversando con que' dotti olandesi, udì da loro le nuove maraviglie scoperte nelle proprietà dell' acqua, e come avessero veduto una

bilancia di braccia uguali, sopra la quale un' oncia d' acqua da una parte contrappesava cento libbre dall' altra. Comunicò l' Antonini questa curiosità a Galileo, che rispose non essergli la cosa riuscita punto nuova, perchè, avendo egli già dimostrato come sia possibile *che una nave così bene galleggi in dieci botti d' acqua come nell' oceano* (Alb. XII, 26), aveva come lo Stevino, e prima di lui, dietro questo principio, immaginato una bilancia, nella quale un galeone poteva esser sostenuto da un' inguistara d' acqua. Nonostante pregava l' amico gli descrivesse particolarmente l' esperienza olandese, per vedere se s' accordava colla sua.

Avuta la desiderata descrizione, Galileo riconobbe che si trattava d' altro da quel che s' aspettava, e sentì che la cosa davvero era nuova: tanto anzi nuova, che non ritrovava nella sua propria scienza ragioni da spiegarla. Sembra che gli si rintuzzasse da ciò la prima concepita baldanza così, da non saper che si dire all' Antonini, il quale, maravigliato del veder corrispondere le sue premure con quella trascuratezza, veniva a tentar l' amico lontano con sì fatte parole scritte in una lettera il dì 11 Gennaio 1611 da Linghen: « Nell' altra mia V. S. avrà avuta quella Bilancia idrostatica di braccia uguali, nella quale un' oncia d' acqua da una parte può sollevare facilmente cento libbre di peso, dall' altra parte posto, con il mezzo di quella forza, per la quale potrebbe il galeone notare in una inguistara d' acqua. Non so se si accorderà colla sua » (MSS. Gal., P. VI, T. VIII, fol. 8).

Di quest' ultime parole dovette Galileo sentir la puntura acuta, costretto a confessare che l' invenzione dello Stevino non si poteva far nemmeno dipendere dai principii da sè professati, non che affermare che s' accordava colla sua. Il Discorso delle galleggianti già scritto si dovette perciò mandare in pubblico senza l' ornamento di quella magica Bilancia, la quale ebbe a contentarsi di far poi nella privata lettera al Nozzolini più modesta comparsa.

Intanto Giovanni Bardi, in Roma, declamava ai Lincei quella dissertazione idrostatica, nella quale Galileo suo Maestro veniva assunto alla medesima gloria con Archimede, e finiva per descrivere l' esperienza steviniana ai colleghi maravigliati. Non è però il Bardi semplice relatore di una curiosità, come sembra che fosse l' Antonini, ma parla in nome della scienza, soggiungendo le ragioni evidenti a dimostrar ciò che poteva apparire un paradosso anche agl' ingegni meno volgari. « Nihil enim referre videtur gravis sit vel levis cylinder, dummodo ab alio sustentetur, et aquae ut res postulat immergatur, atque adeo munus obeat, vel aquae novem librarum quarum locum occupat, vel cuiuscumque alterius corporis cum aqua gravitatis, hoc enim si eumdem locum occupare cogitatur, non aliter quam ipsa aqua gravaret lancem, et una cum reliqua libra aquae decem plumbi vel marmoris libris aeque ponderaret. Ergo et cylinder, qui potentia gravitati illius corporis aequali intra aquam detinetur, eumdem quem idem corpus vel aqua effectum praestabit » (Targioni, *Notizie degli aggrandim. ecc.*, Firenze 1780, T. II, pag. 10).

La spiegazione del paradosso steviniano, data qui, è quella medesima che si legge nella lettera al Nozzolini: anzi la conclusione del Bardi, al riscontro, è la fedel traduzione latina delle parole originali di Galileo: « E così verrebbe in certezza che il *cilindro*, sebbene scaccia l'acqua del vaso, nientedimeno, col solo occuparvi il luogo dell'acqua scacciata, vi conserva tanto di gravità, quanto appunto è quella dell'acqua scacciata » (Alb. XII, 114). Da ciò siamo certificati che la dissertazione accademica del Discepolo fu scritta sotto la direzion del Maestro, che dovette lasciar correre la solenne commemorazione fattavi di Simone Stevino, dal *vastissimo experimentorum oceano* del quale diceva il Bardi d'avere attinta la descrizione del maraviglioso strumento. Galileo invece ne parla come di cosa di sua propria invenzione, suggeritagli dalle critichè dell'Accademico incognito, a cui solo perciò e non allo Stevino professa di restare obbligato. Ma se la prepotente autorità del Maestro non valse a indurre il dissertante linceo ad attribuirgli la Bilancia idrostatica, usò nulladimeno in quel suo dissertare ogni arte, per fare apparire che alcune non men belle esperienze, proposte negli Elementi idrostatici, non mancavano pùre nel Discorso delle Galleggianti.

La lamina di piombo che, sebben libera, non si stacca dall'orlo inferiore del tubo di vetro, convenientemente profondatasi insieme con lui nell'acqua, e che lo Stevino descriveva nel suo libro, per dimostrare la pressione fatta di sotto in su dal liquido; il Bardi la rassomiglia alla tavoletta di ebano galleggiante secondo le posizioni di Galileo. « Videtis ut tabella haec plumbea, haud parvi ponderis, cylindro vitreo adhaerescere mediis in undis malit, quam in fundo loco suo proprio suaviter conquiescere? Jucundissimum profecto spectaculum, et philosopho mathematico dignissimum, in quo, nisi plane caecutio, videre mihi videor miraculum Naturae iterum, quod paulo ante in tabella natante una conspeximus. Utrobique puteus aereus est, utrobique fundus e materia aqua graviore: parietes dumtaxat, qui illic sunt aquei et fluidi, hic existunt vitrei ac solidi, eum in finem ut putei aerei altitudo quae alioquin ad laminarum crassitiem definitam habet a natura proportionem, augeri ad arbitrium queat. Qua aucta, necesse est ut aquae moles quae antea, cum libere natabat tabella, parti demersae aequalis erat et aeque gravis, iam secundum molem aucta gravior evadat atque idcirco tabella plumbea una cum vitro teneri quidem praeter Naturae leges intra aquam profundius possit, mergi vero, quamvis libera sit, non possit » (Targioni, *Notizie* e Tomo cit., pag. 9, 10).

Questa eloquenza accademica del Bardi mandava soavi profumi d'incenso alle segrete ambizioni del suo Maestro. Il merito vero però non consisteva nell'inventare e nel descrivere spettacoli giocondissimi, ma nell'illustrarli co' principii della Scienza, ciò che, per reputarli veramente degni di loro, avrebbero piuttosto desiderato i Filosofi matematici. Ora è un fatto che dal Bardi si declamano ossequiosamente gli errori imbevuti nell'insegnamento di Galileo, in cui non par che la Scienza steviniana abbia nulla giovato a riformare i giudizi. Non importa ripetere che, nelle postille all'Incognito e

nella lettera al Nozzolini, si conferma essere il peso dell' acqua, che riempirebbe la fossetta scavatasi dall' assicella di ebano, uguale al solo peso di essa assicella; come pure il Bardi, sulla parola del suo maestro, confidentemente asserisce essere al solido, senza l' aria che gli sovrasta, la detta mole acquea *aeque gravis:* a provare che Galileo non ricevè alcun benefizio dalle tradizioni precedenti, basta ripensare a quella attrazione calamitica dell' aria, alla quale principalmente egli attribuiva nel suo Discorso il galleggiare sull' acqua le palline di cera. Lo Stevino aveva insegnata la vera e adeguata causa di un tal galleggiamento nelle pressioni, che di sotto in su si suscitano dentro la massa del liquido, onde, essendo per Galileo venuti l' occasione e il tempo di saper la verità a tutti oramai pubblicamente nota, si crederebbe che da vero Filosofo si movesse egli il primo ad abbracciarla, per valersene opportunamente nel rispondere al Nozzolini.

A questi, allora professore nello studio di Pisa, pareva cosa dura affermare che gli arginetti si reggano intorno alla cera e all' ebano dalla virtù attrattiva dell' aria, ond' egli avrebbe voluto dire piuttosto, a proposito del bicchiere vuoto rivolto colla bocca in giù, e tuffato a forza nell' acqua, in fondo alla quale stia una pallina di cera; che, nel tirarlo in su, « quella cera seguita l' aria di quel bicchiere *ratione vacui,* perchè tirandolo in su con qualche velocità, bisogna che quel che v' è dentro lo seguiti, siccome, alzata con velocità la coperta di un libro, si tira dietro due o tre carte » (Alb. XII, 99).

Galileo pensò che sarebbe, per far più breve la risposta e renderla più efficace, bastato il dichiararsi meglio intorno al modo, con cui la palla di cera si solleva dal fondo, in virtù dell' aria che se le manda col bicchiere rovesciato, « il qual modo, egli dice, non è altrimenti per attrazione di vacuo, mentre che il bicchiere con velocità s' alzasse, anzi è necessario sollevare il bicchiere lentissimamente, dando tempo che l' acqua possa subentrare a suo bell' agio a proibire il vacuo: ma la causa del sormontar la palla è l' aria, che le resta contigua » (ivi, pag. 116). In questa sola contiguità poi fa Galileo consistere tutto l' effetto, cosicchè rifioriscono qui le macchie sparse nel Discorso idrostatico, e se qualche differenza ci è, si riduce al modo di spiegar come l' aria così tenacemente si rimanga col galleggiante contigua, da acompagnarlo per tutto il suo affondarsi nell' acqua. Aveva prima attribuito il fatto a un' attrazione calamitica, con scandalo universale, di cui però dà la colpa al non essersi spiegato così bene allora, come ora che dice di voler riferire, e di avere inteso sempre di riferire l' aderenza dell' aria con la falda a quel *solo contatto esquisito* (ivi, pag. 105), che poi, nelle due Nuove Scienze, attribuirà alla forza del vacuo. Si ritorna dunque alle ripudiate ragioni del Nozzolini, nè ciò nulla importa, purchè si stia lontani dal professare le pressioni idrostatiche dello Stevino.

Ma, per confermare anche meglio le prove dell' argomento geloso, torniamo alla Bilancia idrostatica di braccia uguali. Si disse che tutt' altro che riconoscere, fra quella dello Stevino, e l' altra, che gli era allora balenata

nella fantasia, un accordo; Galileo non ritrovava ne' suoi principii nessuna ragione valevole a spiegare il paradosso, cosicchè i momenti del solido e del liquido, e le loro collazioni, a cui fu costretto ridursi, in conformità di quegli stessi principii; non riescono che a parole risonanti senza significato. Che cosa infatti significa conferire il maschio, all'acqua rimasta nella bigoncia, o all'aria rimasta nel vaso, *tanto de' propri momenti, quant' era il momento dell' acqua o dell' aria scacciata?* (ivi, pag. 114). O intendendosi che il solido supplisca al peso del liquido, di cui tiene il luogo, non era egli questo il soggetto della dimostrazione, quale se l'era proposto lo Stevino, l'intenzione del quale fu poi di confermar con l'esperienza le verità concluse dalla sola teoria?

Ma che quelle professate da Galileo fossero propriamente parole, e non teorie, s' argomenta dalle strane conseguenze ch' egli ne trasse, come s' argomenta aver camminato al buio chi si trova caduto nella fossa. — Se il maschio è che conferisce il peso all' acqua rimasta nella bigoncia, quest' acqua dunque non ha momento proprio, ma partecipato. E potendosi fare il detto maschio di gravità in specie pari a quella dell' acqua, dunque, anche quando il vaso sarà tutto pieno di questa, ella avrà sempre il momento partecipato, e non premerà perciò, quanto a sè, altro che pochissimo sopra il fondo e contro le pareti del vaso. Potendosi anzi ridurre il liquido, rimasto preso fra il maschio e la bigoncia, a un così sottilissimo velo, da considerarsi come di nessun peso, nulla dunque può dirsi che sia la sua pressione. — Così appunto ragionava Galileo col Viviani, il quale, insieme con altri simili documenti raccolti dalla viva voce del suo maestro in Arcetri, ci volle conservar la memoria anche di questo, nelle due note seguenti:

« I. Sit libra AB (fig. 115), cuius fulchrum E, in extremo A pondus X decem librarum, in altero vero B tenuissimum vitreum vas CBD, in quo sit ligneum solidum F ita coaptatum, ut ipsum vas nulla ex parte tangat, sed suspensum maneat super substentaculum GH parieti infixum. Dico iam si in spacio, quod inter vas et masculum interest, superinfundatur aqua, ipsam, quamvis parvissimae molis, ope tamen solidi F aequiponderare sum solido X, licet solidum F non a vase sed a brachio GH sustineatur. Parva igitur aquae moles, in interstitio CBD infusa, valet ad sustinendum quodcumque vel gravissimum pondus X, dummodo id gravitatem vasis CBD, una cum aqua eum replente, non excedat. »

Figura 115.

« Videtur hinc super aquas CBD tantum gravitare pauca illa aquae moles inter vas et masculum intercepta, ac si idem vas aqua in totum repletum fuerit, et interstitium CBD sit quantumlibet angustissimum. At si vero hoc, cur dici non poterit vas CBD, cum est aqua plenum, nihil ab ipsa gravari? »

« II. Esto vas ex subtilissimo vitro confectum ABCD (fig. 116), cui adhae-

reat solidum X in parte tantum R. In reliquis vero partibus sit undique disiunctum a continente ABCD. Distet autem a vitri interiore superficie per angustissimum interstitium, eiusque gravitas in specie sit eadem cum aqua. Clarum est, cum solidum X non tangat vas ABCD nisi in parte R, nullam aliam vitri partem premi a solido X, cum a solido non tangatur. Superinfundatur ergo aqua inter vitrum et solidum, quae, cum sit paucissimae molis, parum etiam premet super vitrum, minusque adhuc premeret, si spacium vacuum fuisset angustius. Attamen aqua gravitatem ponderis X substinebit, neque magis premet in puncto R, neque basem vasis ABCD pressionem ullam patietur. Si vero, pro solido X, intelligatur aqua, idem veniet, ideoque vas aqua plenum in nulla sua parte premi necesse est. » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, a tergo del fol. 13).

Figura 116.

Educato nella palestra di così fatti paralogismi, non è punto maraviglia che poi si facesse il Viviani difensore così liberale del Michelini. Ma ripensando alle cure diligentissime, poste dallo Stevino per dimostrar la quantità delle pressioni idrostatiche, non solo contro il fondo, ma e contro le pareti dei vasi, secondo le loro ampiezze, figure e inclinazioni; si direbbe che s'attendeva in Italia, piuttosto che a promovere con amore la scienza, a farne indegnamente la parodia. S'accennava però che alla Scuola galileiana ne succedeva un'altra, la quale avrebbe ridonati così alla primiera dignità gli ingegni speculativi, da rimetterli nella via di progredire, e di avvantaggiar gli stranieri. Quella benefica scuola s'istituiva dal Torricelli, e gli uffici, che fu ordinata a fare nella vita dell'Idrostatica, son quelli stessi della radice e del cuore nella vita della pianta, e dell'animale.

Il mondo ha esaltato alla massima gloria un tal uomo, per essere stato autore dell'esperienza del vuoto, e inventor del Barometro. Eppure noi l'abbiamo udito confessar da sè stesso che l'invenzione *non gli fu potuta riuscire,* e sappiamo d'altronde che, essendo stata l'esperienza del vacuo già fatta, tutto il merito si riduceva a sostituire il mercurio all'acqua, cosicchè in un maneggevole tubo di vetro si potesse comodamente vedere quel che in una canna sì lunga, da giunger di terra a toccare il tetto di un palazzo di Roma. S'osservi poi che l'esperienza stessa, così accomodata, s'appella dall'Autore col nome di *filosofica,* e, discorrendo con M. A. Ricci di altri simili fatti, gli dice che può averli per certi, *come se ne avesse fatta esperienza.*

È manifesto dunque che l'opera del Torricelli è intorno a una speculazione, e non intorno a una osservazione sensata, e consiste in quella speculazione tutto il merito di lui, che la traviata Idrostatica di Galileo, con generosa libertà, riduceva sopra i retti sentieri. Com'era possibile che coloro, a' quali s'insegnava che l'acqua non preme in su, perchè ciò sarebbe contrario alla sua gravità naturale; che un solido immerso non contrasta con tutta l'acqua, ma con quella parte sola di lei che si moverebbe, movendosi esso solido; com'era possibile cadesse in mente a costoro che sia la pres-

sione di tutta l'altissima sfera dell'aria la vera adeguata causa del sostentarsi l'argento vivo nel tubo? Anzi avrebbero reluttato all'idea, se fosse venuto qualcuno innanzi a loro a proporla, come il Torricelli già s'aspettava, e come di fatto gli avvenne col Ricci, il quale, appena avuta la descrizion dall'Autore, così il dì 2 Luglio 1644 gli rispondeva da Roma:

« Il modo, con che V. S. salva l'esperienza fatta in riprova del vacuo, cioè del salire le cose gravi contro la sua naturale inclinazione, io lo giudico tanto più buono dell'altro, quanto che con questo ci conformiamo alla semplicità della Natura nelle opere sue, la quale, potendo salvare l'unione dei corpi col solo moto all'in giù, invano averebbe inserito loro una nuova naturale inclinazione d'obbedire alla Causa universale, moderatrice del mondo, com'essi dicono. Ed ammiro il nobile ardimento di V. S. nell'avere in considerazione cosa non tocca da nessuno finora, la quale ha parimente tanto di probabilità che, toltone due o tre obiezioni che sono per dire, e le quali prego V. S. a volermele risolvere, siccome so che ella potrà fare agevolmente; stimo essere il più vero, ed il più ragionevole che possa dirsi in simile questione » (MSS. Gal. Disc., T. XLII, fol. 23, 24).

Della prima obiezione ci passeremo, perchè non importante al presente nostro proposito, e perchè se ne disse quanto basta a pag. 460 e 461 del primo Tomo, trattenendoci piuttosto a esaminare la seconda e la terza, dal Ricci stesso proposte in questa forma: « Secondariamente, preso uno schizzatoio, che suole essere usato assai in questo soggetto, e che abbia la sua animella (*stantuffo*) dentro onninamente, acciò escluda con la sua corpulenza ogni altro corpo; turando in cima il foro, e ritirando per forza l'animella indietro, sentiamo grandissima resistenza, e ciò non segue solamente, tenendo in giù lo schizzatoio e voltando in su l'animella, sopra il cui manico grava l'aria, ma segue per ogni verso che si faccia. Eppure, non pare che si possa in questi casi facilmente intendere come il peso dell'aria v'abbia che fare. Finalmente un corpo immerso nell'acqua non contrasta con tutta l'acqua che vi sta sopra, ma con quella sola, che al moto del corpo immerso si muove, la quale non è maggiore di esso corpo. E perchè stimerei che la stessa dottrina fosse da applicarsi alla librazione dell'argento vivo, dovrebbe esso contrastare con tanto d'aria, quanto è la sua mole. Or come potrebbe l'aria preponderar mai? » (ivi, fol. 24).

A quel che il Ricci obiettava in secondo luogo rispondeva il Torricelli a quel modo, che è più proprio a persuadere i semplici, per via dell'apologo socratico, con gentile arguzia avvertendo gli studiosi delle Galleggianti galileiane (tutti insieme da lui compresi nella persona del suo giovane amico) che per troppa semplicità erano rimasti ingannati. « Fu una volta un Filosofo che, vedendo la cannella messa alla botte da un servitore, lo bravò con dire che il vino non sarebbe mai venuto, perchè natura de' gravi è di premere in giù e non orizontalmente e dalle bande. Ma il servitore fece toccargli con mano che, sebbene i liquidi gravano per natura in giù, in ogni modo spingono e schizzano per tutti i versi, anco allo in su, purchè trovino

luoghi dove andare, cioè luoghi tali, che resistano con forza minore della forza di essi liquidi. Infonda V. S. un boccale tutto nell' acqua, colla bocca all' in giù, poi gli buchi il fondo, sicchè l' aria possa uscire: vedrà con che impeto l' acqua si muove di sotto all' in su per riempirlo » (*Dati, nella Lettera a' Filaleti,* Firenze 1663, pag. 23).

L' ultima obiezione si concludeva dal Ricci per un' applicazion più diretta degli insegnamenti idrostatici di Galileo, il quale, dopo aver detto che un solido più grave in specie dell' acqua resiste all' esser sollevato da lei su dal fondo del vaso, con l' eccesso del suo peso assoluto, sopra il peso assoluto di una mole acquea a sè uguale; soggiunge: « E benchè si aggiungesse poi grandissima quantità d' acqua sopra il livello di quella, che pareggia l' altezza del solido, non però s' accresce la pressione o aggravamento delle parti circonfuse al detto solido, per la quale maggior pressione egli avesse ad esser cacciato. Perchè il contrasto non gli vien fatto se non da quelle parti dell' acqua, le quali, al moto di esso solido, esse ancora si muovono, e queste son quelle solamente, che son comprese tra le due superficie equidistanti all' orizonte, e fra di loro parallele, le quali comprendon l' altezza del solido immerso nell' acqua » (Alb. XII, 26, 27).

La proposizione, così assolutamente annunziata, è falsa non essendo vero, come altrove osservammo, che per nuova aggiunta di liquido non s' accresca, intorno e sopra il solido, l' aggravamento. La ragion poi addotta da Galileo, e ripetuta dal Ricci, che cioè non si faccia il contrasto se non con sole quelle parti dell' acqua, le quali si moverebbero movendosi il solido, a cui possono dette parti essere tutto al più uguali in mole, ma non mai maggiori; non vale se non nel caso che il corpo immerso abbia l' acqua da' lati e di sopra. Così, per esempio, nella figura 108 illustrativa delle dottrine del Borelli, che si riferiscono alla presente questione, è vero che il solido EG contrasta solamente con l' acqua FC, se tutto il vaso AC sarà pieno. Ma se, facendo HF argine all' acqua HI, lo spazio AF rimanga assolutamente vuoto, o pieno di aria; e allora il grave solido EG contrasta con tutta l' acqua HC, e si farebbe sempre maggiore il contrasto, col crescer l' altezza perpendicolare del liquido sopra il primo livello.

Figura 117.

Ora il Torricelli, mentre illustrava e correggeva la proposizione idrostatica di Galileo, mostrava al Ricci che, avendo il mercurio dentro il tubo di sopra il vuoto, falsamente ei ne concludeva dover esso mercurio contrastare con una parte minore, o tutt' al più eguale a sè in mole: ma confermava che un tal contrasto era veramente con tutta l' altezza dell' ammosfera. E, per dargli a intender la cosa con più sensata dimostrazione, ricorreva a un esempio, in cui l' aria era invece del vuoto, e invece dell' aria l' acqua. Se nel sifone ABCD (fig. 117), aperto in D, s' infonda argento vivo, è certo che si livellerà ugualmente in A, E nell' un braccio e

nell' altro. Ma si cali lo strumento in fondo a un vaso, dentro cui si versi acqua in sino a un certo livello. Sopraggiungendone altra via via, si vedrà che anche il mercurio s' alza via via dentro la canna, con tal regola però che sempre l'altezza, a cui giunge dopo ogni infusione, sia la quattordicesima parte di quella dell' acqua. Falso è dunque che, coll' aggiungere nuova quantità d'acqua sopra il primo livello, non si venga a crescere la pressione, e falso anco è perciò che il contrasto si faccia con una parte sola, e non con tutta l' acqua soprastante secondo la sua altezza perpendicolare. Così rispondeva in sostanza il Torricelli, e tali erano propriamente le sue parole:

« La terza obiezione non mi par troppo a proposito: certo è che è meno valida dell' altre, ancorchè, essendo presa dalla Geometria, paia più gagliarda di tutte. Che un corpo posto nell' acqua contrasti solo con tanta mole d'acqua, quanta è la mole sua, è vero, ma il metallo sostenuto in quel collo di vaso non mi pare che si possa dire nè immerso in acqua, nè in aria, nè in vetro, nè in vacuo. Solamente si può dire ch' egli è un corpo fluido e libratile, una superficie del quale confina col vacuo, o quasi vacuo, che non gravita punto. L' altra superficie confina con aria premuta da tante miglia d' aria ammassata, e perciò quella superficie non premuta punto ascende scacciata da quell' altra, e ascende tanto, sin che il peso del metallo sollevato arrivi ad agguagliare il peso dell' aria premente dall' altra parte. »

« V. S. s' immagini il vaso A col tubo BCD congiunto e aperto in D, come sta dipinto, e sia il vaso A pieno d' argento vivo: certo è che il metallo salirà nel tubo fino al suo livello E. Ma se immergerò detto strumento nell' acqua, sino al segno F, l' argento vivo non salirà fino ad F, ma solo tanto, fino che l' altezza del livello nel tubo avanzi il livello del vaso A della quattordicesima parte in circa dell' altezza, che averà l' acqua F sopra il livello del vaso A, e questo V. S. l' abbia per certo, come se avesse fatto l' esperienza. Ora qui si vede che si può dar caso che l' acqua F sia alta quattordici braccia, ed il metallo nel tubo ED sia alto un braccio solo. Dunque quel braccio solo di metallo non contrasta con altrettanta acqua, ma con tutta l' altezza d' acqua, che è tra A ed F, ed in questi casi ella sa che non si guarda alle larghezze e grossezze de' solidi, ma solo alle perpendicolari, ed alle gravità in specie, e non ai pesi assoluti. » (*Lettera ai Filateti* cit., pag. 23).

Quattordici anni prima, l' idea, che fosse la pressione ammosferica la vera causa adequata del sostenersi l' acqua a una determinata altezza, dentro un sifone costruito, e accomodato con la speranza di poter travasare un lago da una valle in un' altra, attraverso al monte di separazione; era balenata alla mente del Baliani, che pure non avrebbe nemmen egli, come si disse del Torricelli, ricevuto il benefico raggio di quella luce, se gli errori idrostatici, predominanti allora nella scuola a cui s' era educato il Ricci, glie ne avessero adombrate le pupille. Dal passo, da noi trascritto a pag. 439 del primo Tomo, apparisce chiaro che il Baliani professa premer l'acqua, l'aria e ogni altro fluido, non solo secondo la natural direzione dei gravi, ma an-

che di sotto in su e per tutti i versi: ogni fluido inoltre pesare nel suo proprio elemento a proporzion dell' altezza: e così sicuramente affermando che, se fosse il nostro corpo costituito nel vuoto, si sentirebbe oppresso da tutto il soprastante peso dell' ammosfera, mostrava di aver saputo bene scansare la terza difficoltà del Ricci, e di esser così per sè medesimo persuaso della verità, da non aver bisogno che venisse a insegnargliela il Torricelli.

Le splendide rivelazioni del Filosofo genovese, in attribuire alla pressione dell' aria esterna il non potersi l' acqua aspirata dalle trombe sollevarsi più su che a un' altezza determinata; rimasero oscurate da' pregiudizi di Galileo, per cui l' opera stessa restauratrice del fondamento idrostatico rimase pel Baliani di nessuna efficacia. Piu fortunato il Torricelli, che seppe resistere alla tentatrice autorità del Maestro, e sugli amici che gli stavano intorno pigliare egli stesso più legittima autorità, da instituire in mezzo a quei valorosi una scuola nuova, la quale, benchè fosse ristretta in così piccol numero di persone, e s' esercitasse in private scritture, e in familiari colloqui, non mancò di produrre i suoi benefici effetti.

Il Magiotti, com' aveva dato mano a confermare con l' esperienza il fondamento idrodinamico proposto dal Torricelli; così concorse poi con altre esperienze maravigliose a dimostrare la verità de' principii idrostatici riformati. Vedremo più qua l' efficacia, che in affrettare i progressi della scienza ebbero le geniali invenzioni di lui, ma, del Nardi, i documenti già riferiti bastano a farlo riconoscere e annoverare tra' primi e più benemeriti riformatori dell' Idrostatica galileiana. Nella questione delle lamine galleggianti, v' aveva egli già sgombrati gli errori, e ridotta la cosa alla verità delle sue ragioni, dicendo che l' acqua, sostentatrice del solido, pesa quant' esso solido e l' aria insieme, nè tal forza di sostentamento riconosce in altro, che in quelle pressioni di sotto in su, fatte prima avvertire, e sperimentalmente dimostrate dal Torricelli. La verità della qual dimostrazione parve poi intendesse il Nardi di salvare dalle obiezioni, osservando che quel premer del liquido in direzion contraria a quella, che hanno tutti i corpi gravi, era per una riflessione del moto, direttamente causato dalla stessa gravità naturale. *Resta dunque sospesa la lamina perchè la forza, che preme l' acqua, riflettesi in sè medesima.*

In mezzo a questo fervoroso rinnovamento d' idee non è da credere si rimanesse inoperoso quel Ricci, a cui erano venuti i primi consigli. Il Torricelli sapeva bene qual' ingegno avesse, benchè giovane, colui col quale ei trattava, intanto che lo spendervi molte parole, per rispondere alle proposte difficoltà, lo reputava tedio comune, persuaso com'era che una semplice riflessione sarebbe all' amico bastata, perchè potesse per sè medesimo deliberarsi la mente da tutti i dubbi. Così infatti avvenne, e si fece agli altri maestro di quelle verità, alle quali gli aveva fatto ripensare il Torricelli.

Il Cornelio, nel dedicare allo stesso Ricci il suo VII proginnasma *De vita,* gli diceva: « Nam, quum ego Romam venissem vulgari quadam imbutus literatura, tu me ad Geometriae ac Physiologiae studia acrius incita-

sti, facemque mihi ad optimarum artium notitiam praetulisti » (Neapoli 1688, pag. 263, 64). Fra queste ottime arti una delle principali fu l'Idrostatica, la quale, com' ebbe il Cornelio imbevuta in Roma dal Ricci, così ei la riversò nell' epistola *De circumpulsione* stampata infin dal 1648 sotto il finto nome di Timeo Locrese, e d' onde veniva a rendersi di pubblica utilità un gran tesoro nascosto. I seguaci di Galileo avrebbero potuto di lì, per la prima volta, imparare che tutte le particelle stanno dentro la massa liquida in equilibrio, perchè « vis illa, qua singulae feruntur deorsum, aequalis est virtuti, qua aeedem resistunt ac sursum impelluntur » (*Progymnasmata cit. Appendix*, pag. 341). Contro gl' incredibili paralogismi, co' quali si studiava il loro Maestro di dimostrar che il liquido, non solamente non preme le pareti, ma nemmeno il fondo dei vasi; udivano que' Discepoli annunziarsi la salutare verità di quest' altri insegnamenti: « Quemadmodum vero pila plumbea per planum inclinatum, vel per tubum in helicis formam revolutum, a summo ad imum repens tantam denique acquirit velocitatem, quantam propemodum indepta fuisset, si per rectam perpendicularem expositae altitudini aequalem descendisset; ita ferme aqua in vase contenta, non modo subiectum fundum sed et latera quoque urgens, aperto foramine erumpit tanto impetu, quantum postulare videtur eiusdem altitudo » (ibid., pag. 342). D' onde prende il Cornelio occasione di divulgare il principio delle pressioni, che ugualmente si trasmettono per tutti i versi, come conseguenza del fatto semplicissimo dell' acqua, che per ogni verso zampilla, secondo che nella sua lettera al Ricci aveva fatto osservare il Torricelli: « Ubi similiter observandum aquam e foramine rumpentem, non iuxta unam tantum situs determinationem ferri, sed susque deque, dextrorsum ac sinistrorsum, et quocumque tandem foramen vergat proruere » (ibid., pag. 343).

Uno de' più dannosi insegnamenti di Galileo consisteva nel dire che, per aggiungere acqua sopr' acqua, non s' accresce perciò l' aggravamento sugli strati inferiori, perchè nessun fluido è grave nel suo proprio elemento. L' esperienza torricelliana descritta al Ricci, e illustrata dalla figura 117, era opportunissima a dimostrare quanto fosse falso l' assunto peripatetico, vedendosi di fatto che l' acqua nel vaso tanto ha più forza di sostener col suo peso il mercurio dentro il cannello EF, quanto è maggiore il numero degli strati, che si sopraggiungono al primo. Alla quale esperienza sostituiva il Cornelio, nella sua epistola, l' altra della caraffella di vetro, colla bocca all' in giù, piena d' aria, la quale esperienza nuova, mentre da una parte si porgeva più facile di quella del Torricelli, e si mostrava più spettacolosa; essendo dall' altra ugualmente dimostrativa del premere sempre maggiormente l' acqua dentro l'acqua *quo illa fuerit altior*, avrebbe potuto conferire, non meno efficacemente della torricelliana, a dissipare gli errori dall' Idrostatica, alquanti anni prima degli Accademici del Cimento.

Da ciò che s'è detto si potrà facilmente argomentare all'importanza dell' epistola del Cornelio, per la quale si divulgava in Italia, intorno alle pressioni idrostatiche, una scienza affatto nuova. Nè senza ragione s'appella que-

sta da noi col nome di scienza, essendo che dallo Stevino si supponesse, piuttosto che dimostrare, come il liquido preme per tutti i versi: e se qualche dimostrazione ei ne dà, non è che indiretta o sperimentale. Il Nostro invece la concludeva dai principii della Meccanica, e, riguardata la massa fluida come compilata di filetti infiniti, comunque andanti o a diritto o flessuosi o perpendicolari o obliqui, riduceva la ragion del premere contro sè stessi, e contro le pareti e il fondo de' vasi, a quella de' momenti de' gravi cadenti sopra varie inclinazioni di piani. Vedremo come si svolgessero questi concetti ordinati in un trattatello che, se fosse stato pubblicamente noto, dava alla Scienza italiana la prima matematica dimostrazione delle pressioni idrostatiche. Ma mentre si rimaneva tuttavia nel campo della Fisica, veniva a frugare gl' ingegni una gran curiosità di sapere per quale intima causa, in diffondersi per tutta intera la massa i moti, incominciati in qualunque punto di lei, si differenzino così notabilmente i liquidi dai solidi. La questione si proponeva fra gli amici del Torricelli, e ora si vogliono da noi narrar le occasioni, e dire i modi come fu risoluta.

Ne' primi tempi dell' Accademia medicea il Torricelli stesso, dietro il principio della rarefazione e della condensazione de' corpi, secondo il crescere e il diminuire della temperatura; aveva, per dar gusto al Granduca, inventato il giochetto di una bolla di vetro, con un piccolo foro così, che immersa standosi appena in fondo al vaso, bastasse aggiungervi un po' d' acqua tiepida, per veder quella stessa bolla salire a galla, e poi di nuovo scendere, essendosi il liquido raffreddato. Per render poi lo spettacolo anche più giocondo, aveva insieme con quella detta immersa un' altra simile bolla, tutta chiusa però e aggiustata in modo che galleggiasse, ma che riscaldandosi l' acqua scendesse, mentre risaliva l' altra, che riposava in fondo, e raffreddandosi facessero i due mobili effetto contrario. L' invenzione deve esser occorsa ne' primi mesi del 1646, giacchè il dì 7 novembre di quell' anno, trovandosi il Moncony in Firenze, ed essendo andato a far visita al Torricelli, narra avergli sentito dire « que le Gran Duc avoit divers Thermometres pour connoître le chaud et le froid, tout avec l'eau de vie, et des boules de verre pleines d'air, mais une ou sont deux boules, l'une en haut, l'autre en bas. Quand'il fait chaud celle d'en bas monte, et quand il fait froid celle d'en haut decend » (*Voyages*, P. I, a Paris 1695, pag. 261).

Gli strumenti, fatti costruire con eleganza, gli riteneva appresso di sè il Granduca, e se ne serviva per divertire i curiosi che capitavano in palazzo, e per tentare i dotti, ai quali proponeva di scoprire l' occulta causa di quegli effetti. Nè fra que' dotti erano solamente i cortigiani fiorentini, ma quanti si trovassero allora da per tutto cultori di questi studi più noti. Narra il gesuita Gaspero Scott che il problema fu mandato dal Granduca a Roma « ad celeberrimum sibique notissimum virum p. Athanasium Kircherium, simulque ad excellentissimum mathematicum Raphaelem Magiottum, ut utriusque de eo iudicium exquireret. Nodum solvit uterque felicissime » (*Mechanica hydraulica-pneumatica,* Herbipoli 1657, pag. 292).

Ma l'aveva risoluto un anno prima, e non meno felicemente, il Cornelio, il quale, nella citata epistola *De circumpulsione*, che ha la data del primo di Giugno 1648, così scriveva: « Jam volvitur alter annus ex quo Ludovicus Casalius vir, ut nosti, non minus genere clarus, quam disciplinarum ornamentis conspicuus, nunciavit mihi inventum fuisse Florentiae experimentum huiusmodi. Duo globuli vitrei, in cyatum aquae plenum immissi, sic alternatim movebantur, ut, quum aqua frigidior esset, alter fundum peteret, reliquo supernatante, et mox, adiecta aqua calida, ille e fundo adsurgeret, atque hic e summa aquae superficie pessum iret » (*Progymnasm. Appendix* cit., pag. 359). E soggiunge che, sebben rimanesse a sentir questa nuova perplesso, e l'inventore ne tacesse la struttura dell'artificio, nonostante, riducendosi alla ragion fisica de' condensamenti e delle rarefazioni, prodotte dalle varie temperature ne' córpi, gli venne fatto finalmente di scoprire l'arcano.

« Sed quum (così il Cornelio stesso prosegue il suo racconto) in eiusmodi ludicris inventis occuparemur, rumor ad aures nostras perfertur versari in manibus viri cuiusdam ingeniosi admirabile artificium, nempe vitreum tubum aquae plenum, in quo plures orbiculi vitrei sursum deorsumque ferebantur ad nutum eius, qui tubi ostium digito obturabat » (ibid., pag. 360, 61). Quell'uomo ingegnoso era Raffaello Magiotti, e noi dobbiamo ora dire in che consistesse il maraviglioso artifizio, ch' egli aveva per le mani.

Era stato da lui felicemente, come diceva lo Scott, risoluto il problema inviatogli da Firenze, ma, nel capovolgere il bocciolo, per osservare il contrario moto delle palline di vetro, o delle lumachelle, com'ei le chiama, turando con la polpa del pollice, perchè non si versasse l'acqua, la bocca al vaso; ebbe con sua grande maraviglia a notare che i due corpiccioli immersi, indipendentemente da ogni variazione di temperatura, si movevano più o meno veloci secondo la maggiore o minor forza, con cui si veniva a stringere il dito otturatore. Certo com'egli era che il liquido premuto ripreme per tutti i versi, non ebbe difficoltà a intender che l'aria dentro la lumachella poteva esservi più o men costipata dalla maggiore o minor pressione partecipatagli dal dito, e così produrre i medesimi effetti del calore e del freddo. Ma ciò che lo sorprese fu la trasmissione istantanea di que' moti. Ne' fluidi aerosi, pensava, e anche ne' corpi duri, non è così, perchè la percossa per esempio del martello si comunica a tutto il cuneo con tempo, ciò che dipendendo dal subire il legno o il ferro nel colpo qualche compressione o rientramento in sè stesso, ne concludeva che dunque l'acqua si mostrava renitente a essere in qualunque modo compressa. E in questa dimostrata incompressibilità, per cui s'intendeva come, premuto il liquido in una sua parte qualunque, si trasmettesse ugualmente la forza per ogni verso, faceva il Magiotti consistere il merito della sua invenzione.

Si risolveva dunque un'altissima questione della Scienza, mentre pareva non s'attendesse ad altro, che a scoprire l'artifizio di un gioco, il quale, essendo gustato dai più, fu portato attorno sull'ali della fama, mentre il

Magiotti stesso pensava di scriverne ordinatamente, e di pubblicarne la notizia. Fu in questo tempo che pervenne la cosa all' orecchio del Cornelio, il quale ebbe a ritrovare facilmente da sè la fisica ragione del fatto. Gli venne anzi allora in mente che, essendo l' acqua più o men premuta, secondo la maggiore o minore altezza dell' altr' acqua che a lei sta sopra, si potevano produrre i medesimi giocosi moti, a solo inclinare più o meno il bocciolo, ridotto alla strettezza di un lungo tubo ritorto, « nam ex inclinatione ipsius tubi aquae altitudo decrescit, ac proinde eiusdem conatus fit minor » (ibid., pag. 363).

Benchè il Cornelio non nomini espressamente l' Autore, pure ei riconosce il fatto come invenzione altrui. Ma non mancarono alcuni, che se l' attribuirono, e ciò fece risolvere il Magiotti a stampare in fretta quel suo primo discorso, rozzo, com' ei lo chiama, e imperfetto, col quale aveva poche settimane prima accompagnato al Granduca lo strumento. Quel discorso portava il titolo di *Renitenza certissima dell' acqua alla compressione*, sottoscritto, con la data da Roma, il dì 26 Luglio 1648, e dedicato al principe don Lorenzo de' Medici. Essendo poi divenuto l' opuscolo rarissimo, il Targioni lo inserì da pag. 182-91 nel secondo tomo delle sue *Notizie*. Si può di qui raccogliere ciò che più importa al nostro argomento. Incomincia a dire il Magiotti che gli fu il problema inviato da Firenze nel 1648, verso la fine di Giugno, e seguita a narrare in che modo gli venisse risoluto. Poi soggiunge: « L' invenzione mia non consiste nel caldo e nel freddo, ma nella renitenza alla compressione. »

« Sia un cannello o cilindro AB (fig. 118), aperto da una delle basi, come in A, e pieno o quasi pieno d' acqua comune, o d' ogni altro liquore, dove una caraffina C aperta in D, con difficoltà (ben s'aggiusta con filo di ottone o piombo) vi galleggi. Questa, chiudendosi il cilindro AB con il dito grosso o polpa della mano, scenderà più o meno veloce, secondo la maggiore o minor compressione, che fa la mano in chiudere il cilindro, e quanto più s' allenterà la compressione, o s' aprirà il cilindro, tanto più presto tornerà a galleggiare. Ciò avviene, dato che il cilindro sia pieno, perchè l' acqua, che non ammette compressione, farà forza all' aria della caraffina, salendo per il collo di lei, come ben si vede, quando le caraffine son trasparenti. Dunque la caraffina sarà più grave in specie, per l'acqua che v' è salita, e per l' aria che s' è condensata, e così discenderà. Ma, nel caso che sopra l'acqua sia l'aria, questa compressa dalla mano farà qualche forza all' acqua, e l' acqua all'aria della caraffina. E finalmente, allentandosi sempre più la compressione, sempre più scema quella forza, che si faceva all' aria della caraffina, ed ella sempre più respirando, e sputando l' acqua, si riduce in una costituzione da poter galleggiare » (pag. 187).

A C D B

Figura 118.

Il trasmettersi le pressioni per tutti i versi ugualmente, e in ogni punto della massa liquida, come si mostra dal fatto delle caraffine, che scendono e salgono in qualunque luogo sian poste; era dunque per il Magiotti un

effetto dimostrativo della renitenza alla compressione, nella quale riconoscendo una delle più essenziali proprietà che differenziano i liquidi dai solidi, si dichiarava così intorno a ciò, che era la parte seria della sua invenzione: « Noto che, siccome un ferro o legno mosso da noi, si muove tutto, benchè lunghissimo, nel medesimo istante; così dal dito o polpa della mano s'imprime nel medesimo istante la virtù in tutta l'acqua del cilindro, sia pur lungo e largo quanto un pozzo, e siano pur alte o basse le figurine come si vuole. »

« La similitudine del ferro e dell'acqua, circa l'operazione istantanea, corre benissimo, sebbene per movere il ferro ci vuol tanta forza, che superi il peso di lui, ma nell'acqua, fuor che quella particolar diligenza e forza nel serrare il cilindro, non ci vuol altro che un minimo tratto e momento bastante a sollevar quella pochissima acqua, che sale per le caraffine. Adunque una forza minima imprime la virtù in tutta l'acqua del cilindro, o d'un pozzo, sebben fosse lungo fino al centro della Terra. E questa è una differenza tra i liquidi e i solidi molto notabile. Or ecco un'altra differenza simile. Se con un martello io percotessi quel ferro, o altro solido, la virtù della percossa, sebbene infinita, con tempo si comunicherebbe a tutto il ferro, mentre la vibrazione e frequenza ricerca e muove tutte le parti di lui: dove quella minima forza del dito imprime nel medesimo istante la virtù a tutta l'acqua del cilindro, sebben fosse grande quanto sopra » (pag. 189).

A tal punto era, per i validi impulsi del Torricelli, stata promossa in Italia, infin dal 1648, la Scienza idrostatica delle pressioni, ond'ei non parrebbe credibile che nel 1663, quando il Michelini era in sul rivedere il manoscritto del suo trattato Della direzione de' fiumi, lasciasse correre la proposizione, in cui pretendeva di dimostrare che l'acqua o non preme affatto o assai poco le sponde dei vasi, e che potesse aver del suo errore difensori il Borelli e il Viviani. Ma si spiega il fatto, osservando che rimase il filo delle tradizioni torricelliane sventuratamente reciso nelle mani de' cultori di questa scienza, eccettuati que' pochissimi che di Roma si fecero del Michelini stesso liberi censori. Le parole del Cornelio, nella sua epistola *De circumpulsione,* parvero scritte sopra foglie trasportate dal vento, per le ragioni altrove narrate, ma principalmente perchè i documenti originali, che potevano dare autorità a quelle nuove dottrine, cioè le lettere del Torricelli, rimasero nelle mani del Ricci infino al 1658, e non si fecero pubblicamente note che nel 1663, nella Lettera ai Filaleti.

Il Discorso poi del Magiotti si può dir che morisse appena nato. La memoria di lui non era solamente spenta ai tempi del Targioni, ma molti anni prima. Nella stessa Accademia del Cimento, in un congresso, tenutovi certamente dopo il 1660, i problemi inviati dal Granduca Ferdinando II al Magiotti, e al Kircher, dodici anni prima, si proponevano a risolvere come cosa nuova. « Dopo scritto, così leggesi in un foglio del Viviani, mi è sovvenuto un modo di risolvere un altro problema, che nel medesimo congresso d'ieri fu messo in campo, ed è come si possa far due corpi, come due pescetti di vetro, che stando nell'istesso tempo uno di loro a galla in un'acqua, e l'al-

tro in fondo nella medesima, ad un' istessa mutazione che faccia nell' acqua di più calore, quello che è galleggiante se ne vada in fondo, e nello stesso momento quello che è in fondo ne venga a galla. E tornando a raffreddar l' acqua, quello di fondo torni a galla e l' altro ne vada in fondo, onde la medesima causa, nel medesimo tempo, partorisca contrari modi » (MSS. Cim., T. X, fol. 102).

Così dunque certi essendo che del principio dell' uguaglianza delle pressioni, professato dal Torricelli e sperimentalmente dimostrato dal Magiotti, ne fu perduta fra noi per qualche tempo ogni scienza, convien narrare in che modo si venisse a recuperarla.

II.

Nell' anno 1663, in cui si pubblicarono in Firenze le Lettere torricelliane al Ricci, usciva alla luce in Parigi il trattato del Pascal *De l'equilibre des liqueurs,* che dalle carte postume dell' Autore diligentemente raccolsero gli amici e gli ammiratori. A ripensar che, sebben fosse pari de' due uomini la celebrità del nome, l' uno nulladimeno gettava incidentalmente il seme de' suoi pensieri, che l' altro svolgeva di proposito ordinatamente in un libro; non fa maraviglia che una fama oramai universale abbia attribuito la scienza del principio fondamentale idrostatico al Francese, piuttosto che al Nostro. Fa però maraviglia che quella fama non sia stata, in più di due secoli e mezzo, contradetta da chi, più attentamente leggendo, si sarebbe dovuto accorgere che il Pascal non istituiva propriamente quella scienza idrostatica, ma la supponeva, senza presumer forse di averci dato altr' opera, o attribuirsi altro merito, che di averla esplicata, e confermata con qualche esperienza. La proposta deve ai nostri lettori apparir nuova, e perciò passeremo senza indugio all' esame di que' fatti, che ce la mostrino vera.

Descritti nel capitolo primo vari esempi di paradossi idrostatici, viene il Pascal nel secondo a dire in qual modo potrebbero spiegarsi, assumendo per principio della dimostrazione quel singolare fatto meccanico, che poi dette così facilmente in mano al Bramah quel suo torchio nuovo. È passato per la mente a qualcuno che l' idea di far equilibrare due stantuffi, in due corpi di tromba comunicanti, benchè di diametro molto diverso, potesse esser suggerita al Pascal da quella epistola al Capra, nella quale il Benedetti faceva i primi generosi sforzi, per dimostrar come la molta acqua del mortaio possa essere così facilmente sostenuta dalla poca della fistola annessa. Le precise parole che usa l' Autore, dop' aver divertito il discorso in provare, a quel modo insufficiente che si riferì, come sia premuto il fondo del vaso, non in ragione della quantità del liquido, ma dell' altezza di lui perpendicolare; le precise parole, scritte nella citata epistola, son queste :

« Sed redeundo ad vasa AU et F (fig. 119) dico quod, sicut aqua F sufficit ad resistendum aquae AU; ita quodlibet aliud pondus aequale F, cuiusvis materiae, in fistula F positum, sufficiens erit, dummodo illud corpus ita sit adaequatum concavitati fistulae F, quod non permittat transitum aliquem aquae vel aeris inter convexum ipsius corporis et, devexum fistulae F, et hoc ex se satis patet. Sed in vasa AU, cum ex hypothesi latius sit ipso F, nullum aliud corpus sufficiens erit ad resistendum aquae ipsius F, quin tam grave sit quam tota aqua AU, existente AU tam alto quam F. Unde, si aqua ipsius F nil plus esset quam una tantummodo libra, èt vas AU existeret latius ipso F in decupla proportione; tunc in ipso AU oporteret corpus adaequatum ipsi concavitati ponere, cuius pondus esset decem librarum, ut sufficeret ad sustinendum aquam ipsius F: et ad impellendum ipsam aquam F deberet esse plus quam decem librarum. Ponamus nunc illud corpus ita densius esse aqua, ut maius intervallum non occupet quam OE: corpus igitur OE sufficiens erit ad impellendum aquam F, et non eo minus » (*Speculationum liber*, Venetiis 1599, pag. 288).

Figura 119.

Secondo questa descrizione si potrebbe vedere in qualche modo rappresentato, nello zaffo OE, uno degli stantuffi della macchina del Pascal, ma non v' è ben definito il peso dell' altro stantuffo nella fistola F, e, quel che più importa, non vi si tien conto dell' acqua di comunicazion fra' due solidi, per cui, se questo scende, quello necessariamente è costretto a salire. Il Benedetti propone piuttosto un solido che, posto dentro il mortaio, sostiene colla sua gravità propria la gravità dell' acqua nella fistola aggiunta, purchè sia esso solido tale, da adeguare la concavità che lo riceve, e da ciò ne conclude che dieci libbre da una parte possono pareggiare una libbra sola dall' altra. Ma se la conclusione scenda dai legittimi principii professati dal Pascal, e se possa essere sostanzialmente qualche somiglianza, o qualche punto di riscontro, fra le due speculazioni; sel vedranno da sè i nostri giudiziosi Lettori.

Comunque sia, la scintilla, che doveva accender la face, la trasse il Pascal da selce, per dir così, più domestica, e a quel nobile uso assai meglio disposta. Il Magiotti, dop' aver detto, ne' principii del suo Discorso, che aveva mostrata l' operazione del suo strumento a molti virtuosi di Roma, e fra questi principalmente a que' due pellegrini ingegni di Michelangiolo Ricci e di Antonio Nardi ; « di più, soggiunge, lo inviai in Francia, ed altre parti, a diversi amici virtuosi come s' usa. Oggi mi viene accennato che altri, con aggiungere o variare qualche cosa, vorrebbe farsene bello » (Appresso il Targioni cit., pag. 183) Quell' aggiunta consisteva in uno stantuffo, fatto passare per la bocca A del vaso (fig. 120), ed essendo esso stantuffo munito di un' asticciola, con un bottoncino in capo, si premeva più comodamente con questo il liquido sottoposto,

Figura 120.

che con la polpa del dito, o con la palma della mano. La variazione poi, che si fece in Francia all'invenzione del Magiotti, si riduceva a trasformare il corpo della caraffina nella figura di un diavoletto, e il sottil collo di lei nella lunga coda, con che il piccolo Minosse s' avvinghia. Non giovarono nulladimeno le parole del Nostro, per rivendicarsi e assicurarsi la proprietà dell' invenzione, della quale oramai si era fatto bello il Cartesio.

Così diffusasi tra i Francesi la notizia dello strumento, il Mersenno, nel ritornare fra' suoi, dop' esser venuto a fiutar per tutto in Firenze e in Roma, e a perquisire il Ricci, depositario della scienza del Torricelli e del Magiotti; ne riferiva forse più particolarmente le ragioni idrostatiche, che in Italia si davano di que' giochi. Fatto sta che, quando il Pascal rivolse il suo studio all' equilibrio de' liquidi, era in Francia notissimo a tutti che la pressione, fatta dallo stantuffo A (nella medesima figura 120) sopra l'acqua che tocca, si trasmette istantaneamente in tutta la massa, e si diffonde per ogni verso, qualunque siasi l' ampiezza e la figura del vaso. Cosicchè, proseguiva il Pascal a ragionare, se al cilindro AB ne fosse congiunto un altro CD, quanto si voglia più ampio, si dovrebbe la pressione, esercitata dallo stantuffo A sopra la superficie liquida EF, far risentire alla superficie GH, con tal impeto di leva all' in su, la misura del quale, forse dal Benedetti, ma più ragionevolmente dall' esperienza, gli fu mostrata nel peso di un altro stantuffo C, della medesima materia, di pari altezza, e *adeguato alla concavità della fistola*. Così, mentre sperava d' aver trovata la via di spiegare un paradosso, si vide il Pascal comparire innanzi la faccia mostruosa di un altro paradosso, qual'era che lo stantuffo C, del peso di cento libbre, non faceva all' in giù maggiore sforzo dello stantuffo A, di una libbra sola. Ma poi, ripensando esser questo il paradosso volgare offertoci dalla stadera, sospettò che avvenisse qui quello, che in tutte le altre macchine, di che non penò molto a confermarsi nel vero, osservando che, se lo stantuffo C è cento volte più peso, anche si moverebbe cento volte più tardo. Della semplice dimostrazion di ciò, condotta dal principio delle velocità virtuali, se ne sarebbe potuto passare, avendola già data magistralmente il nostro Galileo, ma s' introduceva nella questione un elemento nuovo, quello cioè della trasfusion delle forze, regolate dalla legge che le velocità sempre son reciproche delle grandezze mosse. Ond' è che il moto impresso dallo stantuffo nella superficie E, trasfondendosi nella superficie GH cento volte più grande, vi si riduce a velocità cento volte minore.

Da ciò ne concludeva il Pascal la ragione dell' equilibrio idrostatico nei due vasi, perchè l' acqua è premuta ugualmente sotto i due stantuffi. « On peut encore ajouter, pour plus grand eclaireissement, que l'eau est egalement pressée sous ces deux pistons. Car, si l'un a cent fois plus de poids que l'autre, aussi en revanche il touche cent fois plus de parties : et ainsi chacune l'est egalement. Donc toutes doivent estre en repos, parce qu'il n'y à pas plus de raison pourquoy l'une cede que l'autre » (*Traité* cit., pag. 8).

Qui pare che s' ammetta l' uguaglianza della pressione sotto le due varie

ampiezze di superficie, ma seguitando a leggere si trova stabilito per regola certa che la parete di un vaso pieno di liquido soffre più o meno, a proporzione della sua grandezza. « Si un vaisseau plein d'eau n'a qu'une seule ouverture large d'un poulce, par exemple, ou l'on mette un piston chargé d'un poids d'une livre, ce poids fait effort contre toutes les parties du vaisseau generalement, a cause de la continuité et de la fluidité de l'eau. Mais pour determiner combien chaque partie souffre, en voicy la regle: Chaque partie large d'un poulce, comme l'ouverture, souffre autant que si elle estoit poussée par le poids d'une livre (sans compter le poids de l'eau, dont je ne parle pas icy, car je ne parle que du poids du piston) parce que le poids d'une livre presse le piston qui est a l'ouverture, et chaque portion du vaisseau, plus ou moins grande, souffre precisement plus ou moins a proportion de la grandeur » (ivi, pag. 8, 9).

La contradizione forse dipende dal confondersi, nel medesimo nome di pressione, la *potenza* e la *resistenza* della macchina. Se il peso A è la potenza, il contrapposto a lei peso C sarà la resistenza, la quale è propriamente proporzionale alla superficie, ma i due momenti di qua e di là, in ogni modo, rimangono uguali, per cui riesce una lusinghiera promessa quella del Pascal, che cioè un vaso pien d'acqua sia *une machine nouvelle, pour multiplier les forces a tel degré qu'on vaudra* (pag. 6, 7). Galileo aveva saviamente avvertiti di questa vana presunzione i meccanici de' suoi tempi, e forse l'acuto Francese si lasciava andar a un' espression popolare, ma non par che con la poca precision del linguaggio si possa scusar d'errore il dire che in tutte le macchine *le chemin est augmenté en mesme proportion que la force* (pag. 7) e il formular poco appresso la legge *que le chemin est au chemin comme la force a la force.* Che se poi dice esser la medesima cosa tanto a far fare un pollice di cammino a cento libbre d'acqua, quanto a far fare cento pollici a una libbra, e ciò che fa fare è la forza; dunque la forza non sta alla forza nella ragion semplice degli spazi, ma nella composta di loro, e de' pesi.

Comunque sia, la novella macchina non era destinata dal Pascal ad alzar pesi, ma a spiegare i paradossi idrostatici, i vari esempi offerti dai quali vi riducono alle pressioni, fatte nei vasi delle figure 121 e 122. Supponiamo che il velo d'acqua AB (l'*ouverture* insomma del Pascal) riceva tale impeto da moversi per lo spazio AC, in un dato tempo: questo stesso impeto, comunicato al velo infimo EF, lo farebbe movere, in quel medesimo tempo, per tale spazio EG, che ad AC avesse la ragion reciproca della grandezza AB alla EF, in modo cioè che, prese LM, LN uguali alle EF, EG, dovessero aversi l'equa-

Figura 121.

Figura 122.

zioni AB . AC = EF . EG = LM . LN. Dunque se il velo AB e il velo LM, movendosi questo per lo spazio LN, mentre quello si muove per lo spazio AC, fanno la medesima forza; il fondo EF del vaso tanto soffre dall' acqua soprastante AF, quanto da tutta l' acqua FL.

Con simile ragionamento si prova che il fondo CD, della figura 122, sopporta la sola acqua ED, perchè il velo AB, mosso per lo spazio AG, comunicando la sua forza al velo CD, lo farebbe movere per lo spazio misurato dalla CH, quarta proporzionale dopo CD, AB, AG. Ond' è manifesto che presa EK = CH, tanta è la forza comprimente, fatta dal velo AB nel passare lo spazio AG, quant' è la forza comprimente del velo EF, nel passare lo spazio EK, e perciò il fondo CD soffre da tutta l' acqua AD quel che dalla sola ED.

Così in sostanza si dimostra dal Pascal, nel suo capitolo secondo, *pourquoy les liqueurs pesent suivant leur hauteur*. Che poi la dimostrazione di questi paradossi veramente dipenda dal principio, che governa la prima macchina descritta, e illustrata per la figura 120; è facile vederlo, perchè, anche ne' due contemplati esempi, la potenza, che facciasi risiedere nel moto del velo acqueo AB (nella figura 121), alta resistenza del fondo EF, ha la proporzion reciproca della velocità EG alla velocità AC, come in tutte le altre macchine ordinarie, rappresentate nella leva, ad imitazion di ciò, che può dirsi intorno alla quale, s' è ridotto alla ragion dell' uguaglianza de' pesi LM, EF, e delle velocità LN, EG, la ragion dell' eguaglianza de' momenti. La virtù dunque di concludere efficacemente si deriva tutta, nel discorso del Pascal, dal fatto che le pressioni si trasmettono dalla porzione EF alla SH, così nei vasi comunicanti rappresentati dalla figura 120, come dalla porzione AB si trasmette alla EF nel vaso rappresentato dalla figura 121, e in tutti gli altri, di qualunque forma siano, più capaci in basso che in alto: secondo l' espression propria dell' Autore il fatto insomma è il medesimo « soit que cette portion soit vis a vis de l'ouverture ou a costé, loin ou prest; car la continuité et la fluidité de l'eau rend toutes ces choses la egales et indifferentes » (*De l'equil. des liqueurs* cit., pag. 9).

Riducendosi ora qui tutta l' importanza, può sembrare inconveniente che il Pascal asserisca senza prove. Ma a che provar ciò che a tutti era noto? Bastava l' esperienza del diavolino del Cartesio a persuadere chiunque che la pressione fatta dallo stantuffo si comunica indifferentemente a ogni porzion dell' acqua, comunque ella sia disposta, perchè, dentro il foro del cannellino, si vedeva essere spinto il liquido, o sia la figura in alto, in basso e nel mezzo, o rimanga esso foro di sotto o di sopra, dal sinistro lato o dal destro. Tutt' altro dunque ch' essere stato primo, come si dice, il Pascal a dimostrare che la pressione, fatta sopra un punto qualunque del liquido, si trasmette per tutto e per ogni verso in mezzo alla mole intera, ei la suppone come cosa nota, non ai soli spettatori curiosi de' giocattoli del Cartesia, ma a que' dotti principalmente, i quali avevano applaudito all' esperienza dell' argento vivo, come dimostrativa del peso dell' ammosfera, per cui si può

credere facilmente che, del principio dell'uguaglianza delle pressioni, confermato dalle spettacolose esperienze del Magiotti, riconoscesse il Pascal stesso autore il Torricelli.

In una cosa però differiva la dottrina del Francese: in attribuire cioè alla continuità, e alla fluidità dell'acqua, quel che i Nostri attribuivano alla renitenza certissima di lei all'esser compressa. Nel vaso rappresentato dalla figura 121, capace per esempio di una sola oncia d'acqua, il fondo EF è premuto dal peso di tutta l'acqua LF, che può esser di cento libbre. Di una tale strana moltiplicazione di foiza è causa la pressione che, esercitata sul velo AB o dal proprio peso del velo AB, si trasmette istantaneamente al velo EF, per la renitenza dell'acqua alla compressione, diceva il Magiotti, ma per la continuità e fluidità di lei diceva invece il Pascal, che dimostrava il suo asserto con questa bella esperienza: S'immagini essere il fondo EF mobile come uno stantuffo dentro un corpo di tromba, e sia sostenuto per mezzo di un filo, raccomandato a un braccio della bilancia: per mantener l'equilibrio converrà, nella fatta supposizione, appendere dall'altro braccio un peso di cento libbre, benchè propriamente l'acqua contenuta nel vaso non pesi che un oncia sola. Nonostante che sia così come si dice, e come avviene di fatto, « si cette eau vient à se glacer, et que la glace ne prenne pas au vaisseau, comme en effet elle ne s'y attache pas d'ordinaire; il ne faudra a l'autre bras de la balances qu'une once pour tenir le poids de la glace en equilibre. Mais si on approche du feu contre le vaisseau, qui faisse fondre la glace, il faudra un poids de cent livres pour contrebalancer la pesanteur de cette glace fondué en eau, quoy que nous ne la supposions que d'une once » (ivi, pag. 3).

Questi altri fatti, soggiunge altrove il Pascal, per conferma della sua opinione: « Si l'eau qui est dans le petit tuyau se glaçoit, et que celle qui est dans le vaisseau large du fond demeurast liquide, il faudroit cent livres pour soutenir le poids de cette glace. Mais si l'eau qui est dans le fond se glace, soit que l'autre se gele ou demeure liquide, il ne faut qu'une once pour la contrepeser » (ivi, pagina 14). Dalle quali osservazioni l'Autore conclude « que c'est la liquidité du corps, qui communique d'une des ouvertures à l'autre, qui cause cette multiplication de forces » (ivi, pagina 15).

Comunque sia i Fisici composero insieme le ipotesi del Magiotti e del Pascal, dicendo che, per la trasmissione istantanea delle pressioni per tutti i versi, richiedevasi una perfetta liquidità, e una incompressibilità perfetta. Poi dopo, quando si volle aver ricorso alle attrazioni e alle repulsioni molecolari, per spiegare il trasmettersi delle pressioni, secondo qualche loro somiglianza colla vibrazione e frequenza dell'onde, si richieşe non più la renitenza, ma un certo assecondamento delle particelle dell'acqua all'esser compresse e al dilatarsi, riducendo così, in qualche modo, anche i liquidi a partecipare della costitùzione e della natura dei corpi elastici. Ma essendo così fatte speculazioni il frutto di studi più maturi, le lasceremo, per non

dilungarci di troppo dai tempi, in cui la scienza delle pressioni idrostatiche era ne' suoi principii.

Vedemmo quale di così fatti principii fosse l'avvenimento in Italia, e s'accennava che di ciò erano ben persuasi col Pascal tutti que' dotti, i quali riconobbero nell' esperienza famosa del Torricelli una dimostrazione non dubbia del peso dell' ammosfera. In Francia, sotto il dominio della Scuola cartesiana, si trovavano gli studiosi nelle medesime condizioni che fra noi. Il Cartesio e Galileo professavano in idrostatica i medesimi falsi principii, e non fa perciò maraviglia che giungessero alla medesima falsità delle conclusioni. Come poteva il Baliani, quando proponeva che la misura del vacuo fosse la pressione ammosferica, alla quale si dovesse il non si poter sostener l'acqua nelle trombe, se non che sino a una determinata altezza; come poteva trovar favore in coloro, i quali credevano e insegnavano che i fluidi non pesano nel loro proprio elemento, e nè perciò pesa l'aria dentro il pozzo, per sostener l'acqua nel tubo della tromba, come non pesa l'aria nella fossetta scavatasi dall'assicella d'ebano che galleggia? Galileo perciò si ridusse a dire che il limite di questa altezza nel tubo non era posto dal peso estraneo dell'aria, ma dal peso proprio del cilindro liquido, rassomigliato a una corda, che resiste in sino a un certo punto, oltrepassato il quale, necessariamente si strappa. Lo stesso diceva il Cartesio, nel rendere al Mersenno la ragione del perchè sia meglio, per sollevar l'acqua a qualche grande altezza, servirsi del moto interrotto di più trombe, piuttosto che del continuato di una tromba sola. « Ratio autem quamobrem praestaret interruptus motus, est quod corium subtensum substinere debet totam aquae columnam viginti sexpedas altam, quod quidem pondus est tantum, ut illud diu ferre nequeat quin frangatur » (*Epistol.*, P. II, Amstelodami 1682, pag. 128).

Le ragioni, da cui fu mosso Galileo a ripudiare la proposta del Baliani, erano quelle medesime, che davano ai galileiani occasione di dubitare della proposta del Torricelli, il quale ebbe perciò a riformar l'Idrostatica, dimostrando che anche l'aria pesa nell' aria, e che come fluido esercita le sue pressioni per tutti i versi. Quel che fece il Nostro nelle lettere private al Ricci, e ne' familiari colloqui con gli amici, volle poi fare il Pascal ordinatamente ne' suoi due celebri trattati, per rispondere ai dubbi dei cartesiani. « C'est pourquoy j'ay monstré dans *L'equilibre des liqueurs,* que l'eau pese dans elle mesme autant qu'au dehors, et j'y ay expliqué pourquoy nonobstant ce poids un seau n'y est pas difficile a hausser et pourquoy on n'en sent pas le poids. Et dans le traité *De la pesanteur de la masse de l'air* j'ay monstré la mesme chose de l'air, afin d'éclaireir tous les doutes » (*Conclusion des deux traitez* cit., pag. 132).

Ma nella lettera del dì 15 Novembre 1647 dichiarava il Pascal al Perier anche più espressamente le ragioni, ch' egli ebbe di congiungere insieme i due trattati, e di premettere, a quello *De la pesanteur de la masse de l'air,* l'altro *De l'equilibre des liqueurs.* « J'ay peine a croire que la Nature, qui n'est point animée ny sensible, soit susceptible d'horreur, puisque les pas-

sions presupposent une ame capable de les ressentir, et j'incline bien plus a imputer tous ces effets a la pesanteur et pression de l'air, parce que je ne les considere que comme des cas particuliers d'une proposition universelle de l'equilibre des liqueurs, qui doit faire la plus grande partie du Traité que j'ay promis. » (*Recit de la grande experience etc.* in appendice ai due trattati cit., pag. 168, 69). Ed essendo la promessa fatta nel detto anno 1647 non fu mantenuta, se non che dopo il 1651, quando l'esperienze eseguite sul Puy de Domme, a Clermont, a Parigi e a Stokolm, confermarono essere la maggiore o minore altezza, e perciò il maggiore o minor peso dell' aria verissima causa dell' alzarsi e dell' abbassarsi l' argento vivo nel tubo torricelliano.

Tale è la breve storia del libro, e dell' argomento da lui trattato, a proposito del quale nessuno dubiterà essere stato il Pascal, nel restaurar l' Idrostatica, preceduto dal Torricelli. Ma forse alcuni potrebbero mettere in dubbio quel che s' e dato da noi per certo, che cioè il Francese riconoscesse da sè stesso così la preminenza del Nostro, da far quasi come il discepolo, che commenta la lezione del suo maestro. Ai dubitanti risponderemo, e confermeremo noi stessi e gli altri nella propria opinione, adducendo un esempio, che dimostri come in un soggetto, da questo non molto diverso, il Pascal adempia di fatto verso il Torricelli l' ufficio che abbiamo detto.

Come l' equilibrio di un liquido in due vasi comunicanti, prima dimostrato col principio delle velocità virtuali, pensasse poi esso Pascal d' assicurarlo dalle contradizioni, invocando l' assioma torricelliano de' due corpi congiunti, che si rimangono in quiete, quando il loro comun centro di gravità non può scendere; fu precedentemente da noi fatto notare. Ora però soggiungiamo che il Torricelli, nel premettere al suo trattato quell' assioma, diceva che i due corpi congiunti, avverandosi la fatta supposizione dell' impossibile scesa del loro comun centro gravitativo, si rimarrebbero in quiete « sive id libra fiat, sive troclea, sive qualibet alia mechanica ratione, grave autem huiusmodi non movebitur unquam, nisi centrum gravitatis ipsius descendat » (*Opera geom.*, P. I, Florentiae 1644, pag. 99).

La dimostrazione taciuta dal Torricelli fu distesa dal Pascal in un trattatello delle Macchine, ch' egli commemora con queste parole, quasi compiacente d' aver salvata, col nuovo metodo torricelliano, la Meccanica, rimasta da Aristotile a Galileo senza difesa, da' contradittori delle velocità virtuali: « J'ay démontré, par cette methode, dans un petit traité de Mechanique, la raison de toutes les multiplications de forces, qui se trouvent en tous les autres instrumens de Mechanique, qu'on a jusques a present inventez. Car je fais voir en tous que les poids inegaux, qui se trouvent en equilibre, par l'avantage des machines sont tellement disposez, par la construction des machines, que leur centre de gravité commun ne sçavroit jamais descendre, quelque situation qu'ils prissent. D'ou il s'ensuit qu'ils doivent demeurer en repos, c'est a dire en equilibre » (*Traitez* cit., pag. 11).

Giovi aver resuscitata questa memoria, perchè si riconosca l' importanza

di un tale trattato nella storia della Statica. Ma quel che per ora a noi preme è di concludere che il principio dell' uguaglianza delle pressioni il Pascal non lo dà come nuovo, ma, supponendolo già noto, lo conferma con esperienze nuove, lo spiega con nuove ragioni, e l' applica a dimostrar l' equilibrio dei liquidi con sè stessi, ch' è l' argomento della prima parte del suo libro. Nella seconda si propone di trattare *De l'equilibre d'une liqueur avec un corps solide,* e supponendo questo solido aver forma di cubo, ed essere sotto l' acqua tutto sommerso, così comincia il suo ragionamento: « Nous voyons par là que l'eau pousse en haut les corps qu'elle touche par dessous; qu'elle pousse en bas ceux qu'elle touche par dessus, et qu'elle pousse de costé ceux qu'elle touche par le costé opposé. D'où il est aisé de conclure que quand un corps est tout dans l'eau, comme l'eau le touche par dessus, par dessous, et par tous les costez, elle fait effort pour le pousser en haut, en bas, et vers tous les costés. Mais comme sa hauteur est la mesure de la force, qu'elle a dans toutes ces impressions, on verra bien aisément le quel de tous ces efforts doit prevaloir » (ivi, pag. 25).

Quel che, nel principio di questo discorso, dice di aver fatto vedere il Pascal, consiste nelle esperienze descritte nel capitolo precedente, una delle quali è quella della canna AB (fig. 123), turata in fondo con lo stoppaccio B a sfregamento dolce, che messa in acqua, in modo però che la sua bocca A rimanga sempre aperta nell' aria, mostra come lo stoppaccio stesso è sempre spinto più in su, quanto più la canna s' abbassa. L' altra esperienza è della canna ritorta (fig. 124), in cui lo stoppaccio al contrario è cacciato sempre più giù, e in ultimo vien descritta la canna a gruccia (fig. 125), in cui si vede esso stoppaccio premuto sempre più indentro e di traverso, secondo che l' immersione via via si fa più profonda.

Fig. 123.

Da questi fatti il Pascal conclude che, essendo il solido cubo premuto ugualmente sulla faccia davanti e su quella di dietro, sulla faccia destra e sulla sinistra; se sarà altresì con pari forza premuto anche sulla faccia di sotto e su quella di sopra, si rimarrà in equilibrio. Ma prevalendo le due spinte in giù e in su l' una all' altra, il solido stesso o calerà in fondo o risalirà su a galla. « Car il paroist d'abord que comme elle (l'eau) a une pareille hauteur sur toutes les faces des costés, elle les poussera également, et partant ce corps ne recevra aucune impression vers aucun costé, non plus qu'une girovette entre deux vents égaux » (ivi, pag. 25).

Fig. 124.

Figura 125.

Ora è notabile questo sentenziar così assoluto in cosa di tanta importanza. Non sembrava che dovesse essere principale ufficio dello scrittore quello di provare che, essendo l' acqua di pari altezza, le facce laterali del cubo son premute tutte ugualmente? Ma ei reputava inutile spendere intorno a ciò tante parole, avendosene dallo Stevino così chiara,

matematica dimostrazione. Se la forza, che preme le opposte facce laterali del cubo, uguaglia il peso della mezza colonna d'acqua, avente per base esse facce, e per altezza la perpendicolare, condotta in fin su al supremo livello del liquido dal centro della figura; non era egli evidente che, essendo le basi e le altezze uguali, debbono anche i pesi delle colonne prementi essere uguali?

Dunque il Pascal presupponeva la notizia degli Elementi idrostatici dello Stevino, di cui intendeva render più facili e più naturali l'esperienze dimostrative della spinta in su del liquido, e per tutti i versi. Anzi è da osservare com'anco, rispetto all'equilibrio de' liquidi con sè stessi, esso Pascal presuppone i teoremi steviniani, la ragion de' quali niente altro fa che confermare col principio delle velocità virtuali, e della stabilità orizontale del centro gratitativo, secondo il metodo di Galileo e l'assioma meccanico del Torricelli. Non tutti i torti aveva dunque il Boyle, quando, dell'aver ridotto alle genuine leggi idrostatiche il premersi i liquidi in sè stessi, non dava nessun merito al Pascal, ma l'attribuiva tutto a sè stesso e allo Stevino. « Stevinus et ego, diversimode licet, particulatim probavimus, iuxta genuinae hydrostaticae leges, duorum liquorum prementium se invicem praevalentiam determinandam non esse ex eorumdem quantitatem, sed tribuendam ei qui excedit alterum in perpendiculari altitudine » (*De salsedine maris. Op. omnia,* T. II, Venetiis 1697, pag. 342).

Dalle cose dette fin qui l'opera, data dal Pascal intorno all'Idrostatica, viene a mettersi nel suo proprio aspetto, così che non è difficile formarsene il più giusto giudizio. Il non avere insegnato in sostanza nulla di nuovo non diminuisce perciò punto il suo merito, mancando agl'insegnamenti dello Stevino e del Torricelli le qualità necessarie al loro diffondersi con facilità, e persuadere con efficacia. Gli Elementi idrostatici dell'Olandese avevano troppo del matematico, non solo nell'esposizion de' principii generali, ma nelle loro stesse applicazioni, e le teorie del Nostro, non essendo ancora pubblicamente note le lettere al Ricci, si dovevano far conseguire dall'esperienza dell'argento vivo. Il Pascal, premettendo il trattato *Dell' equilibrio de' liquidi* a quello *Del peso della massa dell' aria,* dimostrò l'ordine logico di quelle conseguenze, e ridusse a fatti fisici le matematiche astrazioni. L'ordine, la precisione e la chiarezza, che dispensavano l'Autore dalle molte parole, cosicchè il libro di lui si conclude in 44 pagine di un volumetto in 12°; bastano a spiegar l'efficacia, ch'egli ebbe in diffondere e in persuadere la scienza, la quale, apparendo nuova, non fa maraviglia se, contro l'intenzion dell'Autore, tale anche fosse creduta.

Istituitasi in ogni modo nel libro del Pascal l'Idrostatica, non potevano lungamente mancarne i promotori. Roberto Boyle, esaminando il trattato *De l'equilibre des liqueurs,* lo trovò constare di conclusioni e di sperimenti: e benchè di quelle, almeno in generale, non dubitasse, aveva questi però per non bene dimostrativi, per diverse ragioni, la prima delle quali è « quia licet experimenta ab ipso commemorata eo modo tradantur, qui in consi-

gnandis rebus facti est solemnis, non tamen memini diserte eum affirmare semet actu illa sumpsisse, atque ideo forte ea tradidit ceu talia, quae, ex eo quod confidat se in ratiociniis suis non errasse, oporteat evenire » (*Paradoxa hydros.*, Roterodami 1670, pag. 4). E promette il Boyle di confermare questo suo giudizio con qualche esempio, un de' quali gli fu porto dall' esperienza, che il Pascal descrive così: « Un tuyau ouvert par en haut et par en bas, estant plein de vif argent, et enfoncé dans une riviere, pourveu que le bout d'en haut sorte hors de l'eau, si le bout d'en bas est a quatorze pieds avant dans l'eau, le vif argent tombera jusques à ce qu'il n'en reste plus que la hauteur d'un pied, et là il demereura suspendu par le poids de l'eau » (*De l'equilibre etc.*, pag. 20).

A quanti però, benchè abilissimi sperimentatori, ci s' erano provati, non era riuscito mai di vedere questa curiosità del mercurio sospeso in mezzo all' acqua, e il Boyle confermava che, specialmente con quelle grossezze di tubi soliti a usarsi, non era in nessun modo possibile che riuscisse, perchè il liquido metallo, caduto da una tale altezza, acquista tant' impeto, da scappar tutto fuori, vincendo ogni resistenza dell' acqua. Ond' essendo anche al Pascal la cosa d' impossibile riuscita, s' argomenta ragionevolmente non dover aver egli messa in atto l' esperienza, che solamente propone come consona con le verità da lui professate. « Et sane, ni esset impetus, quem acquirit mercurius ex tanta labens altitudine, haud indigna ipso foret ratiocinatio. Sed experimenta nonnisi theorice vera proponi debebant ut talia, possuntque ea saepius in praxi fallere » (*Paradoxa* cit., pag. 63).

Non diverso giudizio da questo fa il Boyle dello Stevino, a proposito della terza esperienza, descritta nel V libro della Statica, *commençant la practique de l'Hydrostatique*: esperienza che, non essendo riuscita al Wallis, doveva presentar tali difficoltà, da credere facilmente che nemmen lo Stevino l' avesse ridotta a rigoroso esame. « Et sane, propter difficultatem ad examen ea reducendi, addubitavi ego nunquam hic Author experimenta ista ipse sumpserit, an potius consignaverit eventa, quae ea omnino sortitura supposuit, coniecturas suas ex veritate demonstrativa rite deductas persuasus » (ibid., pag. 133).

Son dietro a ciò facili a prevedersi le intenzioni del Boyle, le quali non erano d' istituire dell' Idrostatica elementi o sistemi, ma di confermarla con l' esperienze, perfezionando le antiche, e proponendone delle nuove. Così venne a mettere in ordine quegli XI paradossi, pubblicati nel 1664 in Oxford in lingua inglese, e de' quali poi si vide in Rotterdam, nel 1670, la traduzione latina, che si cita da noi.

Così fatti Paradossi dunque, che lo Stevino e il Pascal proposero, e ingegnosamente ridussero alle vere loro ragioni, il Boyle vuol dimostrare con l' esperienze in un altro modo, giacchè quello tenuto da' due suoi illustri predecessori non lo sodisfa pienamente. È perciò che, nel Paradosso VI, dopo aver trascritta la X proposizione del libro dello Stevino, passa a esaminare il terzo sperimento, quivi immaginato per confermarla, il quale sperimento,

sebbene sia di difficile esecuzione a quel modo, che l' insegna a far l' inventore, mostra nulladimeno il Boyle con quale e con quanta diligenza debba condursi, perchè si possa veder la pratica esattamente corrispondere con la teoria.

Similmente, ai curiosi di veder lo spettacolo del mercurio, sospeso non solamente in mezzo all' acqua, ma in mezzo a un liquido molto men grave in specie di lei, qual' è l' olio di terebinto; sodisfaceva l' Autore dei Paradossi, insegnando a prendere una canna di vetro, un po' più stretta e più corta di quella usata dal Pascal, e, immersa nel mercurio tanto che la bocca inferiore n' attinga un poco, turar la superiore col dito, come si fa del saggiatore del vino. Estratta poi la canna, col liquido metallo rimastovi in fondo, voleva s' immergesse nell' olio, dove, ora abbassandola ora alzandola, dopo averle levato di sopra il dito, si vedrà, diceva, « non iniucundo spectaculo ponderosum mercurii corpus ut nunc surgat nunc cadat, ita tamen ut semper super liquoris, ipso communi spiritus vini levioris, superficie fluitet » (pag. 100).

Se tutto, nel Pascal e nello Stevino, fosse di questo genere, l' assunto del Boyle riusciva utilissimo all' arte sperimentale. Generalmente però l' esperienze idrostatiche prime non differiscono da queste nuove, che nella semplicità degli strumenti, e nel modo più facile di usarli. Per esempio: preparare uno stoppaccio, uno zaffo, per turare in B la bocca della canna a gruccia, disegnata nella figura 125; era molto più facile che procurarsi olio della qualità richiesta, e canna adatta a ritenerlo dentro; e in sostanza la pression laterale dell' acqua veniva allo stesso modo ben dimostrata. Simile dicasi delle pressioni esercitate dal liquido di sotto in su, la maniera semplicissima di sperimentar le quali, come la suggerì il Torricelli al Ricci e il Pascal ai suoi lettori, differisce in ciò solamente dalla maniera del Boyle, che quella può facilmente praticare ognuno con gli oggetti comuni, e questa non può che il Filosofo, e chiunque abbia un artefice costruttore degl' immaginati strumenti. Il nobilissimo Barone inglese ridusse anche gli oggetti del gabinetto fisico alla magnificenza e al lusso degli altri mobili di casa, i più poveri de' quali credeva non poter servire al medesimo uso, quasi che una scranna di rozzo faggio non fosse buona a sedervi sopra, come una sedia d' ebano dorato.

Si legga per esempio il Paradosso XI. A questo, appena annunziato ai colleghi della R. Società di Londra, premette l'Autore una tale osservazione: « Paradoxum hoc, cum nunquam fuerit, me quidem conscio, a quoquam hactenus propositum, adeo parum verisimile iis fuit visum, quibus id obtuli, mathematicis ipsis non exceptis, ut sperare vix possim illustrissimam hanc Societatem ei prompte et universim assensuram, nisi inductam experientia » (pag. 175). Eppure la maraviglia, che si dava agli accademici di Londra per nuova, era quella medesima annunziata cinquant' anni prima da Giovanni Bardi agli accademici di Roma, come cosa notissima a tutti, e descritta dallo Stevino, la ragion del quale, rispetto al sostenersi in mezzo all' acqua una

tavoletta di piombo, valeva altresì per un corpo molto più ponderoso, come il cubo di bronzo, che ivi il Boyle propone. La differenza poi tra il vecchio paradosso e il nuovo non consiste se non in ciò, che a quello serve un semplice tubo, applicato con esquisito contatto a una faccia del solido, il quale, se in aria vuol essere sostenuto colla mano, tuffato in acqua a una profondità conveniente non ha bisogno d' altro sostegno, bastando a lui la spinta idrostatica. In questo poi, nel paradosso del Boyle, quanto sia più complicato, e, diciamo così, lussureggiante l' apparato dell' esperienza, può facilmente riconoscersi da chiunque rivolga gli occhi alla figura XX, impressa in fine al libro sulla tavola terza.

Non poco si compiace il Boyle stesso di quella esperienza, ch' egli crede essere un' invenzione sua nuova, per confermare il peso dell' aria contro chi lo metteva in dubbio perchè, usandovi il metodo aristotelico di gonfiarla e di condensarla in una vescica, dicevano non doversi quell' accrescimento di gravità, mostrato dalla stadera, attribuire all' aria stessa moltiplicata, ma agli effluvii crassi espirati dal petto, e passati per la bocca dell' uomo. La vantata esperienza boileiana consisteva nell' avere una bolla di vetro, in forma di una pera col suo picciolo, dentro alla quale si rarefaceva l' aria al calore, e, sigillatone il picciolo alla fiamma, si lasciava freddare e s' imponeva sul bacino di una esattissima bilancia accuratamente equilibrata. Rotto poi il picciolo, e irrompendo violentemente dentro la bolla vuota l'aria esterna, si notò che subito lo strumento s' inclinava da questa parte con insigne preponderanza. In questo modo avrebbe certamente dovuto istituir Galileo la sua esperienza, per decider se vero o falso era quel che diceva un Peripatetico suo avversario, aver cioè sensibile peso anche l' aria in mezzo all' altr' aria. E invece suggeriva di pesare « una gran boccia di vetro, serrandovi dentro l' aria naturale, senza comprimerne altra, perchè, se poi si romperà la boccia, e si peseranno i pezzi del vetro, si troverà l' istesso peso a capello » (*Risposta a V. di Grazia*, Alb. XIII, 530). Ma in ogni modo la vera esperienza decisiva sarebbe stata quella, descritta nella Lettera al Nozzolini, la quale esperienza, mentre pareggiava la sopra riferita del Boyle nella precisione, la superava forse per la semplicità e per la eleganza.

È molto probabile che il Fisico inglese ignorasse quella scrittura galileiana, non nota se non a pochi fra gli stessi Italiani, ma non si può in ogni modo passar senza considerazione quel che dice nel Paradosso terzo, a proposito del celebre teorema idrostatico, in cui dimostra Archimede che il solido immerso tanto perde del suo proprio peso, quant' è il peso di un' egual mole di liquido. Il qual teorema, dice il Boyle, « non memini me in ullo vidisse libro excuso, et solide et clare demonstratum, doctissimo Stevino ipso, ad quem recentiores nos remittere authores solent, nonnisi obscuram eius, nec physicam demonstrationem tradente » (pag. 71). Crede perciò che nessuno abbia ancora solidamente e chiaramente dimostrato il teorema prima di lui, col proporre che fa e descrivere il seguente esperimento; « Si enim capias v. g. frustum plumbi, idque ex crine equino, qui supponitur aquae

proxime aequiponderare, ad unam lancium exactae trutinae appendas, sique iusto sacomate alteri lanci imposito patiaris plumbum vasi aquam continentem immergi, donec ea plane contegatur, sed libere in ipsa pendeat; sacoma permultum praeponderabit. Atque parte sacomatis exempta, donec rursus ad aequilibrium reducatur bilanx, facile poteris, subducendo quod exemisti, idque comparando cum toto pondere plumbi in aere, invenire quantam sui ponderis partem amittat in aqua » (ibid., pag. 72).

Può ragionevolmente supporsi che il Boyle non sapesse quel che s'era speculato in Italia, intorno alla Bilancetta idrostatica, da Galileo, dal Castelli, dal Viviani e da altri, che non pensarono a divulgare le loro invenzioni. Ma bastava aver letto il Ghetaldo, ch' esso Boyle annovera, insieme col medesimo Galileo e con lo Stevino, fra i principali promotori dell'Idrostatica: bastava aver veduto il Tartaglia, per persuadersi che lo sperimento descritto ne' Paradossi inglesi era tutt' altro che nuovo. Nè l'Autor di questi paradossi inglesi credeva fosse rimasto indimostrato solo il teorema principale, ma e i corollari di lui, concernenti le ragioni dell'affondarsi i corpi più gravi dell'acqua, e dell'emergere i più leggeri. Le nuove desiderate ragioni, solide e chiare, poteva dirsi che mancavano in Galileo, ma no nello Stevino, in cui anzi il Pascal le riconobbe di così facile deduzione, da stimare inutile il suggerirle ai lettori.

Ritorniamo sul capitolo V *De l'equilibre des liqueurs,* in principio del quale, supponendo l'Autore i teoremi steviniani da sè stesso precedentemente confermati con l'esperienza, si propone un solido tutto sott'acqua. E dopo aver quivi detto ch' egli è premuto per ogni sua parte, e anche di basso in alto e d' alto in basso, conclude: *on verra bien le quel de tous ces efforts doit prevaloir.* Essendo infatti le contrarie pressioni d' avanti e indietro, da destra e sinistra, sempre necessariamente uguali, non può la question cadere se non che circa le pressioni di sopra in giù, e di sotto in su, l'uguaglianza o la prevalenza delle quali si vedrà bene, vuol dire insomma il Pascal, per gl' insegnamenti dello Stevino, secondo cui la base AB del solido CB (fig. 126) è spinta in su da una forza uguale al peso della colonna d'acqua, avente quella medesima base, e AE per altezza; in giù poi è calcata dal peso proprio del solido, e da quello che gli soprasta: dalla colonna cioè, che ha per base la base superiore del solido stesso, e per altezza CE, supposto che sia FG il livello del liquido nel vaso. Di qui si vedrà anche meglio *le quel de ces efforts doit prevaloir,* perchè, se il solido è più grave in specie dell' acqua, il luogo della quale egli occupa nella colonna EB, prevarrà la spinta di sopra, che lo tirerà in fondo; se è più leggero, prevarrà la spinta di sotto, che lo menerà a galla.

Figura 126.

Ora questa pronta facilità, e sicurezza di ragioni, fa un singolare contrasto con l'incerto procedere del Boyle, simile a quel di colui, che fosse

entrato per una via, da nessun orma segnata. « Ratio igitur emersionis leviorum corporum in gravioribus fluidis esse haec videtur: quod aquae, corporis parti inferiori contiguae, conatus sursum fortius est eiusdem corporis et aquae ei incumbenti, conatu deorsum » (*Parad.* cit., pag. 75). Ma questa è ragion fisica. Avrebbe dovuto sapere il Boyle altresì che lo Stevino soggiungeva un' altra ragion matematica, per cui, non solamente veniva a precedere l' idrostatica dei Paradossi, ma quella stessa, che si sarebbe insegnata un secolo di poi. Se O sia il centro di gravità del corpo CB, sarà, secondo l' autore dell' Acrobatica, in quello stesso punto il centro della pressione, cosicchè concorreranno in O tre forze, una di basso in alto, uguale al peso C della colonna d' acqua già detta, e due d' alto in basso: quella uguale al peso P del solido, e questa uguale al peso C′ della colonna liquida, a lui soprastante. Onde, essendo $C = P + C'$, si farà l' equilibrio: e se, rimanendo C′ invariabile, P cresce o scema, è manifesto quale sia, nelle due contrapposte direzioni, la forza che prevale.

Si è supposto C′ invariabile, ed essendo CB men grave in specie dell' acqua, s' è, per queste chiarissime dottrine steviniane, concluso che verrà spinto in alto. Or s' immagini il solido rimaner sulla medesima base AB, ma raddoppiare in AD la sua altezza. È manifesto che la spinta in su sarà la medesima, ma diminuirà la spinta in giù, perchè l' accrescimento del solido è entrato in luogo dell' acqua, la quale è per ipotesi più grave. Ond'è che se CB, DB son due cubi, o due cilindri di legno, il più lungo verrà sospinto in su, con più veloce moto dell' altro.

Non è dunque vero che agli scrittori idrostatici mancassero le ragioni da risolvere il problema, come si lusingava il Boyle, il quale, dop' aver posto il fondamento alle cose che stanno in sull' acqua, o che in quella si muovono, soggiungeva queste parole: « Atque ex iisdem fundamentis afferre possumus (quam apud alios nondum invenimus) veram problematis istius a scriptoribus hydraulicis propositi, solutionem, quare, scilicet, si baculus aliquis cylindricus secetur in duas partes, quarum una duplam habeat longitudinem alterius, et ambae sub aqua aequali profunditate detentae dimittantur, eodem tempore et emergere sinantur, maior celerius adscendet minori » (ibid., pag. 77).

Constando dunque l' Idrostatica, ne' trattati dei precedenti Autori, veramente di conclusioni e di sperimenti, si può dire che il Boyle non dette a quelle nessuna promozione, cosicchè l' opera sua si ridusse tutta a confermare verità già dimostrate. Quanto agli sperimenti non è che la Scienza, prima di lui, ne patisse difetto, ma non erano tutti praticabili a quel modo, che si proponevano dagli speculativi, e il Boyle mostrò come si dovevano disporre ed esercitare gli strumenti, perchè rispondessero esattamente alle intenzioni. Spesso la prescrizione di certi organi è superflua: alcune osservanze son così minuziose, da somigliare molto a pedanterie, ma è nonostante il Boyle, come sempre, anche qui grande maestro dell' arte sperimentale.

III.

Tali furono i progressi, fatti dall'Idrostatica appresso gli stranieri, mentre in Italia si rimaneva tuttavia rattratta nel Discorso galileiano delle galleggianti. Eppure gl'impulsi al progredire erano agli altri venuti da noi, comunicandosi al Boyle dal Pascal, e al Pascal dal Torricelli e dal Magiotti. Ma come sia avvenuto che la scintilla delle tradizioni corresse prima ad accendere il fuoco in Francia, si comprenderà dai fatti narrati, rammemorandoci che le lettere torricelliane al Ricci non si resero pubblicamente note, che nel 1663, insieme col trattato del Pascal, e un anno prima de' Paradossi del Boyle. Quell'anno 1663 segna l'epoca del risorgimento dell'Idrostatica in Italia: risorgimento, che gli Accademici fiorentini par che volessero far proclamare al Magliabechi solennemente, in questo, fra i suoi celebri *Avvisi letterari*, che trascriviamo dall'autografo: « Il Boyle ha stampato in Oxford *Paradoxa hydrostatica,* dove con varie esperienze cerca di stabilire l'equilibrio de' liquori secondo il libretto di monsù Pascal, o piuttosto secondo l'invenzione del Torricelli, che veramente fu il primo » (MSS. Cim., T. XXI, fol. 42).

Si disse come l'invenzione fosse spiegata, e pubblicamente da Tommaso Cornelio diffusane la notizia. E benchè l'Epistola di lui si rimanesse per quindici anni non curata, per le ragioni accennate, e per altre che non importa mettersi a investigare; ora era naturale si rivolgessero gli studiosi con vivo desiderio a lei, ch'ebbe perciò la massima efficacia nel detto risorgimento della Scienza. Giovanni Finchio, mandato dal principe Leopoldo de' Medici per l'Italia, a raccogliere oggetti di Storia naturale, notizie d'autori e di libri; non mancò d'informarsi del Cornelio, che il Borelli, negli accademici consessi intorno al confutar la leggerezza positiva, riconosceva benemerito banditore dell'Idrostatica torricelliana, attinta dalla bocca del Ricci. « A Napoli (così il Finchio riferiva al Principe, in una lettera del 24 Novembre 1663) abbiamo avuto particolarissima notizia del signor Tommaso Cornelio, matematico e medico di grande grido, e amico del signor Michelangiolo Ricci. Lui ha scritto un libro intitolato *Progymnasmata:* pretende che lui sia stato inventore della ipotesi della compressione dell'aria, e forza elastica di lei, innanzi Pecqueto » (ivi, T. XVII, fol. 224).

Ma il Viviani, non contento a leggere l'Epistola corneliana nell'originale latino, si dette diligentemente a tradurla, o intendesse così d'imprimer meglio nella sua propria mente quelle dottrine, o di divulgarle negli altri, così, più facilmente. È notabile in ogni modo che rimanesse questa fatica interrotta proprio colà, dove s'entrava nell'argomento dell'Idrostatica, distratto senza dubbio il Viviani dal concepire, e poi dal distendere il trattato che diremo, e che gli fu suggerito dal rimeditar le cose, che stava per tra-

durre in su quel punto. Ciò che n'è rimasto è dal fol. 48-66 del T. CXXXVI de' Discepoli di Galileo, dove in principio, dopo l'avvertenza *Mia traduzione*, si legge: « Lettera all'illustrissimo signor marchese Marcello Crescenti, di Tommaso Cornelio da Cosenza, nella quale si esplicano, per mezzo della circumpulsione, secondo l'opinione platonica, le vere cagioni di que' moti, che volgarmente dicono farsi per ragione di fuggire il vacuo. Si sciolgono ancora alcune questioni naturali, che cadono in proposito del discorso, e si apportano in campo alcuni nuovi problemi. Stampata in Roma nel 1648. »

Il passo originale in questa lettera, a cui rimase nel tradurre il Viviani, per mettersi a svolgere ordinatamente i pensieri di lì concepiti, è il seguente, che si trascrive dalla citata appendice ai *Proginnasmi*. « Aqua premit interiorem vasis superficiem, non modo iuxta perpendiculares, sed iuxta inclinatas quoque lineas: immo, non solum iuxta rectas, sed etiam iuxta flexuosas, quae rectis aequiparantur. In omni tamen casu tantus fit impulsus, quantus omnino fieret a perpendiculo aquae altitudinem definiente. Eadem enim pressioni aquarum contingunt, quae in motu gravium naturaliter descendentium observantur, quum pressus hic oriatur ex propensione, quam habet aqua ad motum deorsum. Quemadmodum vero pila plumbea per planum inclinatum, vel per tubum in helicis formam revolutum, a summo ad imum repens, tantam denique acquirit velocitatem, quantam propemodum indepta fuisset, si per rectam perpendicularem expositae altitudini aequalem descendisset; ita ferme aqua in vase contenta non modo subiectum fundum, sed et latera quoque urgens aperto foramine erumpit tanto impetu, quantum postulare videtur eius altitudo » (pag. 342).

Come venisse di qui suggerito al Viviani quel suo metodo di risolvere il liquido in una matassa di filetti infiniti, lungo i quali gravitassero le loro moli, supposte concentrate in un punto, co' momenti convenevoli alle scese lungo piani inclinati, che di essi filetti avessero le medesime lunghezze e direzioni; è assai facile a comprendere: nè men facile è a indovinare che venisse di qui al Viviani stesso inspirata quella riforma, intesa a rendere i processi idrostatici di Archimede universali. Essendo già da noi pubblicato addietro il trattatello, in cui restituiva l'Autore alla desiderata universalità i teoremi *De insidentibus humido*, sembrerebbe esser ora venuta l'occasione di mantenere le accennate promesse, riducendo dai manoscritti le generali proposizioni, dimostrative delle ragioni, secondo le quali i raggi fluidi esercitano i loro momenti: ragioni, da cui i teoremi, scritti nel trattatello già noto, dipendono come legittimi corollari immediati. Indugeremo nonostante ancora un poco a sodisfare alla dotta curiosità dei nostri Lettori, per trattenerci a considerar brevemente quali altri benefici influssi piovessero dall'epistola del Cornelio a rinfrescare l'aridità degli studii idrostatici del Borelli.

Il fautore del Michelini, il corto interpetre di Archimede, che credeva repugnare alla natura dell'acqua, corpo anch'essa grave, lo spingere in su, e non potere perciò premere su sè stessa e contro i solidi sottoposti, se non che in direzion perpendicolare; ecco, dopo aver meditata l'Epistola del Cor-

nelio, come la pensi molto diversamente. Nella proposizione CXC *De motionibus naturalibus,* appena detto che Archimede suppone premere solamente il fluido per linea perpendicolare all'orizonte, così soggiunge: « Hoc profecto verissimum est, quotiescumque innatet intra aquam prisma aliquod consistens et durum. At si in vase BCEI (fig. 127), aqua pleno, intra spatium AIFG collocetur non prisma ligneum, sed aliud corpus molle vel fluidum cedens, minus grave specie quam sit aqua collateralis; tunc nedum fluidi IG sursum perpendiculariter superficies FG versus IA, sed praeterea latus eius AG propelletur constringeturque versus IF, ita ut eodem tempore fluidum minus grave IG simul ascendat perpendiculariter versus IA, et lateraliter quoque ab AG versus IF transportetur. Hinc colligitur quod aqua, seu quodlibet flüidum BG, gravius specie quam corpus IG, nedum vim facit premendo perpendiculariter, sed etiam vim exercet lateraliter, non quidem per horizontales lineas BA et HG, sed per lineas inclinatas BK et LG. Et hoc suppleri archimedeo assumpto debere censeo, cum instinctu naturae corpora omnia gravia descendere conentur versus terrae centrum, quibuscumque modis hoc ab eis consequi possit, nedum itinere perpendiculari ad horizontem sed etiam inclinato »)pag. 393).

Figura 127.

Questa teoria, che abbiamo con parole simili dianzi letta nel Cornelio, il Borelli passa a confermare con l'esperienza della borsa di pelle, tesa in forma di parallelepipedo da verghe rigide, interiormente appuntate e regolarmente disposte, la qual borsa, dice il Borelli, se tu immergerai nell'acqua, in modo che la bocca di lei, come quella di un pozzo, rimanga fuori scoperta: « videbis quod, nedum basis et fundum, sed etiam quatuor faces collaterales bursae incurventur convexe versus intermedium axim eiusdem putei. Et si simul digiti aut virgulae educantur, nec amplius vim exerceant, nedum basis et fundum putei ascendet sursum, sed etiam eius parietes collaterales se se constringent, et ad se se invicem accedent, quod est evidentissimum signum aquam, nedum vim facere sursum perpendiculariter aerem expellendo, sed etiam lateraliter conari excurrere per lineas obliquas, constringendo laterales parietes praedicti putei coriacei » (ibid., pag. 394, 95).

Il Borelli dunque, come il Pascal e il Boyle, non esce fuori de' termini delle esperienze, e la proposizione di lui è puramente fisica, come son tutte quelle de' suoi due illustri predecessori. L' Idrostatica matematica, perciò, in questa che fu pure epoca gloriosa di risorgimento, parve rimanersi ne' teoremi dello Stevino come assiderata. Il Torricelli era opportunamente soccorso a stiepidirne le membra, facendovi sopra riflettere i calori della idrodinamica nuova, e il Cornelio, nella sua Epistola, aveva raccolti e indirizzati allo scopo quei benefici raggi, come in uno specchio ustorio, nel foco del quale collocando il Viviani la conveniente materia, venne ad accendere la nuova lampada nel tempio della Scienza.

Che il liquido si dovesse disporre in una superficie orizontale, concen-

trica con la terra, fu per Archimede e per lo Stevino piuttosto un' ipotesi che una dimostrazione. E se pure qualche dimostrazione si provarono a darne gl' Idrostatici di poi, la desunsero dalle particolarità de' fatti, e non dalla universaità dei principii. Vedremo come, dall' aver matematicamente dimostrato dover nell' umido stagnante ogni assegnato raggio finalmente posarsi in equilibrio, fosse il primo il Viviani a concluderne, per matematica dimostrazione, che di ogni umido stagnante la superficie è necessariamente sferica, e concentrica con la Terra.

Le spinte idrostatiche di sotto in su il Torricelli s' era contentato di persuaderle frettolosamente al Ricci, per via di ovvie esperienze. Il Nardi poi accennava a una riflessione del moto, e se di questo moto riflesso aveva lo Stevino detto le misure, non concludeva però da principii universali il suo discorso. Il Viviani fu il primo, dietro matematiche prenozioni, a dimostrar che, se un raggio qualunque assegnato nell' umido non trova sufficiente momento di resistenza in un altro adiacente raggio, a sè simile e dal comun termine sporgente infino alla suprema superficie; verrà in su respinto necessariamente. Il teorema poi confermava con una esperienza, che, non parendoci bene il tacerla, mettiamo qui, per non riferirsi al trattato dei Raggi fluidi, se non che come una nota, a piè di pagina, scritta, per avvertire i lettori che le ragioni idrostatiche dei momenti si confermano dai pesi stessi posti sulla stadera. « Nell' abbassare con la mano un solido galleggiante nel fluido di un vaso, posto sulla stadera, e sommergerlo più del suo stato naturale, purchè non si faccia toccare il fondo; non si altererà l' equilibrio, perchè tanta è la forza premente all' in giù della mano, che quella del solido nel volere ascendere e tornare al suo stato. Lo stesso segue se, invece di mano, si metterà sopra una molla, che sia ferma fuori del vaso, e posi con tensione sopra il solido, perchè la molla servirà in luogo di mano » (MSS. Cim., T. X, fol. 46).

Delle pressioni di sotto in su quelle fatte dal liquido lateralmente erano una conseguenza necessaria, e abbiamo poco fa veduto come il Borelli le dimostrasse sperimentalmente, e come, con operazioni alquanto diverse nei modi, ma pur della medesima natura, le avessero dimostrate il Pascal e il Boyle. Il Magiotti, prima di tutti loro, aveva delle pressioni idrostatiche per tutti i versi data la dimostrazione più bella e più efficace, ma nemmeno questa usciva fuori de' termini dell' esperienza.

La prima dimostrazion matematica, che in pubblico si sapesse, fu quella tentata dal Guglielmini, per via del principio della composizion delle forze, supponendo che le infinite molecole componenti il fluido siano per sè stesse tutte uguali di peso, e in figura di tante esatte piccolissime sfere. Glie ne aveva dato l' esempio il maestro suo Geminiano Montanari, il quale, per risolvere alcuni problemi idrostatici, propostigli nella bolognese Accademia dell' abate Sampieri, non volendo semplicemente supporre i principii, da cui si deriverebbero le sue conclusioni, pensò di dimostrarli in altri modi, da quelli dello Stevino e di Galileo. « Ma perchè, egli dice, di tai corpiccioli liquidi

ed insensibili, di che il liquido si compone, non può così bene l'intelletto discorrere, se prima non se gli propone come sensibili, e di una determinata figura; non sarà perciò fuori di proposito, ad effetto d'investigare la natura de' corpi liquidi, figurarci prima diversi vasi ripieni di palline di sensibile grandezza, sferiche e perfettamente terse, e, conosciuta la natura ed operazione loro, dedurne quelle conclusioni, che similmente a' liquidi vederemo potersi adattare. Il che supponendo, vengo prima a provare come, dato un vaso, il di cui fondo, per chiarezza di discorso, supporremo prima sia perfettamente posto orizontale, e le sponde erette al medesimo, e sia ripieno di palline perfettamente terse, di egual peso e grandezza; intesa qualsivoglia di dette palline sentirà essa porzione del peso di tutte quelle, che a lei in livello sono superiori non solo a perpendicolo, ma lateralmente in qualsivoglia posto del vaso » (Discorso idrostatico pubblicato dal Targioni, Aggrandimenti ecc. cit., T. II, pag. 725).

E dietro questa si fa via il Montanari a dimostrare altre tre proposizioni idrostatiche, concludendo che la pressione patita da una delle palline è quella stessa, che patiscono tutte le altre simili, disposte nel medesimo strato orizontale, e che la forza di essa pressione da null' altro dipende, se non che dal numero degli strati soprapposti: cosicchè insomma la pressione esercitata dal liquido contro il fondo è quella di una colonna, avente per base esso fondo, e per altezza la perpendicolare, compresa fra lui e il supremo livello, qualunque sia la forma e la disposizione del vaso.

Il Guglielmini introdusse la matematica nel discorso fisico del suo proprio Maestro, e, nel capitolo primo del trattato *Della natura dei fiumi*, si propose in primo luogo di dimostrare che « se sarà uno strato retto di sfere, e sopra uno de' di lui interstizi sarà situata un' altra sfera; premerà questa le quattro sottoposte egualmente, sì per la linea perpendicolare, che per l'orizzontale » (Milano 1821, Vol. I, pag. 46). Supponendo esser Y (fig. 128) la sfera soprapposta, e N una delle quattro soggiacenti, se per YN si rappresenta la forza, con la quale l'una delle dette sfere preme l'altra, e se una tal forza si decompone nella verticale YR, ossia PN, e nella orizzontale YP, ossia RN, è manifesto il proposito, perch' essendo PR un quadrato le linee PN, RN sono uguali, e perciò son altresì uguali le forze con esse linee rappresentate, come in simil modo si dimostrerebbe di tutt' e tre le altre sfere premute dalla medesima Y.

Figura 1 8.

Di qui procede il Guglielmini alla dimostrazione delle proposizioni seguenti, fra le quali notabile è la IV, d'onde si trae dall' Autore questo principale importantissimo corollario, che cioè « un mucchio di sfere affetterà sempre di avere la superficie disposta in uno strato, ossia piano orizontale: o più propriamente in una superficie sferica, il cui centro sia quello dei gravi » (ivi, pag. 57). Nel qual discorso del Guglielmini il pubblico ebbe la prima dimostrazion matematica del teorema secondo di Archimede.

La novità conferì molto a dar sodisfazione agli speculativi, i quali però,

ripensando che la citata IV, insieme con le proposizioni precedentemente scritte in principio del trattato della Natura dei fiumi, dipendevano dalla prima, trovarono che questa per più ragioni era difettosa. Iacopo Riccati, come nelle sue *Annotazioni* riferisce il Manfredi (ivi, pag. 74), osservò che, supponendo l'acqua essere un aggregato di piccole sfere, non sarebbe possibile spiegare come si trovi in natura un corpo, che ecceda del doppio la gravità specifica di lei. Il D'Alembert poi nel Dizionario enciclopedico delle Matematiche, all'articolo *fluido,* ridusse a tre le ragioni di quei difetti: primieramente, perchè l'ipotesi che le particelle minime componenti il liquido sian perfettamente sferiche è affatto arbitraria: in secondo luogo, perchè la proposizione del Guglielmini è troppo limitata, supponendovisi i centri di gravità delle sfere disposti in un piano orizontale, e finalmente perchè la dimostrazione di lui non vale se non nel caso che la NY, secondo la quale è diretta la forza della pressione, faccia con la verticale un angolo di 45 gradi.

Il D'Alembert giudicava così severamente, quando l'uso oramai introdotto del calcolo infinitesimale agevolava il modo di risolvere così fatti problemi, col ridurre il liquido a particelle infinitesime, delle quali perciò non è propria nessuna figura, o determinata posizione di parte. I vantaggi di questo calcolo erano stati saggiati già da chi aveva imparato a far uso degli indivisibili, come dal Castelli, per esempio, che considerava le correnti per gli alvei e dentro i tubi esser divise in tante minime sezioni, e dall'Aggiunti e dal Cornelio, che riguardavano la massa fluida come composta di tanti infiniti filetti, de' quali si comparavano insieme i momenti, con la regola dei gravi ora cadenti nel perpendicolo, ora lungo piani variamente inclinati. Ma chi dette esplicazione e ordine a questo primo pensiero fu il Viviani, la dimostrazion meccanica dell'uguaglianza delle pressioni, e d'altre idrostatiche conseguenze, data dal quale, se va per vie più oblique di quelle del D'Alembert e del Bernoulli, non è perciò da dire nè men ferma, nè meno esatta. Il Guglielmini perciò era stato, in queste matematiche applicazioni, preceduto dal Viviani, ciò che fu scritto dal quale, non saputo fin qui, è tempo finalmente di dare alla luce.

S'intitola quella scrittura *De radiis fluidis,* per i quali che cosa debba intendersi precisamente definisce in principio l'Autore, dopo le prenozioni di Statica, alle quali s'informa, e dalle quali si svolge tutto intero il trattato. Si vedrà questo resultar di XXV proposizioni, le quali, essendosi trovate disperse per il volume manoscritto, si sono da noi ordinate, e ridotte a potersi leggere dalle postille, e dalle confusissime cassature, ciò che s'è creduto sufficiente alla loro più chiara intelligenza, senza bisogno d'altro commento. I lettori troveranno forse le dimostrazioni prolisse, e giudicheranno che la sostanza poteva raccogliersi in assai meno parole. Ma se penseranno a quei tempi, ne' quali l'Idrostatica aveva bisogno, specialmente fra noi, di una riforma così radicale, da apparire quasi una Scienza nuova; vedranno quanto saviamente il Viviani si consigliasse di condiscendere alle minuziose facilità di un libro elementare.

IV.

DE RADIIS FLUIDIS

PRAENOTIONES

Acturi itaque de humidorum gravitatibus, atque momentis, aliqua nobis praemittenda necessario sunt de momentis gravium in genere. Ex demonstratis autem a Galileo, eiusque doctrinae promotore Torricellio, in libris *De motu gravium naturaliter descendentium,* habemus:

I. Quod si in planis inaequaliter inclinatis, eamdem tamen elevationem habentibus, duo gravia constituantur, quae inter se eamdem homologe rationem habeant quam habent longitudines planorum; gravia aequale momentum habebunt.

II. Quod momenta gravium aequalium, super planis inaequaliter inclinatis, eamdem tamen elevationem habentibus, sunt in reciproca ratione cum longitudinibus planorum.

III. Quod momentum totale gravis, ad momentum quod habet in plano inclinato, est ut longitudo ipsius plani inclinati ad perpendiculum.

IV. Quod momenta gravium aequalium, super planis inaequaliter inclinatis, sunt in homologa ratione cum perpendiculis partium aequalium.

DEFINITIONES

Radium seu lineam physicam dicemus uniformem cuiuscumque datae molis tractum, seu longitudinem, nulla fere, quatenus imaginari nobis licet, crassitudine praeditam.

Punctum vero *physicum* dicemus radii dicti principium sive extremum, particulam scilicet nulla fere, quatenus nobis imaginari licet, aut crassitudine aut longitudine praeditam.

Radios similes dicimus eos, qui eadem uniformi crassitudine sunt praediti.

POSTULATUM

Radiorum similium moles sunt invicem ut eorum inter se longitudines.

PROPOSITIO I. — *Radii fluidi similes, ac specie aeque graves, ab eadem horizontali ad eamdem aliam inferiorem, secundum perpendicularem lineam protensi, et secundum easdem gravitantes; momentum habent aequale.*

Sit ABC (fig. 129) superficies horizontalis superior, DEF inferior, BE et CF radii similes, ac specie aeque graves, ab ABC ad EDF, secundum perpendiculares lineas BE, et CF protensi, et secundum easdem gravitantes: dico eorum momenta aequalia esse. Nam, ob concentritatem orizontalium ABC, DEF, aequales ostendent inter se perpendiculares longitudines interceptae BE et CF. Ut autem longitudines invicem radiorum BE et CF, ita et totalia eorumdem momenta. Momenta autem radiorum BE et CF, secundum lineas BE, CF, totalia sunt, cum eaee ponantur perpendiculares; erunt ergo ut longitudines, adeoque aequalia.

Figura 129.

PROPOSITIO II. — *Radii fluidi, ab una horizontali ad aliam inferiorem, secundum quamcumque lineam inclinatam, recta protensi, et secundum eamdem gravitantes; momentum aequale est momento radii perpendicularis inter easdem horizontales perpendiculariter gravitantis.*

Sit HG (fig. 130) radius fluidus, secundum lineam utcumque inclinatam GH, ab horizontali superiori ABC ad inferiorem DEF recta pertingens, et secundum eamdem gravitans. BE vero radius fluidus similis, ac specie aeque gravis, perpendiculariter ab eadem ABC ad eamdem DEF pertingens, ac perpendiculariter gravitans: dico momentum radii HG momento radii BE aequale esse.

Figura 130.

Sit enim radii inclinati HG perpendiculum HI. Erit igitur momentum actuale radii HG, secundum lineam HG gravitantis, ad momentum totale eiusdem, ut longitudo perpendicularis HI, idest BE, ad longitudinem lineae inclinatae HG. Ut autem longitudo BE, ad longitudinem HG, ita etiam est momentum totale radii BE, idest momentum actuale ipsius secundum perpendicularem BE, ad momentum totale radii HG. Momentum igitur radii BE secundum BE, ad momentum radii HG secundum HG, eamdem proportionem habent ad momentum totale radii HG, eam videlicet quam longitudo BE ad longitudinem HG. Erunt igitur inter se necessario aequalia, quod etc.

Corollarium. — Hinc radiorum omnium similium, ac specie aeque gravium, ab eadem horizontali ad eamdem aliam inferiorem, secundum lineas utcumque inclinatas, recta pertingentium, et secundum easdem gravitantium; momenta erunt invicem aequalia. Ostenditur enim singula eidem tertio aequalia: momento scilicet radii similis, ac specie aeque gravis, ab eadem horizontali ad eamdem perpendicularem protensi, ac perpendiculariter gravitantis, ut patet ex praecedenti.

Figura 131.

PROPOSITIO III. — *Sit OL* (fig. 131) *radius fluidus, ab horizontali ABC ad inferiorem DEF, secundum lineam utcumque tortuosam OMNL pertingens, et secundum eamdem gravitans, BE vero radius similis ac specie aeque gravis, ab eadem ABC, ad eamdem DEF perpendiculariter proten-*

sus: dico momentum radii OL, secundum lineam OMNL, aequale esse momento radii BE, secundum perpendicularem BE.

Cum enim radii OL partes in directum, ob tortuositatem, non sint, erit ab extremo O aliqua eius portio, quae primum cum alia sibi continuo succedenti in directum non est posita. Sit huiusmodi portio OM. Quidquid igitur interiacet extremis OM tortuositate utique caret. Per extremum itaque ipsius M intelligatur transire horizontalis MS, quae concentrica cum sit ABC, et punctum ipsius M cadat infra AB, tota necessario infra ABC cadet, secabitque necessario radium BE, puta in S. Erit igitur momentum portionis OM aequale momento portionis BS. Rursus ab extremo M erit alia portio subsequens, puta MN, quae primum similiter cum reliqua sibi continuo succedenti in directum non est posita. Si igitur extremum N infra horizontalem MS cadit, transiens horizontaliter per N, secabit rursus BE, puta in Q, eritque similiter momentum portionis MN aequale momento portionis SQ. Eademque ratione reliqua, puta ultima radii OL portio, continuo succedens NL, cum reliqua et ultima radii BE, continuo succedens, aequale momentum habebit, ut ostendi potest, Adeoque totius radii OL momentum totius radii BE momento aequale esse manifestum erit.

Si vero portionis subsequentis MN extremum N supra horizontalem MS cadat, ut in 132 schemate ostenditur, transiens scilicet per N horizontalis PNQ, secabit OM, puta in P, et BE, puta in Q. Momentum autem radii OMN, ad N, aequale est momento portionis OP, supra horizontalem PNQ extantis, adeoque momento portionis BQ, iisdem horizontalibus ABC et PNQ interceptae. Eademque ratione erit momentum reliquae et ultimae portionis continuo subsequentis NL aequale momento reliquae, et ultimae continuo subsequentis QE. Unde totius simul radii OL momentum momento totius radii BE aequale erit.

Figura 132.

Si denique eiusdem portionis subsequentis MN extremum N in ipsa horizontali MS reperiatur, ut in 133 schemate, erit momentum OMN, ad N, aequale momento BS, et momentum reliquae atque ultimae NL momento reliquae et ultimae SE. Unde momentum totius OL momento totius BE semper aequale ostendetur.

Figura 133.

PROPOSITIO IV. — *Si super punctis eiusdem sphaericae superficiei, Orbi concentricae, intelligantur gravitare duo radii similes, ac specie aeque graves, qui ad idem punctum alterius superficiei superioris sphaericae pariter atque Orbi concentricae oblique utcumque sint erecti; erunt momenta ipsorum necessario aequalia.*

Figura 134.

Super punctis B, H (fig. 134) superficiei ABHC, cuius centrum idem est ac centrum Or-

bis, intelligantur gravitare duo radii similes, ac specie aeque graves EH, et EB, qui ad idem punctum E alterius sphaericae superficiei superioris DEG, cuius idem est centrum, oblique utcumque sint erecti; dico radiorum EH et EB momenta fore necessario inter se aequalia.

Ducto enim, per pucta B et H, plano horizontali BH, intelligatur radio EB subiectum planum immediate adiacens EB, radio vero EH planum immediate adiacens EH. Erunt utique plana EH et EB super eodem horizontali plano BH inaequaliter inclinata, eamdem tamen supra ipsum perpendicularem elevationem habentia, eruntque longitudines planorum dictorum aeedem ac longitudines radiorum sibi immediate adiacentium. Ut autem radiorum EH et EB longitudines inter se, ita, ob suppositam similitudinem, sunt ipsorum inter se magnitudines seu moles. Ut autem moles inter se, ita, ob eamdem suppositam in specie gravitatem, sunt necessario inter se eorùmdem pondera. Erunt igitur radiorum EH et EB inter se pondera ut eorumdem inter se longitudines, scilicet pondus radii EH, ad pondus radii EB, ut longitudo radii EH ad longitudinem radii EB, adeoque ut longitudo plani EH, ad longitudinem plani EB. Igitur erunt graviorum datorum EH et EB pondera in homologa ratione cum longitudinibus planorum, super quibus constituta intelliguntur. Igitùr aequalia necessario erunt ipsorum momenta.

Si autem, demptis planis adiacentibus in eadem constructione erecti, maneant iidem radii EH et EB, manifestum est quod eadem manebit ratio momenti. Unde universaliter huiusmodi radii sic dispositi aequalia erunt necessario momenta, quod erat propositum.

Propositio V. — *Si vero radiorum dictorum alter quidem oblique, alter vero ad perpendiculum erectum ponatur, erunt ipsorum momenta etiam aequalia.*

Sit radiorum EH et EB, in secunda constructione eiusdem schematis, alter quidem nempe EH ad perpendiculum, alter vero, nempe EB, oblique erectus: dico ipsorum momenta esse necessario inter se aequalia. Erit enim momentum totale radii EB, ad momentum quod modo habet super plano inclinato EB, ut longitudo EB ad ipsius perpendiculum, nempe ad EH. Et convertendo erit momentum, quod modo habet EB radius super plano inclinato EB, ad momentum totale ipsius, ut longitudo perpendiculi EH, nempe radii EH, ad longitudinem plani inclinati EB. Ut autem longitudo radii EH, ad longitudinem radii EB, ita etiam est, ob similitudinem, moles ad molem, et, ob eamdem gravitatis speciem, pondus ad pondus. Adeoque ut longitudo ad longitudinem, ita momentum totale radii EH, ad momentum totale radii EB. Momentum autem, quod actu habet radius EH, totale est, cum ponatur ad perpendiculum erectum; unde momentum, quod actu habet radius perpendicularis EH, ad momentum totale radii oblique erecti EB, est ut longitudo ipsius radii perpendicularis EH, ad longitudinem radii oblique erecti EB. Dictum est autem quod momentum, quod actu habet EB, ad momentum totale ipsius EB, est etiam ut longitudo perpendicularis EH, ad longitudinem EB; momentum igitur actuale radii EB, et momentum actuale radii

EH, eamdem rationem habent ad idem tertium, nempe ad momentum totale radii EB. Erunt igitur momenta actualia radiorum EH et EB necessario aequalia, quod erat propositum.

Propositio VI. — *Si super punctis eiusdem sphaericae superficiei, Orbi concentricae, intelligantur gravitare duo radii similes, ac specie aeque graves, qui extra superficiem cadentes alterius superficiei superioris, Orbi pariter concentricae, oblique utcumque sint erecti; erunt ipsorum momenta necessario aequalia.*

Super punctis B et C (fig. 135) sphaericae superficiei HBC, cuius centrum sit centrum Orbis, intelligantur gravitare duo radii similes, ac specie aeque graves AB et FC, qui extra superficiem HBC cadentes ad puncta A et F alterius sphaericae superficiei superiori, atque Orbi pariter concentricae, oblique utcumque sint erecti: dico radiorum AB et FC momenta fore invicem necessario aequalia. Intelligantur

Figura 135.

enim ad eadem puncta A et F erecti, super eadem subiecta superficie HBC, perpendiculares radii AH et FG, similes ac specie aeque graves cum radiis AB et FC, eritque longitudo radii AH aequalis longitudini radii FG. Igitur moles moli, ob similitudinem, et pondus ponderi, ob eamdem gravitatis speciem, erit aequale. Unde momentum totale unius momento totali alterius erit aequale. Momentum autem actuale radii AH, cum ponatur ad perpendiculum erectus, idem est ac momentum ipsius totale, eademque ratione idem erit momentum actuale radii FG, ac momentum totale eiusdem. Momentum igitur actuale radii AH aequale est momento actuale radii FG. Atqui ex praecedenti momentum radii AH aequale est momento radii AB, momentum vero radii FG aequale momento radii FC; momentum igitur radii AB momento radii FC aequale erit, q. e. p.

Propositio VII. — *Si super eodem puncto sphaericae superficiei, Orbi concentricae, intelligantur gravitare duo radii similes, ac specie aeque graves. qui extra superficiem datam cadentes ad puncta alterius superficiei superioris, atque Orbi pariter concentricae, utcumque sint erecti; momenta ipsorum super dato puncto necessario erunt aequalia.*

Super eodem puncto B (fig. 136) sphaericae superficiei HBF, cuius centrum idem est ac centrum Orbis, intelligantur gravitare duo radii similes, ac specie aeque graves BD, BE, qui extra superficiem dictam HBF cadentes ad puncta D et E alterius sphaericae superficiei superioris GDE, cuius pariter est centrum Orbis, utcumque sint erecti; dico radiorum DB, EB momenta fore necessario inter se aequalia. Erectis enim super eadem superficie HBF, ad puncta D et E, perpendicularibus radiis similibus, ac specie aeque gravibus DH, EF, erit ex demonstratis momentum radii DH aequale momento radii DB, et momentum radii EF aequale momento radii EB. Unde, cum momenta DH et EF ostensa sint in praecedentibus invicem aequalia, erunt etiam momenta radiorum DB et EB invicem aequalia, q. e. p.

Figura 136.

Propositio VIII. — *Si radii similes, ac specie aeque graves, super eadem sphaerica superficie Orbi concentrica erecti, aequale momentum habuerint; eorum altitudinum termini in eadem sphaerica superficie, Orbi pariter concentrica, necessario erunt.*

Sint super eadem sphaerica superficie ABC (fig. 137), cuius centrum est centrum Orbis, erecti radii similes ac specie aeque graves EB, DB, quorum momenta sint aequalia: dico eorum altitudinum terminos E et D in eadem sphaerica superficie, Orbi pariter concentrica, reperiri.

Figura 137.

Non sint, si possibile est, termini E, D in eadem superficie sphaerica Orbi concentrica. Igitur non aequidistabunt a centro, sed alter eorum, ex gr. E, erit centro proprinquior quam D. Itaque sphaerica ducatur superficie EGH: cadet igitur terminus D extra superficiem dictam, cum sit a centro remotior, et radius BD secabitur a superficie EGH in H. Sunt igitur duo radii similes, ac specie aeque graves, EB et BH, qui, super eadem sphaerica superficie Orbi concentrica ABC, erecti, ad eamdem superficiem sphaericam superiorem, Orbi pariter concentricam, EGH pertingunt. Igitur erunt eorum momenta aequalia. Maius autem est momentum radii DB, quam radii BH, cum DB addat super BH momentum portionis HD; igitur maius erit momentum radii BD, quam radii EB, quod est contra suppositionem. Non igitur cadit terminus D extra superficiem FGH, sed in eadem est necessario cum termino E, quod erat propositum.

Propositio IX. — *Si cuiusvis molis gravis radius, a dato termino sphaericae superficiei Orbi concentricae productus, non transiens per centrum, superficiem dictam secet; tantum erit versus datum terminum dati radii momentum gravitatis, quantum solius portionis ultra intersectionis terminum utcumque productae.*

A dato termino B superficiei sphaericae, atque Orbi concentricae BAC (fig. 138), intelligatur productus radius cuiuscumque molis gravis BCF, qui, per centrum Orbis K non transiens, superficiem dictam secet ut in C: dico radii BCF momentum versus terminum B tantum esse, quantum solius portionis CF ultra terminum intersectionis C utcumque productae.

Figura 138.

Ducatur a centro K recta KE secans BC bifariam, puta in E, secabitque eam ad angulos rectos. Si igitur semidiametro KE intelligatur ducta per punctum E sphaerica superficies DEG, erit BC tangens DEG in E. Sunt itaque super eodem termino E, superficiei Orbi concentricae DEG, erecti duo radii similes, ac specie aeque graves BE et FE, unus a termino elevationis F versus lineam FE, alter vero, scilicet BE, a termino elevationis B versus lineam BE, et proinde erit momentum radii BE momento radii FE directe oppositum. Momentum autem radii BE aequale est momento portionis oppo-

sitae CE, cum sint radii similes, specie aeque graves, et ab eodem termino superficiei Orbi concentricae DEG, ad superficiem aliam Orbi pariter concentricam BAC exporrecti. Non gravitat igitur radius FE versus terminum B, nempe contra momentum oppositum radii BE, nisi secundum momentorum excessus CF. Tantum igitur est momentum totale radii BF versus terminum B, quantum solius portionis CF, q. e. propositum.

PROPOSITIO X. — *Si ab eodem termino sphaericae superficiei Orbi concentricae duo radii similes, ac specie aeque graves protensi intelligantur, quorum alter superficiem datam, sed non per centrum secet, alter vero extra eamdem cadat, ambo tamen ad eamdem sphaericam superficiem superiorem Orbi pariter concentricam pertingant; erunt momenta ipsorum versus communem terminum dictum necessariò aequalia.*

Ab eodem termino B (fig. 139), sphaericae superficiei Orbi concentricae ABC, intelligantur porrecti duo radii similes, ac specie aeque graves BF et BH, quorum alter, nempe BF, superficiem ABC, sed non per centrum secet, puta in C, alter vero, scilicet BH, extra eamdem cadat, ita tamen ut ambo ad eamdem sphaericam superficiem superiorem, Orbi pariter concentricam, DHF pertingant: dico radiorum HB, et FB momenta, versus eumdem communem terminum B, esse necessario inter se aequalia. Momentum enim radii FB versus terminum B, ex antecedenti, tantum est, quantum totius portionis CE. Momentum autem radii CF aequale est momento radii sibi similis, ac specie aeque gravis BH, super eadem superficie sphaerica Orbi concentrica ABC, ad eamdem sphaericam superficiem, Orbi pariter concentricam DHF, utcumque porrecti. Radiorum igitur FB et HB, versus eumdem terminum B, aequalia sunt momenta, quod erat propositum.

Figura 139.

Corollarium. — Unde universaliter si, ab eodem quolibet puncto communi, duo radii similes ac specie aeque graves ad eamdem sphaericam superficiem Orbi concentricam, utcumque erecti, pertingant; erunt ipsorum momenta super communi puncto necessario aequalia. Quodvis enim punctum est in aliqua superficie sphaerica Orbi concentrica. Ostensum est autem quod radii similes ac specie aeque graves, sive extra ipsam cadant, sive ipsam secent, dummodo ad eamdem aliam Orbi concentricam pertingant, aequalia habebunt momenta. Unde etc.

PROPOSITIO XI. — *Si dati cuiuscumque radii extremum versus quemcumque terminum infra humidum stagnans moveri intelligatur, necesse est radium similem ei, cuius est extremum, versus eam partem sibi directe oppositam impellat.*

Intelligatur radii cuiuscumque AB (fig. 140) extremum punctum B, intra humidum KL existens, versus quemcumque terminum D moveri: dico quod a puncto B impelletur necessario radius BD, similis radio AB. Moveatur enim

Figura 140.

punctum B versus D: impellet igitur versus D punctum sibi aequale, ac simile sibi immediate succedens, cum in ipsius locum necesse est ipsum transire. Eademque ratione, simul ac punctum primum versus D impellitur, necesse est ut punctum secundum, aequale ac simile primo sibi immediate succedens, versus D impellat. Eademque ratione quotquot fuerint inter B et D puncta aequalia, ac similia, sibi immediate succedentia, ostendentur omnia ac singula simul versus eamdem partem mota. Series autem punctorum aequalium invicem ac similium, inter extrema B et D immediate sibi succedentia, lineam physicam uniformis subtilitatis, quem radium dicimus, constituit. Qui, cum singula eius puncta aequalia ac similia sint eidem puncto B radii AB, erit eiusdem necessario subtilitatis ac radium AB. Impellet igitur punctum B radium BD similem radio AB, cuius est extremum, quod erat propositum.

Propositio XII. — *Si quaelibet humidae molis, sive perpendiculariter sive oblique, super subiecto termino incumbentis, altitudo a directo descensu, quacumque de causa, arceatur; ex ea parte, qua sufficiens non invenerit resistentiae momentum, sursum transversimve reflectetur. Et quidquid in cedenti spatio alterius cuiuscumque molis praestiterit, versus eamdem partem expellet.*

Manifestum est hoc experientia siphonis ABC (fig. 141).

Figura 141.

Propositio XIII. — *Radius quilibet in humido, super subiecta superficie stagnante, assignatus, nisi sufficiens habuerit resistentiae momentum ab uno et solo adiacientium radiorum sibi simili, et a communi termino ad supremam humidi superficiem utcumque porrecto; sursum impelletur.*

Sit in humido stagnante KL (fig. 142), cuius subiecta superficies sit OL, assignatus radius quilibet BC, et a puncto quolibet A supremae superficiei KAC intelligatur, ad communem terminum B, porrectus radius AB: dico quod, nisi radius BC sufficienter valebit resistere, a momento radii AB sursum necessario impelletur.

Figura 142.

Non habeat itaque CB sufficiens resistentie momentum. Data igitur est altitudo quaedam humidae molis AB, quae recta deorsum versus B, ex suppositione, procedere non potest. Ponitur autem radius BC sufficiens resistentiae momentum non habere. Igitur spatium BC sufficientis resistentiae momento ponitur expers. Flectetur igitur a termino B moles AB, et in spatium cedens BC pro viribus necessario erumpet versus C: nempe sursum impelletur versus C radium in dato spatio praeesistente BC, quod erat primo propositum.

Dico rursus radium BC a momento alterius radii ex adiacentibus, quotcumque tamdem illi sint, praeter AB impelli simul non posse. In spatium enim BC impossibile est flecti nisi unicum radium, similem radio BC, cuius est adaequatum spatium. Non expellet igitur radium BC a spatio BC, nisi momentum unius dumtaxat radii sibi similis, quicumque tandem ille ex adiacentibus ponatur esse, quod erat secundo loco propositum.

Corollarium. — Ex quo patet radium quemlibet, in humido stagnante assignatum, inter duo reperiri momenta opposita: alterum scilicet proprium gravitatis quo deorsum premitur, alterum vero radii cuiusdam adiacentis similis, a communi termino ad superficiem supremam porrecti, quo sursum, nisi par habeat momentum, necessario repelletur.

PROPOSITIO XIV. — *Motu omni extrinsecus ablato, necesse est in humido stagnante radium quemlibet assignatum quiescere tandem ac librari.*

In humido stagnante EM (fig. 143) sit radius quilibet assignatus AB. Opponetur igitur eius descensui momentum solius radii ex adiacentibus similis, puta BH, qui a communi termino B ad supremam humidi superficiem EAH porrectus existit. Dico radium AB, motu omni extrinsecus ablato, quiescere tandem, et necessario libratum manere cum radio BH.

Figura 143.

Cum enim ab eodem termino B erigantur radii AB et BH, erunt utique super eadem sphaerica superficie Orbi concentrica, quae intelligitur transire per B. Si igitur eorum termini A et H in eadem fuerint sphaerica superficie Orbi concentrica, cum similes positi sint ac specie aeque graves, manifestum est quod aequalia erunt radiorum AB et BH super communi termino B momenta. Premitur autem deorsum radius AB momento ipsius AB, reprimitur vero sursum momento radii adiacentis BH; aequalia igitur erunt contra radium AB sursum deorsumque momenta. Neutram igitur in partem movebitur, sed quiescet necessario ac libratus manebit.

Si vero altitudinum termini A et C in eadem non fuerint sphaerica superficie Orbi concentrica, non aequidistabunt a centro Orbis, sed alter eorum, puta A, depressior erit, eidemque centro proprinquior quam C, sphaerica itaque ducatur superficies EAH: cadet igitur extra eam terminus C, secabitque superficies EAH radium BC puta in H. Momentum igitur radii AB aequale erit momento radii BH, unde minus erit momentum radii AB quam radii BC. Cum igitur radius AB non habeat par momentum resistentiae, expelletur sursum a momento opposito radii CB, qui in spatium cedens BA necessario flectetur a puncto B, et descendet ab altitudine C. Dividatur itaque excessus HC in partes HF, et FC, ita scilicet ut longitudo HF sit ad longitudinem FC ut longitudo totius radii HB ad longitudinem totius radii BA. Dico quod, si radio praeponderantis BC descenderit pars aequalis FC, aequale fiet utriusque radii oppositi momentum super termino B. Reflectetur itaque CB in spatium cedens BA, et descendet infra terminum C pars ipsius aequalis CF. Manifestum est etiam quod radii BA elevabitur sursum, supra terminum A, pars aequalis eidem CF, nempe NA. Dempta igitur a radio BC longitudine FC, remanet radio BH superaddita longitudo radii similis HF, radio vero BA addita est longitudo radii similis NA. Est autem longitudo portionis additae NA, ad longitudinem portionis additae FH, ut longitudo

totius radii AB, ad longitudinem totius radii BH ex constructione; eamdem itaque homologe rationem habebunt longitudines additae, ac ipsae radiorum, quibus adduntur longitudines. Unde, cum radiorum AB et BH momenta posita sint aequalia, erunt etiam radiorum BN et BF momenta necessario aequalia. Librabitur itaque necessario radius BA, quod erat demonstrandum.

Corollarium I. — Unde patet radiorum BN et BF terminos N et F in eadem esse superficie Orbi concentrica.

Corollarium II. — Cum igitur omnes et singuli radii cuiuscumque datae molis humidae, motu omni extrinsecus ablato, necessario tandem librentur, ac immoti quiescant; manifestum est quod universa ipsa moles cuiuscuiusque dati humidi stagnantis necessario tandem, motu omni extrinsecus cessante, manebit, ac immota quiescet.

Propositio XV. — *Omnis humidi manentis superficies sphaerica necessario est, atque Orbi concentrica.*

Sit humidum quodlibet manens EM (fig. 144). Dico superficiem eius supremam ED sphaericam necessario esse, cuius centrum idem est ac centrum Orbis. Si enim superficies ED sphaerica non sit, atque Orbi concentrica, non aeque distabit quodlibet ipsius punctum a centro Orbis, sed alterum altero remotius necessario erit. Sit igitur punctum C remotius puncto A, et a puncto A assignetur radius quilibet AB, et a communi deinde termino B assignetur radius similis, ad punctum C exporrectus. Ducta igitur a puncto A sphaerica superficies AGH, infra punctum C cadet, secabitque necessario radium BC, puta in H, eritque momentum radii AB aequale momento radii BH. Momentum igitur radii BC maius erit momento radii BA, unde flectetur necessario a termino B, et in spatium cedens BA expellet sursum radium BA. Non manebit igitur humidum FM, sed movebitur necessario, contra suppositionem. Nullum igitur superficiei ED manentis punctum remotius est altero a centro Orbis, sed omnia et singula a centro dicto necessario aequidistant. Adeoque in eadem necessario sunt sphaerica superficie Orbi concentrica, quod erat propositum.

Figura 144.

Propositio XVI. — *In humido manente quilibet ipsius radius inter momenta opposita sursum deorsumque aequalia reperitur.*

Sit supra datam superficiem subiectam, puta ipsius Terrae DEF (fig. 145), humidum quodlibet manens, cuius superficies ABCH, et sit quilibet eius radius assignatus BE: dico radium BE inter momenta opposita sursum deorsumque reperiri. Cum enim humidum manens ponatur, erit eius superficies ABCH sphaerica necessario, atque Orbi concentrica. Unde momentum uniuscumque radii similis, ac specie aeque gravis, a communi termino E ad eamdem superficiem ABCH porrecti, aequale est momento radii BE. Radius autem BE non pellitur sursum, nisi momento solius radii similis a communi termino E ad supremam superficiem ABH porrecti, puta EC.

Figura 145.

Unde momentum EC, quo sursum pellitur BE, aequale necessario est momento ipsius BE. Inter aequalia igitur momenta sursum deorsum reperire necesse est, q. e. p.

Propositio XVII. — *In quolibet humidi quiescentis puncto concurrunt, secundum quamlibet lineam per ipsum ductam, duo momenta aequalia ad oppositos terminos ipsum iungentia.*

Sit super qualibet continente superficie GBM (fig. 146) quiescens humidum GAM, cuius superficies FAD, centrum habens centrum Terrae, et sit punctum quodlibet humidi C. Manifestum est cuiuslibet lineae pereductae vel alterum extremum incidet in superficie FAD, alterum in superficiem continentem GBM, vel utrumque incidet in superficiem FAD, vel utrumque in superficiem continentem GBM.

Figura 146.

Transeat primo per punctum C quaelibet linea, cuius utrumque extremum sit in superficie FAD, puta ECH: dico quod in puncto C concurrunt duo momenta aequalia, quorum unum ipsum impellit versus terminum E, alterum vero versus terminum oppositum H. Sit enim positus secundum lineam ECH quilibet radius ECH. Versus lineam igitur HC, idest HE, gravitat super C radius HC. Versus lineam vero EC, idest EH, gravitat super C radius similis EC. Alter igitur versus terminum E, alter vero versus terminum H oppositum impellit idem punctum C. Momenta autem radiorum similium, ac specie aeque gravium EC et HC, super C aequalia sunt, cum sint ab eodem puncto ad eamdem sphaericam superficiem Orbi concentricam porrecti; unde etc.

Transeat, secundo, per C (fig. 147) quaelibet linea, cuius alterum extremum incidat in superficiem FAD, alterum vero in superficiem GBM, puta ACB. Dico quod in puncto C concurrunt pariter duo momenta aequalia, ad oppositos terminos A et B, ipsum impellentia. Sit enim secundum lineam AB quilibet radius AB, a cuius termino B ad superficiem FAD porrigatur utcumque radius alius similis BD, et semidiametro KC sit sphaerica superficies Orbi concentrica CL, secans BD in L. A radio igitur BD impelletur, nisi resisteret, versus linem C A, radium ipsi conterminum BC, adeoque ipsum punctum C. Momentum autem CB opponitur momento aequali BL. Radius igitur BC, ipsumque proinde punctum C, impelletur versus A momento solius radii LD. Idem autem punctum C impellitur versus lineam CB, idest terminum oppositum B, momento radii AC, momenta enim AC et BL aequalia sunt; concurrunt igitur in C momenta aequalia versus terminos oppositos A et B, ipsum impellentia, q. e. d.

Figura 147.

Figura 148.

Transeat, tertio, per punctum C (fig. 148)

quaelibet linea cuius utrumque extremum incidat in superficiem continentem SBM, puta linea GCN. Dico quod in C conveniunt etc. ut supra. Sit enim radius GCN, cuius extremi G et N, secundum quamcumque lineam, pertingant ad superficiem FPO, per radios similes PG et NO. Nisi igitur resistentiam invenerit, flectetur ON versus lineam NC, idest NG, impelletque punctum C. Eademque ratione radius PGC impellet idem punctum C versus oppositum terminum N. Momenta autem radiorum tortuosorum PGC, et ONC aequalia sunt, utpote qui ab eodem puncto C ad eamdem superficiem Orbi concentricam FPO sint producti; unde etc.

Propositio XVIII. — *Puncto cuilibet intra manens humidum dato momenta, secundum quamcumque lineam, aequalia opponuntur.*

Sit supra datam quamcumque superficiem continentem FGL (fig. 149) humidum quiescens, cuius superficies ABD, et sit intra ipsum datum punctum quodlibet C. Dico quod secundum quamcumque lineam punctum C moveri intelligatur, sive sursum, sive deorsum, sive transversim, momenta undique ei opponuntur aequalia.

Figura 149.

Intelligatur primo moveri sursum secundum lineam perpendicularem CB: repellet igitur radium BC a termino C. Gravitat autem BC versus terminum C, unde momento quod habet versus C, resistet motui puncti C.

Deinde intelligatur moveri secundum lineam quamcumque obliquam CE, aut CD, quae incidat directe in superficiem ABD. Repellet igitur a termino C radium CE aut CD similem radio BC. Ponitur autem humidum datum quiescere. Igitur eius superficies ABD sphaerica necessario est, cuius centrum idem est ac centrum orbis K. Radii igitur CB, CE, et CD, a communi termino C, ad eamdem sphaericam superficiem Orbi concentricam ABD sunt porrecti. Unde, cum similes ac specie acque graves sint, erunt momenta ipsorum versus terminum C invicem aequalia. Sive igitur punctum C repellat a termino C radium CB, sive radium CE, sive radium CD, semper opponetur ei momentum aequale versus terminum C. Idemque eadem ratione valebit de quocumque alio radio a termino C ad superficiem ABD directe producto. Unde secundum quamcumque lineam, ad superficiem ABD directe pertingentem, moveri intelligatur punctum C, semper ei momentum opponetur aequale.

Denique intelligatur moveri idem punctum C secundum lineam quamlibet, quae in superficiem continentem FGL impingat, sive perpendiculariter ut CG, sive oblique ut CF. Si itaque versus CG moveri intelligatur, impellet radium CG similem radio CB. Radius autem CG, cum recta procedere non possit versus G, flecti necesse est versus quamcumque lineam GH, impelletque radium GH. Motui igitur puncti C resistit momentum radii GH. Semidiametro itaque KC sphaerica intelligatur ducta superficies NCM, quae

secabit radium GH, puta in O. Erit igitur momento portionis OG oppositum aequale momentum radii similis CG. Remanet igitur, contra momentum puncti C, momentum radii OH. Momentum autem radii OH aequale est momento radii CB, aut CE, super eadem superficie sphaerica concentrica NCM ad eamdem pariter ABD erecti.

Si vero secundum lineam obliquam CI noveri intelligatur, eadem ratione ac modo ostendetur motui puncti C resistere momentum solius portionis AS, cuius momentum momento tum radii OH, tum radii CB ostendetur, ex dictis, aequale, et sic de quacumque alia linea reflexa. Unde secundum quamcumque lineam, sive directam, sive a continente superficie reflexam, idem punctum C moveri intelligatur, semper ipsius motui invenietur oppositum momentum aequale, q. e. p.

Corollarium I. — Humido igitur manente, quodlibet ipsius punctum, ubicumque extiterit, ibi necessario manebit. Cum enim aequalibus momentis undique interceptum et circumpulsum existat, nulla ex parte cedere potest, sed libratum necessario consistet.

Corollarium II. — Idemque patet de qualibet sensibili eiusdem humidi mole. Ostendetur enim de quolibet eius puncto quod libratum undique necessario maneat, nec moveri ratione gravitatis versus nullam lineam possit.

Corollarium III. — Idem denique patet de qualibet alia mole homogenea, dummodo sit eiusdem gravitatis in specie cum humido, in quo existit. Idem enim habebit momentum ac portio illa humidi, cuius loco substituitur, unde idem perseverabit in humido aequilibrium.

PROPOSITIO XIX. — *Si radiorum similium, super eadem sphaerica superficie Orbi concentrica utcumque erectorum, momenta fuerint aequalia, perpendiculares eorum altitudines gravitatibus eorumdem in specie contrarie respondebunt.*

Sint super eadem superficie sphaerica, Orbi concentrica, DBF (fig. 150) duo radii similes, cuiuscumque gravitatis in specie, AB et EF, qui aequale momentum habeant. Dico quod altitudines perpendiculares radiorum AB, et EF gravitatibus eorumdem in specie contrarie respondebunt.

Figura 150.

Sit autem radii EF altitudo perpendicularis EC, et radii AB altitudo perpendicularis sit AD, sintque perpendiculares radii AD, et EC, quorum AD similis ac specie aeque gravis sit cum AB, EC autem similis, ac specie aeque gravis cum EF. Erit igitur momentum radii AD aequale momento radii AB, momentum vero radii EC aequale momento radii EF. Unde momentum radii perpendicularis AD aequale erit momento radii perpendicularis EC. Sunt autem ambo perpendiculares, unde gravitas absoluta radii AD aequalis erit gravitati absolutae radii EC. Atqui demonstratum habemus a Galileo, in suo *Discursu hydrostatico*, quod, si gravitates absolutae aequales fuerint, moles gravitatibus in specie contrarie respondebunt; ut igitur moles radii AD, ad molem radii EC, ita reciproce erit gravitas in specie radii EC, ad gravita-

tem in specie radii AD. Sunt autem radii similes, erunt igitur moles ut eorumdem altitudines. Ut igitur altitudo radii AD, ad altitudinem radii EC, ita gravitas in specie radii EC, ad gravitatem in specie radii AD, idest gravitas in specie radii EF ad gravitatem in specie radii AB. Est autem EC altitudo perpendicolaris radii EF, AD altitudo perpendicolaris radii AB; ut igitur altitudo perpendicularis radii AB, ad altitudinem perpendicolarem radii EF, ita gravitas in specie radii EF ad gravitatem in specie radii AB, q. e. p.

Propositio XX. — *Si supra quiescentis humidi superficiem humidum aliud specie minus grave quieverit, nullus subiectae humidae superficiei radius a superficie deprimetur aut assurget, sed sphaerica ac Orbi concentrica manebit eius superficies ut antea.*

Sit humidum quiescens FN (fig. 151), cuius superficies FG. Supra ipsum quiescens humidum sit aliud specie minus grave EG, cuius superficies ED: dico nullum humidi subiecti quiescentis FN radium a superficie FG deprimi aut elevari.

Figura 151.

Si enim possibile est, sit quilibet radius BO, assurgens supra superficiem FG ad quamcumque altitudinem HO, et producatur radius BHO usque ad superficiem humidi quiescentis specie minus grave EG, ut sit radius BA, et a termino B pertingat ad ED quilibet alius radius BMC, secans FG in M. Quia igitur HO pars est humidi subiecti specie magis gravis, maius erit momentum radii AH, quam radii CM. Posito igitur aequali utrobique momento BH et BM, erit momentum radii AB maius momento radii BC. Flectetur igitur necessario versus lineam BC ac descendet radius AB, quod est contra suppositum, ponitur enim humidum utrumque quiescere. Unde etc.

Corollarium I. — Unde patet radium quemlibet, ab eodem puncto subiecti humidi, specie gravioris, ad supremam superficiem humidorum, specie minus gravium ipsi incumbentium, utcumque pertingentem; aequale momentum habere.

Corollarium II. — Unde facili negotio demonstrabitur in humido, ex pluribus gravitate in specie differentibus, atque invicem incumbentibus composito; punctum quodlibet a momentis aequalibus ad oppositos terminos secundum quamcumque lineam per ipsum ductam urgeri, nec non aequalia ipsi gravitatum momenta secundum quamcumque lineam opponi.

Propositio XXI. — *Humido quiescenti FG* (fig. 152), *cuius superficies FI, tubi utcumque erecti LM inferius orificium M demergatur, superius vero L ad quamcumque altitudinem supra libellam NO promineat, et supra subiectam superficiem FI quiescat humidum aliud HI, specie minus grave, cuius superficies HV, ita scilicet ut summa ipsius altitudo ad orificium L non pertingat: dico quod subiectum humidum, pondere superincumbentis humidi pressum, supra libellam NO assurget.*

Figura 152.

Subiaceat enim libellae NO e directo sectio quaelibet NQ: ostendetur quemlibet radium assignabilem in sectione NQ, vi prementis humidi HV, supra libellam NO necessario extrudi. Sit enim radius quilibet AB, et a termino B pertingat, secundum quamcumque lineam, ad superficiem HV radius similis BDE, secans FI in D. Gravitat igitur super puncto D, versus lineam DB, totus et solus radius superincumbentis humidi ED, unde universus radius EDB gravitat super B. Secundum lineam autem AB gravitat, super eodem puncto B, solus radius AB, cui nullus superincumbit, ex suppositione, radius humidi HI. Posito igitur aequali utrobique momento AB et DB, maius erit momentum radii EDB quam AB. Flectetur igitur EDB secundum lineam BA, impelletque ultra libellam NO radium BA, q. e. p.

Corollarium I. — Unde patet quilibet radio humidi, secundum quamcumque lineam assurgentis, non opponi nisi radium similem humidi sibi incumbentis. Patet enim radio AB non opponi nisi radium DB.

Corollarium II. — Quilibet subiecti humidi radius, vi superincumbentis humidi, supra libellam, pressura expertem, eatenus assurget, quatenus portio assurgentis radii, supra libellam existens, momentum habet aequale momento cuiuslibet radii humidi superincumbentis, ab eadem libella ad supremam eius superficiem producti.

PROPOSITIO XXII. — *Si, ut in figura praecedenti, extrudatur radius BA supra libellam NO usque ad Y, ita scilicet ut portio AY, supra libellam NO existens, momentum habeat aequale momento cuiuslibet radii similis, ab eadem libella FI ad supremam humidi super incumbentis superficiem HV producti, puta OS; radius BA ultra Y non impelletur.*

Est enim momentum radii OS aequale momento radii DE, unde momentum AY aequale etiam erit momento radii DE. Posito igitur aequali utrobique momento AY, et DE, erit momentum totius EDB aequale momento totius YAB. Non flectetur igitur EDB versus lineam BAY amplius, nec proinde radius BAY ulterius, secundum lineam dictam impelletur. Sed nec a nullo alio radio sibi contermino impelletur, unde etc.

Corollarium. — Ex hac igitur, et ex propositione XIX, colligetur: quilibet subiecti humidi radius, vi superincumbentis humidi extrusus, eatenus supra libellam assurget, quatenus pressionis supra libellam existentis perpendicularis altitudo, perpendiculari altitudini unius cuiuslibet radii ab eadem superficie ad supremam humidi incumbentis superficiem producti, contrariam proportionem habeat quam gravitas in specie, ad gravitatem.

Figura 153.

PROPOSITIO XXIII. — *Humidi, intra humidum homogeneum existentis, pondus quantumcumque sit, ab extrinsecus trahente aut retinente impossibile est sentiri.*

Sit, supra continentem superficiem EB (fig. 153), quiescens humidum, cuius superficies GAD, et intra humidum dictum sit data quaelibet eius

portio P, intra ipsum ubicumque existens, per cuius extrema cadant a suprema humidi superficie perpendiculares, eam undique intercipientes AE, CB, eritque comprehensa sectio humida AEBC. Manifestum autem est quod quilibet sectionis AB radius aequilibratur cum momento radii sibi similis, a communi termino ad eamdem superficiem producti. Omnes igitur simul radii sectionis AB, sive aequalis, a communibus terminis ad supremam superficiem porrectis, aequilibrantur radiis comprehensis inter EH et BF. Transeat itaque immediate sub portione P superficies sphaerica Orbi concentrica NOM, secabitque AB in RS, EH vero et BF, puta, in LN, et OM. Sicut igitur singulis radiis contentis in AB respondebant singuli radii similes contenti in EH, et BF; ita singulis portionis eorumdem radiorum, contentis in BR, respondent singulae portiones similes contentae in ELN, et BOM, a communibus terminis ad eamdem superficiem sphaericam, Orbi concentricam, NLOM pertingentes. Singularum igitur portionum contentarum in BR momentum, momento singularum sibi respondentium, ac oppositarum in EL et BO aequale est. Ac proinde momentum totius molis BR momento totius molis EL, et BO est aequale. Unde reliquae molis AS momentum momento reliquae GL et FM remanet aequale.

His ita dispositis, dico pondus portionis P non posse ab ullo extrinsecus trahente aut retinente experiri, sed proinde se habere ac si non esset. Extra humidi superficiem GAD sit enim libra, cuius centrum I, et aequales a centro distantiae IK, IQ, et, manente centro I, intelligatur funiculus KP retinens pondus molis P. Dico quod, quantumcumque sit pondus molis P pendentis ab extremo K, excepto pondere funiculi KP, non movebit deorsum dictum extremum librae K, sed perinde manebit libra in aequipondio, ac si nullum eius extremo pondus appensum fuisset. Nam pondere molis BF et EH impellitur sursum moles BR. Resistit autem BR aequali momento, ex dictis, momento molis EL et BO. Momento igitur molis OD et NH impellitur sursum moles BERS. Impelli autem non potest sursum moles BERS, nisi impellat sursum molem sibi immediate sursum obiectam P; eodem igitur momento molis NH et OD impelletur sursum moles P. Unde, nisi moles P maiori momento deorsum prematur, quam sit molis NH et OD, ipsam sursum impellentis; non poterit moles P deorsum moveri. Premitur autem P deorsum tum proprio pondere, tum pondere molis APC, sibi ad perpendiculum incumbentis; unde premitur P deorsum momento totius molis AS. Momentum autem AS aequale ostensum est momento molis NH et OD, ideoque maius illo non est. Igitur moles P moveri sursum nullatenus poterit, nec igitur extremum K, cui appensam ponitur, deorsum trahet. Quantumcumque igitur prematur pondus molis P, intra humidum homogeneum existentis, manebit necessario extremum K perinde ac si nullum ei pondus appensum fuisset, quod erat ostendendum.

Corollarium. — Unde patet qualiter, dato pondere in mole humida intra humidum homogeneum posita, percipi id extrinsecus a retinente ex eo impossibile sit, quod pondus datum aequali semper momento a subiecta mole

repulsum sustentetur, atque a descensu prohibeatur. Quod idem in omni pondere continget, si ipsum, librae extremo appensum, subiecta manu, aut quovis alio retinaculo, sustentetur, atque arceatur a descensu.

PROPOSITIO XXIV. — ***Moles intra humidum specie minus grave existens, ubicumque fuerit, descendet, et momentum descensus eiusdem tantum erit, quantus est excessus supra momentum molis humidae aequalis, cuius locum occupat.***

Iisdem positis, in locum molis homogeneae P, substituatur quaelibet alia aequalis moles Z, sed eadem utcumque gravior in specie. Dico quod moles Z non manebit, sed descendet necessario, eritque momentum ipsius in descendendo idem ac excessus supra momentum aequalis molis P, in cuius locum substituitur.

Cum enim moles Z mole P gravior in specie, eidemque aequalis ponatur; erit pondus molis Z maius pondere molis P. Pondus autem molis P, cum pondere reliquae molis APC, aequale momentum habere ostensum est cum NH et OD. Pondus igitur molis Z, cum pondere eiusdem molis APC, maius momentum habebit quam NH et OD, tanto scilicet maius, quanto momentum gravioris molis Z maius est momento molis P sibi aequalis. Premitur itaque deorsum subiecta moles ES tum proprio pondere, tum pondere molis APC et Z, ad perpendiculum sibi incumbentium, eius autem descensui opponitur momentum molis EH et BF. Cum igitur momentum ES aequale sit, ex dictis, momento FL et BO; erit momentum totius AB maius momento totius EH, et BF. Cedet igitur EH et BF momento deorsum molis ES, et descendet, ac proinde moles Z, cum mole APC ipsam premente, quod erat primo ostendendum.

Ostendam id, quod secundo venit, breviter sic: Si moles Z aequale momentum haberet cum mole sibi aequali P, momentum ei in descendendum nullum esset. Maneret enim necessario in aequilibrio, ut patet ex dictis. Tantum igitur momentum habebit in descendendo moles Z, quantum ei superest praeter momentum aequale momento molis sibi aequalis P, cuius locum occupat. Unde manifestum est quod humidum quodlibet, ex momento deorsum cuiuscumque molis intra ipsum existentis, momentum auferat aequale momento eius molis humidae, cuius locum occupat, idest molis humidae sibi aequalis.

PROPOSITIO XXV. — ***Si intra humidum, specie magis grave, moles quaelibet extiterit, inter cuius inferiorem superficiem, superficiemque perpendicularem subiectam continentem, humidum intercesserit; data moles non manebit, sed a subiecto sibi humido sursum necessario impelletur.***

Iisdem positis, substituatur in locum molis P moles sibi aequalis X, sed specie minus gravis, inter quam et continentem superficiem EB intercedat humidum ES. Dico quod moles X, a subiecto sibi humido ES, sursum necessario impelletur. Erit enim moles X minus pondere molis sibi aequalis P. Momentum autem molis ASP aequale ostensum est momento NH et DO. Momentum igitur molis OD et NH maius erit momento ASX, tantoque maius,

quanto maius est momentum molis P momento sibi aequalis X. Ostensum autem est quod subiecta moles ES impellitur sursum momento molis NH et OD. Eius autem ascensui resistit momentum molis ASX, quod minus positum est momento NH et OD, quo ES sursum impellitur; impellet igitur sursum moles ES molem sibi immediate incumbentem X, quod erat ostendendum.

Impellet autem ES molem X sursum ea momenti quantitate, qua momentum NH, OD, quo sursum impellitur, superat aequilibrium momenti, quo X premitur deorsum, momenti scilicet ASX. Ea autem quantitate ostensum est momentum NH et OD excedere momentum ASX, qua momentum molis P excedit momentum molis sibi aequalis X. Momentum igitur, quo X sursum impellitur, aequale est ei axcessui, quo momentum ipsius X superatur a momento molis humidae sibi aequalis P, cuius locum occupat. Unde cuiuscumque molis, intra humidum specie magis grave existentis, momentum sursum tantum erit, quantus est excessus momenti alterius molis, sibi aequalis et dato humido, supra momentum ipsius.

Corollarium. — Hinc manifestum est quod, si intra humidum specie magis grave moles quaelibet ita posita fuerit, ut, inter ipsam superficiemque continentem perpendiculariter ei subiectam, humidum non intercesserit; nullum habebit sursum momentum, sed a momento universae molis humidae, ad perpendiculum sibi iucumbentis, deorsum pressa, necessario manebit, nec, quantumcumque humidum gravius fuerit, per ipsum ascendet.

Experimentum. — Prisma, seu vas quodcumque aliud AB (fig. 154), cuius fundum, puta ligneum, CD crassius existat, et ab ipsius superficie superiori CB cavitas excidatur deorsum hemisphaerica ELH, eique applicetur lignea sphaera, cuius hemisphaerium alterum concavitati dictae ELH congruat, alterum vero, puta EMH, extra ipsam promineat. Ea tamen industria cavitati dictae sphaera inseratur, ut orificium quidem EH perfecte obstruat, nec permittat humidum per commissuras dilabi : interim autem eidem orificio pertinaciter non adhereat, sed levi motu trahente sequatur. Hisce constitutis, impleatur vas AB humido in specie gravissimo, puta hydrargirio, et experimento manifestum fiet quoniam lignea sphaera ELHM per gravissimum hydrargirium non ascendet, sed manebit, ut supra a nobis conclusum est. Si quis autem vacui metum suspicetur, foramen aperiat cavitati EGH, puta in G, ut aer ad subeundum in promptu sit, quoties sphaeram sursum elevari contigerit, nec propterea sphaera sursum movebitur, sed manebit ut antea. (MSS. Cim., T. XXXIV, fol. 204-77).

Figura 154.

V.

In questo trattato del Viviani si può dire che sia compendiata la storia delle pressioni idrostatiche, una delle principali questioni agitate intorno alle quali, nell'Accademia fiorentina, e anzi in tutta la Scuola galileiana, abbiamo veduto esser quella de' corpi più leggeri, che rimangono sul fondo del vaso, quando l'acqua non possa esercitarvi la sua circumpulsione. Dunque, occorreva a domandar qui, in proposito della palla di legno esattamente incastrata sul fondo del vaso pieno; l'acqua di sopra, invece di conferire a sollevarla, la conficca più fortemente che mai dentro il suo incavo? Ed essendo così, perchè i palombari non rimangono oppressi, e nel cupo de' vivai si veggono i pesci notare con sì agili moti? Il problema sembrava non trovare, ne' principii idrostatici generali, la sua soluzione, e perciò il dire come vi si riducesse è di tale curiosità, e di tanta importanza, che senza ciò la storia delle pressioni idrostatiche si rimarrebbe incompiuta.

Già sappiamo quel che ne pensasse Herone Alessandrino, le ragioni del quale si ripeterono da Galileo, e da tutti gl'Idrostatici più savi, che, per una parte, rifuggivano dalle sciocchezze di chi rassomigliava i pesci nell'acqua ai topi ne' buchi del muro, e non volevano, per l'altra, mettersi a tenzonare co' dubbi di Leonardo da Vinci. A Leonardo, come a tutti gli altri, compresi nel lungo spazio di tempo, che intercede fra Herone e Galileo; troppo ancora faceva difetto la Scienza che, instituitasi nuovamente dallo Stevino, a lui solo dava in mano gli argomenti, da risolvere il problema curioso. In che modo ei veramente lo risolvesse lo vedemmo colà, dove si faceva la storia delle sue dottrine, le quali, come si neglessero per le altre parti, così non si curarono nemmen per questa dalle due grandi scuole, allora dominatrici in Francia e in Italia.

Viene un giorno il Mersenno a rammemorare al Cartesio le ragioni dette dallo Stevino, perchè quelli che ci son sotto non sentano il peso dell'acqua, e il Cartesio orgogliosamente risponde: Quel che il vostro Stevino abbia detto non mi ricordo, e non so, ma la ragion vera del fatto non può esser che questa, « quod non plus aquae gravitat in corpus, quod in aqua est vel sub aqua, quam quantum aquae descenderet, si corpus illud loco suo cederet. Sic ex. gr. si supponamus homo in vase B (fig. 155), qui corpore suo ita incumbat foramini A, ut exitum aquae impediat, sentiet sibi impendere totum pondus cylindri aquae ABC, cuius basim suppono esse eiusdem magnitudinis cum foramine A, quia, si ipse per illud foramen descenderet, totus etiam iste cylindrus aquae descenderet. Sed si paulo altius supponatur, ut ad B, ita ut non prohibeat amplius egressum aquae per foramen A; tum nullam gravitatem sentiet ex aqua, quae inter B et C ipsi super incumbit,

Figura 155.

quia, si ipsa descenderet versus A, nequaquam descenderet aqua ista cum illo, sed contra pars aquae, quae illi versus A subiacet, paris cum eius corpore magnitudinis, in eius locum ascenderet. Unde fit ut aqua illum sursum evehat, potius quam deprimat, prout experientia comprobatur » (*Epistol.*, P. II, Amstelodami 1682, pag. 123).

Sembra che al Mersenno sodisfacesse meglio la ragione dello Stevino che questa, e perciò, giacchè il Cartesio diceva di non saperla, o d' averla dimenticata, glie ne veniva ripetendo ne' precisi termini il sillogismo, a cui esso Cartesio però negava la virtù di concludere, scoprendosi falsa la minore. « Ad probandum quod homo in aqua demersus aquae gravitatem non sentiat, pessimum est hoc argumentum: *Omnis pressio, quae laedit corpus, partem istius corporis aliquam loco suo naturali depellit. Sed aqua, aequaliter premens undique corpus in aqua demersum, nullam eius partem loco suo naturali depellit; ergo etc.* Nam neganda est minor, et falsissimum est quod, si omnes hominis in aqua demersi partes satis valide ab illa comprimantur, non possent loco suo naturali depelli, quamquam partes cutis omnes aequaliter premerentur, satis enim depellerentur loco suo naturali, si omnes tam aequaliter compellerentur introrsum, ut iste homo minus solito spatii occuparet » (ibid., pag. 132). E rimanendosi ostinato nella sua propria opinione, o per dirla addirittura nel suo errore intorno alla ragion vera delle pressioni idrostatiche, soggiungeva: « Sed praeterea falsum est quod tota aqua, quae hominis corpori superincumbit, illum premat, immo potius illum sublevat, cuius rei veram, ut opinor, rationem ad te antehac scripsi » (ibid.).

Il Baliani in Italia, o fosse inspirato alle altrui dottrine, o concludesse il discorso da ciò, che senza alcun pregiudizio di scuola gli venivano suggerendo la sua propria ragione e le naturali esperienze; fu il primo a far riflettere, sull' abbacinato pensiero dello Stevino, nuovi raggi vivi di luce. « Io mi figuro, diceva, di esser nel fondo del mare, ove sta l' acqua profonda diecimila piedi, e, se non fosse il bisogno di rifiatare, io credo che vi starei, sebbene mi sentirei più compresso e premuto da ogni parte, di quel che io mi sia di presente. Ma dalla detta compressione in fuori io non sentirei altro travaglio, nè sentirei maggiormente il peso dell' acqua di quel ch' io mi faccia, quando, entrando sott' acqua la state bagnandomi nel mare, io ho dieci piedi d' acqua sul capo, senza che io ne senta il peso. Ma se io non fussi entro l' acqua, che mi preme da ogni parte, e fussi, non dico in vacuo, ma nell' aria, e che dalla mia testa in su vi fosse l' acqua; allora io sentirei un peso, che io non potrei sostenere, che quando avessi forza a lui proporzionata.... Lo stesso mi è avviso che ci avvenga nell' aria, che siamo nel fondo della sua immensità, nè sentiamo nè il suo peso nè la compressione, che ci fa d' ogni parte, perchè il nostro corpo è stato fatto da Dio di tal qualità, che possa resistere benissimo a questa compressione, senza sentirne offesa. Anzi ci è per avventura necessaria, nè senza di lei si potrebbe stare, ond' io credo che, ancorchè non avessimo a respirare, non potremmo stare nel vacuo,

ma, se fossimo nel vacuo, allora si sentirebbe il peso dell'aria, che avessimo sopra il capo, il quale io credo grandissimo » (Alb. IX, 212, 13).

Questi pensieri gli esponeva nel 1630 il Baliani in una lettera a Galileo, il quale non gli poteva approvare in nesssun modo, perchè, sebbene a quel tempo fossero in Italia oramai noti gli Elementi idrostatici steviniani, ei non s'era potuto ancora persuadere dell'uguaglianza delle pressioni, che si diceva fare i fluidi per tutti i versi: e persistendo nel credere che nè l'acqua nè l'aria pesino su sè stesse, o sui corpi solidi a loro sottoposti, si intende come, del non essere oppressi i palombari e i pesci, rifiutasse le ragioni date nuovamente dal Baliani, per non rimoversi da quelle antiche di Herone, fatte già sue da quarant'anni. Nè si ricredè Galileo nemmeno negli ultimi tempi della sua vita, ne' quali dettava al Viviani, come vedemmo, dimostrazioni del non premere i liquidi i fondi dei vasi, e nè perciò i corpi sopr'essi posati, o gli animali lungh'essi repenti. Cosicchè, volendo il giovane alunno rendersi particolarmente le ragioni di questo problema curioso, le riduceva cosi dai manoscritti *Sermones de motu gravium,* mutando qualche parola nella scrittura del suo Maestro:

« Dubitatur quomodo pisces in aqua et homines, tam in aqua, quam in aere existentes, vastissimam aquae et aeris gravitatem sustinere possint. Forsan quia tunc dicimur gravari, quando super nos incumbit aliquod pondus, quod sua gravitate deorsum tendit, nobis autem opus est nostra vi resistere ne amplius descendat; illud autem resistere est quod gravari appellamus. At quia Archimedes demonstravit corpora quae sunt aqua graviora in aquam demissa descendere, et esse in humido gravia quidem, attamen minus gravia quam in aere, quanta est gravitas molis aquae aequalis molis illius corporis; leviora autem aqua, vi sub aqua impulsa, sursum attolli tanta vi, quanta moles aquae aequalis moli illius corporis gravior est illo corpore; quae autem sunt aeque gravia ac aqua, in aqua submersa, neque sursum neque deorsum ferri, sed ibi manere ubi collocantur, si tamen tota fuerint sub aqua; ex hoc patet quod, si fuerimus sub aqua, et super nos incumbat aliquod corpus aqua gravius ut lapis, gravabimur quidem, sed minus quam si essemus in aere, quia lapis in aqua est minus gravis quam in aere. »

« Si autem, in aqua existentibus nobis, aliquod corpus aqua levius alligatum fuerit, nedum gravabimur, verum etiam attolleremur ab illo, ut patet in natantibus cum cucurbita, cum alioquin, in aere existentes, a cucurbita gravaremur. Et ratio est quia cucurbita, sub aqua impulsa, fertur sursum et allevat, in aere autem fertur deorsum et gravat. Si autem in aqua existentes aliquod corpus aeque grave ac aqua nobis immineat, neque ab illo gravabimur neque attollemur, quia neque sursum neque deorsum ferretur. At non invenitur corpus quod magis aequet gravitatem vel levitatem aquae, quam ipsa aqua; non ergo est mirum, si aqua in aqua non descendat et gravet, neque ascendat et attollat: diximus autem gravari esse resistere, nostra vi, corpori deorsum petenti. Et eadem ratio de aere habeatur » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 23, e Alb. XI, 31, 32).

Galileo e il Cartesio, avendo nell'Idrostatica comune la falsità dei principii, non discordavano dunque nemmen nelle conclusioni, che però non potevano non essere sospette ad alcuni de' loro discepoli più sagaci. Anche il Viviani mette in dubbio la spiegazione, che il suo Maestro faceva pronunziare al protagonista del Dialogo, in forma così assoluta. *Forsan quia*.... Nè cessarono i dubbi che per opera del Pascal, l'arte usata dal quale apparisce da questo lato più che mai maravigliosa. S' avvide il prudente uomo che i Fisici de' suoi tempi, sedotti dall' autorità de' due loro grandi maestri, rifuggivano inconsideratamente dalle verità steviniane, e fece come certe nutrici che, rifiutato un siroppo ristorativo dal bambino per disgustoso, glie l' hanno fatto poi parer dolce, e avidamente sorbire, a solo mutar figura e materia all' ampolla. Quell' arte, che in tutto intero il trattato *De l' equilibre des ligueurs* è davvero, come si diceva, maravigliosa, spicca anche di più nel capitolo ultimo, in cui l' Autore non fa che rompere le giunture al sillogismo dello Stevino, la maggior del quale, tolta di sotto alla pressa dialettica, si sciorina così più amabilmente alla vista:

« La douleur que nous sentons, quand quelque chose nous presse, est grande, si la compression est grande, parce que la partie pressée est épuissée de sang, et que les chairs, les nerfs, et les autre partie qui la composent, sont poussées hors de leur place naturelle, et cette violence ne peut arriver sans douleur. Mais si la compression est petite, comme quand on effleure si doucement la peau avec le doigt, qu'on ne prive pas la partie qu'on touche de sang, qu'on n'en detourne ny la chair ny les nerfs, et qu'on n'y apporte aûcun changement; il n'y doit aussi avoir aucune douleur sensible » (pag. 38). E insomma non può la sensibilità eccitarsi sull' animale, se non a queste due condizioni: o che il corpo estraneo tocchi le parti sensibili in un punto solo, o che le tocchi tutte ugualmente, fuor che in un punto. Per conferma di che proponeva il Pascal l' esperienza di un uomo, seduto sul cupo fondo di un vivaio. Ei veramente non soffre alcuna passione dal peso dell' acqua, quand' ella lo circonda tutto, ma se s' applica la bocca di un lungo tubo a una coscia, in modo che l' altra bocca di sopra resti aperta nell' aria, « sa chair s' enflera, a la partie qu' est a l' ouverture du tuyau, et il s'y formera une grosse tumeur avec douleur, comme si sa chair y estoit succée et attirée par une vantouze » (pag. 32).

La minore del sillogismo dello Stevino udimmo come il Cartesio la condannasse per falsa, e il Pascal risolutamente invece l' assolveva, condensando le virtù delle verità precedentemente dimostrate in questa sentenza: « La vraye cause, qui fait que les animaux dans l'eau n'en sentent pas le poids, est qu'ils sont pressez egalement de toutes partes » (pag. 40). E perchè il Cartesio audacemente negava anche queste pressioni per tutto le parti, dicendo che l' animale, non ch' essere oppresso dal peso dell' acqua, n' è sollevato; il Pascal, a confermare la verità del fatto, proponeva una tale esperienza: Prendasi un bocciolo di vetro, e ripieno d' acqua vi s' infondano tre cose: una vescica ben gonfiata e distesa, un' altra flaccida, e una mosca (car

elle vit dans l'eau tiede aussi bien que dans l'air) e comprimendo l'acqua fortemente con uno stantuffo si vedrà la seconda vescica costringersi di più alla pressione, ma la prima rimanersi immutata, e la mosca « se promener avec liberté et vivacité le long du verre, et mesme s'envoler des qu'elle sera hors de cette prison » (pag. 41), eppure ella non doveva esser premuta meno della seconda vescica, che, così visibilmente cedendo allo sforzo, rientrava in sè stessa.

Che il Pascal, rendendo così alla libertà della vita lo Stevino, intendesse di rivendicarne l'onta fattagli da' seguaci di Galileo e del Cartesio, si par dal tuono insolito che piglia, verso la fine il suo discorso, simile a quello, con cui concluderebbe una lunga riprensione qualche padre adirato o qualche maestro. « Qu'on ne dise donc plus que c'est parce que l'eau ne pese pas sur elle mesme; car elle pese par tout également: ou qu'elle pese d'une autre maniere que les corps solides, car tous les poids sont de mesme nature, et voicy un poids solide qu'une mouche supporte sans le sentir » (pag. 43). Provate infatti ad aggiungere nel bocciolo alla prima altr'acqua, che equivalga in peso alla forza fatta dallo stantuffo, e osserverete le medesime cose. Che se al pesce non rimanga in fondo alla vasca se non l'acqua che lo circonda, essendosi il resto indurato nel ghiaccio, serberà l'agilità che aveva prima, e che serberebbe anche dopo essersi tutta l'acqua liquefatta. Dunque, così finalmente concludeva il Pascal, a favore dello Stevino, e contro i paralogismi del Cartesio; « les animaux dans l'eau n'en sentent pas le poids, non pas parce que ce n'est que de l'eau qui pese dessus, mais parce que c'est de l'eau qui les environne » (pag. 44).

La questione parve al Boyle di tanta curiosità e di tanta importanza, che volle riserbare l'appendice II de' suoi Paradossi a esaminarla. Gli cade per prima cosa sotto la considerazione il detto di uno scrittore d'Idrostatica, ch'egli chiama celebre, non sappiamo per qual titolo, ma che certamente era gonfio di filosofico orgoglio cartesiano, affermando che, del non sentire il peso dell'acqua gli animali che ci son sotto, non poteva esser altra la causa, da quella in fuori, ch'egli stesso assegnava con questo discorso: Le parti superiori dell'acqua non premono le inferiori, se non sia in mezzo a queste collocato un corpo più leggero dell'acqua stessa. Ma il corpo dell'uomo è anzi più grave, dunque ecc. concludendo che chiunque dice altrimenti s'inganna. A cui il Boyle rispondeva che, nonostante una sì gran fiducia, era certo doverci essere, e che fosse perciò da ricercarsi del fatto una causa diversa. « Abunde enim probavi quod (contra assertionem cui innititur eius explicatio) partes aquae superiores premunt inferiores, sive corpus aqua in specie gravius, sive levius sit infra inferiores » (*Paradoxa* cit., pag. 216)·

L'altra soluzion del problema, che l'autore di questi Paradossi passa a esaminare nella detta Appendice, è quella che il Cartesio dava al Mersenno, nella forma per noi dianzi ritratta dall'epistola XXXII della parte seconda. Ciò che avendo fatto anche il Boyle, appena finito di trascrivere, così dice: Hactenus subtilis hic Philosophus, cuius ratiocinationes, licet magni

facere sim solitus, libere tamen fatendum hance mihi non satisfacere. Etenim, cum iam satis superque probaverim superiores partes aquae premere inferiores, corporaque iis subiacentia, sive corpora illa sint aqua in specie leviora, sive graviora; fundamentum evertimus, cui domini Cartesii ingeniosa at minus solida superstruitur explicatio » (ibid., pag. 223, 24).

Soggiungerò anche di più, dice il Boyle, che il Cartesio s' inganna, attribuendo la causa del sentirne o no l' uomo il peso allo scendere o no che fa l' acqua insieme con lui. Perchè poniamo che quell' uomo, il quale giacendosi sul foro A (nella figura 155) lo turava, sia collocato in B, d' onde egli poi scenda, insieme con l' acqua C, verso il foro A rimasto aperto: se vero fosse quel che dice il Cartesio, dovrebbe il marangone sentire il peso dell' acqua C. Eppure, verificandosi la chiesta posizione, è certo che non sentirebbe niente. Dunque il conferire i momenti delle scese de' liquidi con quelle dei solidi, come fa il Cartesio, calcando, senza voler parere, le orme di Galileo; è mezzo ingannevole e insufficiente a risolvere una questione idrostatica così sottile, la quale da null' altra vera causa dipende se non dall' avere in B il marangone acqua di sotto e di sopra, e in A acqua solamente di sopra, e di sotto aria. « Dico itaque causam cur solidum quod, dum est ad A, magnam sustinebat pressionem ab aqua incumbente non sentiat pondus eius, quando locatur ad B, non esse quam assignat dom. Des-Cartes, sed hanc quod solido aqua circumdato aqua subiacens, ut frequens nobis fuit occasio ostendendi, illud sursum premit aeque omnino vehementer, et aliquando amplius, ac pondus aquae incumbentis id premit deorsum. Cum e contra, quando solidum erat id solum quod tegebat obturabatque foramen, causa esset manifesta cur id cum violentia deorsum truderetur a pondere incumbentis aquae ABC. In isto quippe casu nulla ei subiacebat aqua ad A, quae solidum sustentaret ac sua sursum pressione ipsum vi instrueret tanto ponderi resistendi » (ibid., pag. 225, 26).

Rimane, prosegue il Boyle, a esaminar la soluzione, che di questo problema avea dato lo Stevino, assai prima del Cartesio, e, riferita l' argomentazione tradotta in latino dal libro degli Elementi idrostatici, soggiunge: « Hanc solutionem Stevini longe existimem esse praeferendam iis, quae de difficili hoc problemate afferri solent » (ibid., pag. 230).

Nonostante esso Boyle, che aveva accusato l' autore degli Elementi idrostatici d' aver proposte esperienze, piuttosto razionali che di fatto, a confermare la verità degli altri suoi teoremi; non può passare ora in questo l' esempio dell' uomo in fondo al tino ripieno d' acqua, che, dovendovi necessariamente rimanere affogato, non potrebbe far testimonianza nè della insensibilità provata, nè della passione. Vero è bene che, dalla somiglianza di quel che segue alle cose insensibili, come alle tavolette di legno o di metallo poste nelle medesime condizioni; si può ragionevolmente argomentare a ciò, che patirebbe un uomo, supposto ch' egli durasse a vivere anche nell' acqua. Nulladimeno, dice il Boyle, si può l' esperienza praticar facilmente e con esattissima somiglianza dei fatti, per via della mia Macchina pneumatica. « Etenim,

licet aer sit fluidum grave, licetque, dum uniformiter premit totam corporis superficiem, pressionem eius non sentiamus; et quamvis hanc ob causam palmam manus imponere possis, aperto orificio parvi cylindri aenei, applicati machinae loco *Recipientis,* citra ullam noxam; quando tamen, antliam exercendo, aer qui prius suberat palmae manus est subductus, proindeque conferre nil amplius potest ad manum, adversus aeris externi et incumbentis, pressionem sustentandam; utique aer externus tam graviter incumbet manus metacarpio, ac si pondus quoddam grave ipsi esset impositum. Ac memini, tali facto experimento, non tantum manum meam gravi dolore fuisse affectam, sed et convexitatem eius ultro deorsum pressam, ac si fracturae esset periculum » (ibid., pag. 233).

Benchè questa esperienza, fatta con la Macchina pneumetica, possa qualche poco diminuir la difficoltà, riman nonostante, dice il Boyle, sempre a stupire come, sotto il peso, che, secondo i calcoli dello stesso Stevino, è ingente, costringendosi le costole verso la cavità del petto, e i muscoli contro l'ossa; il marangone non senta alcun dolore. L'esperienza della mosca descritta dal Pascal era lusinghiera, ma in sul primo leggerla sospettò il Boyle che, insieme co' naturalisti di que' tempi, anche l'Autore credesse non avere gli insetti bisogno alcuno di respirare, e che perciò quella, come e altre che si trovano in mezzo al libro di lui, non foss'altro che una semplice speculazione. Provato infatti più volte a sommergere nell'acqua anche tiepida mosche assai gagliarde, ebbe a trovar che sempre vi rimanevano immobili, come cose morte. Allora pensò di far l'esperienza con qualche animale acquatico, fra cui scelse i *girini,* per la loro piccolezza e mollezza di membra, più facilmente sensibili alla pressione. Messo dunque l'animaletto nello strumento del Pascal, e premuto lo stantuffo così, che il Boyle stesso calcolò uguagliar la pressione al peso di un cilindro d'acqua, di quasi trecento piedi di altezza; « nihilominus, licet gyrinus in paulo minorem quam prius molem videretur compressus, libere tamen ipse hac illac in aqua natabat, subinde etiam in summitatem ipsam pervadens. Nec manifestum erat nobis laesum fuisse ab hac compressione animalculum: manifestissimum vero erat id contusum non fuisse ad necem, sensibilemve ei noxam illatam » (ibid., pag. 238).

Il curioso e difficile problema, qual'era stato risoluto dallo Stevino, veniva dunque a confermarsi così per ogni sua parte, che agli scrittori d'Idrostatica non rimase poi a fare altro ufficio, che diffondere la notizia. A tale infatti si riduce insomma il merito del Sinclaro, che, nel terzo libro della sua *Ars magna,* riserbò il secondo dialogo, per applicare all'argomento le verità idrostatiche, rimaste vincitrici. Il principio alla battaglia vedemmo come fosse dato in Italia, la quale parve nonostante esser venuta una delle ultime a raccogliere i frutti della vittoria.

Non prima del 1670 apparve in Reggio dell'Emilia il libro *De motionibus naturalibus,* in cui il Borelli, ravvedutosi già degli errori imbevuti alle fonti galileiane, risolveva il problema *quare animal nullam noxam ex compressione aquae incumbentis pati debeat,* applicandovi il principio del-

l' uguaglianza delle pressioni per tutti i versi. Abbiasi, diceva, una vessica tutta piena d' acqua, o di mercurio, o d' arena, o d' altri minutissimi corpi cristallini, che perciò saranno incompressibili, e s' immerga nel liquido di un vaso. Essendo quivi ugualmente premuta tutta intorno, come da tanti cunei confitti in ogni punto di una vôlta sferica, è facile dimostrare come nessun granello di arena, e nessuna particella d' acqua o di mercurio potrà cedere a un' altra il suo proprio posto. Or suppongasi che la detta vessica sia la pelle involgente l' ossa, i muscoli e gli umori dell' animale: non potendosi sentir passione per altra causa, che per la division del continuo, la quale, per le cose dette, è impossibile ad avvenir nelle parti involte e ugualmente premute; ne segue che l' acqua non fa sul corpo animale sentir lo sforzo, benchè grandissimo, del suo peso. « Quapropter, cum urinatores in profundo mari demersi ab aqua aequali vi undique comprimantur, superne scilicet, inferne et lateraliter, circumcirca a pondere ipsius aquae; sequitur ex demonstratis nullam scissionem, luxationem aut contusionem in eis creari: scilicet nullam continui divisionem a pondere aquae incumbentis produci. Igitur nullam noxam, nec sensum dolorificum patientur » (pag. 69, 70).

Non si può nonostante negare, soggiunge il Borelli, che non siano nell' animale alcune parti aerose, le quali, compresse, venendo a cedere, parrebbe che inevitabilmente dovessero produr qualche senso di dolore, se non si ripensasse che anco questa compressione non si fa in un luogo solo, ma è universale. Quanto differentemente non siam noi, che viviamo in fondo all' oceano dell' aria, gravati dal peso di lei, o quando stiamo in riva al mare, o quando sulla vetta di un altissimo monte? Eppure, per la differenza di questi due stati, non sentiamo dolerci in nessuna parte (Proposiz. XXV, pag. 71, 72).

Vedemmo il Viviani, a cui mancavano ancora i principii necessari, come, nel presente proposito, s' accostasse, benchè dubitoso, col suo Galileo. Ma sovvenutigli quei principii, ritrovò e scrisse la vera spiegazione del fatto, la quale non dee far maraviglia che in molte parti riscontri con quella del suo Collega, e degli stranieri suoi precursori, perch' essendo il termine fisso, e fisso il punto della partenza, la via di ricongiunzione non poteva variare che nell' essere più o meno piana, più o men tortuosa.

« I marangoni stando sott' acqua (scrive ora il Viviani nella sua propria casa molto diversamente, da quel che aveva fatto nell' ospizio di Arcetri) non sentono il peso dell' acqua, che all' altezza talvolta di venti o più braccia gli sovrasta, dal che pare a taluno evidente che il peso dell' acqua non aggravi i corpi, che in essa sono, e per conseguenza che ella nel proprio luogo attualmente non pesi. Ma, per la prima, la conseguenza è falsa, nè è necessario che, gravitando attualmente un peso sopra un corpo sensitivo, ancorchè tenero e cedente, ei lo senta. Imperocchè si può dare il caso che, da forza grandissima di peso o d' altro, premuto, ad ogni modo gli sia impossibile il poterlo sentire, il che avverrà necessariamente, quando, essendo egli incapace di restringimento, sarà la di lui superficie ugualmente, secondo qual

si voglia linea assegnabile, nel medesimo tempo premuta o respinta, come per chiarezza nella seguente figura 156 dimostreremo. »

« Sia ABC superficie di qualsivoglia dato corpo sensitivo D, quantunque tenero e cedente, purchè incapace di ristringimento, la quale s' intenda secondo qualsivoglia linea assegnabile con egual forza premuta o respinta. Dico essere impossibile che tal forza sia in modo alcuno dal detto corpo sentita. Imperocchè intanto il corpo sensitivo D può sentire la forza premente, in quanto fa nella di lui superficie qualche impressione. Se dunque, per qualsisia cagione ciò avvenga, si darà il caso che dalla forza detta non venga la superficie a patire impressione alcuna o alterazion di figura; resterà ancora dimostrato che non puossi la detta forza, quantunque grandissima, dal corpo D sentire, il che così mostreremo. »

Figura 156.

« Si pigli in ABC qualsivoglia punto B, il quale, secondo qualsivoglia linea EB premuto, ceda se è possibile, e si rimova dal suo luogo verso qualunque linea, o per di fuori del corpo D, come per BF, o per di dentro, come per BH. Ma, per la supposizione, tanto secondo la BF, quanto secondo la BH, vi s' oppone forza di pressione e di resistenza uguale alla forza premente secondo EB; dunque il punto B, secondo EB premuto, non potrà verso parte alcuna cedere o mutarsi di luogo. E così di qualsivoglia altro punto assegnabile in ABC. Ond' è manifesto che, non potendo ABC, secondo alcuno suo punto assegnabile, alla forza della pressione, quantunque grandissima, cedere; non potrà patire da essa impressione alcuna o alterazione della propria figura. »

« Ora, per venire al particolare dei marangoni, come mai il peso dell' acqua, che aggrava e preme manifestamente i mantici e le palle di vetro, può non aggravare e premere similmente gli uomini? »

« Che dal non sentire il gran peso della mole che gli sovrasta sia falso l' argomento che attualmente non gli aggravi e prema, si dimostrerà chiaramente con un caso nel quale, benchè per ognuno sia certo che l' uomo sia dal di lei peso attualmente aggravato e premuto, nonostante egli similmente non lo senta. Intendasi sopra il fondo di un vaso posta dell' arena o altra materia incapace di restringersi, che serva per letto, sul quale si distenda un uomo, sicchè, sovrappostoli qualche mole di acqua, egli verrà ad essere il fondo, sul quale immediatamente l' acqua sovrastante si posa, e non si può revocare in dubbio che tutto il peso dell' acqua sovrastante farà forza perpendicolare ad aggravare la superficie dell' uomo sottoposto per fondo. Eppure è vero che egli il di lei peso nella medesima maniera non sentirà che se fosse in qualunque altro luogo di essa collocato. »

« Ma che un poco ad ogni modo lo senta, può ancora, a chi diligentemente vorrà abbadarvi, per esperienza essere manifesto. Imperocchè, mentre pian piano anderà sott' acqua tuffandosi, sentirà principalmente intorno al petto e alla gola una tale oppressione o soffocazione, che gli arrecherà il

peso circostante, e questa ne' marangoni, che sotto altezze d'acqua assai considerabili restano sepolti, viene ad essere ancora più notabile. Ma eglino però che molto maggiore dal peso dell'acqua soprastante se l'aspettano, all'impedimento della respirazione piuttosto cotale oppressione o soffocamento attribuiscono. Ma, se faranno l'esperienza, accorgerannosi che, ritenendo il fiato fuor dell'acqua per lo spazio medesimo di tempo, non sentiranno il medesimo, ma molto minore affanno. »

« Resta ora che dichiamo la cagione, per la quale non tutto ma parte solamente del detto peso sentir ne debbano. Bisogna dunque sapere qualmente alla superficie d'un corpo, di consistenza simile all'umano, posta dentro l'acqua, o a qualsivoglia altro fluido, stanno d'intorno, secondo ogni linea assegnabile, momenti di pressione e di resistenza uguali, e da questo canto, se fosse incapace di restringimento, non averebbe egli, per quel che s'è di sopra dimostrato, a sentirne punto del di lui peso. Ma perchè nel corpo umano vi sono molte cavità, che danno all'aria ricetto, e per conto di esse di qualche compressione e restringimento capace lo rendono; quindi è che al peso del sovrastante fluido in qualche parte gli è forza cedere, cioè infino a tanto che l'aria contenuta puo dal detto peso essere ristretta. Al qual segno pervenuta, il cedere della di lui superficie, e conseguentemente il senso dell'aggravamento, naturalmente cessa. »

« E perchè chiaramente apparisce come il peso dell'acqua, sovrastante il corpo in essa collocato, attualmente aggravi e prema, ma, stando intorno la di lui superficie momenti di pressione e di resistenza uguali, e non potendo perciò quella secondo alcun suo punto cedere, non possa egli la forza di cotal peso sentire; tolgasi per qualche via o la pressione o la resistenza secondo qualche linea, sicchè possa verso quella alla circostante pressione cedere, e la forza del peso si verrà subitamente in tal parte a sentire. Del quale effetto in cotal guisa potrà farsene l'esperienza. »

« S'applichi un marangone, a qualche parte polposa del corpo, la bocca d'una lunga canna di vetro, in maniera che non possa l'acqua tra il vetro e la carne trovar adito, e tuffandosi notabilmente sott'acqua, purchè intanto l'altra bocca della canna resti sempre di fuora; ei sentirà in quella parte la forza della oppressione. Imperocchè il peso dell'acqua intorno premente, non trovando resistenza verso lo spiracolo cedente della canna, scaccerà verso quello la carne, non senza qualche senso di dolore. » (MSS. Cim., T. XXXIV, fol. 122-27).

Questa esperienza fa tornare a mente il Pascal, benchè il Francese ci rappresenti l'uomo in fondo al pelago come una naiade favolosa, e il Nostro riduca il caso alla realtà dei marangoni, che respirano di fatto, e vivono e sentono dentro alla loro campana. In ogni modo deve la detta esperienza essere stata suggerita al Viviani dalla lettura del capitolo VI *De l'equilibre des liqueurs,* trattato, che non poteva in Italia non trovare lieta accoglienza. L'intenzione infatti, ch'ebbe principalmente l'Autore, fu quella di esplicare e di confermare la grande Esperienza torricelliana, la quale sanno bene i

nostri Lettori che non riuscì all' invenzione dello strumento desiderato, ma alla fisica dimostrazione del premere, che fanno i fluidi in sè stessi e sui corpi sottoposti, no nella sola direzion verticale, ma per tutti i versi, cosicchè, dalle vette del Puy de Domme, si può dire che movessero l' aure a insufflar l' anima nella scienza plasmata dallo Stevino.

Nonostante è notabile che al Pascal si facesse forse maggiore accoglienza in Italia, che in Francia, dove l' Idrostatica cartesiana aveva messe più larghe e più profonde le radici, che la galileiana fra noi, e là come qua non erano stati con pari soavità di potenza scommossi gli errori dal grande avvenimento patrio del Torricelli. Così, se a riavviarsi nella rèttitudine de' sentieri bastarono agli Accademici fiorentini quasi sole le lettere a M. A. Ricci, bisognò a' Francesi aspettare quella universale potenza, che doveva tutta la natural Filosofia cartesiana rovesciare dai fondamenti. Del turbinare tempestoso e polveroso de' vortici fu sgombrato il cielo della Scienza dal benefico apparire dell' astro di una Filosofia nuova, che si stabiliva, non sopra le chimere, ma sui principii della Matematica.

Il Newton insomma, com' era venuto a restaurare matematicamente ogni altra parte della Fisica, così, nella sezione V dèl suo tomo secondo, non lasciava di provvedere all' Idrostatica. Incomincia dal dimostrare l' uguaglianza delle pressioni, proponendosi un vaso sferico tutto pieno di un fluido omogeneo, e d' ogni parte ugualmente compresso, come la vessica del Borelli, a cui molto somiglia il Newton anche nel modo di ragionare. Ma non era speranza di persuadere che il liquido preme ugualmente i corpi ch' egli circonda, in modo da mantenere inalterata la loro figura, se non sradicavasi prima dalle menti quel dannosissimo pregiudizio, che nessuna porzion di liquido pesa in mezzo a tutta l'altra mole. È cosa veramente da stupire come Galileo non ripensasse che, se nessuno strato fluido pesa in sè non potrebbe nemmeno pesar nel tutto, sulla mano che sostiene, e sulla bilancia che equilibra il vaso pieno, le pareti del quale, se sian troppo deboli, si vedon cedere allo sforzo. E anco è più da stupire che, contro una tale evidenza di fatto, Galileo stesso dettasse al Viviani quelle due proposizioni, da noi riferite di sopra, nelle quali contenevasi un paralogismo molto simile all' altro di quell' antico Filosofo, che voleva, passeggiando, provare non darsi in natura il moto.

L' Idrostatica del Cartesio s' avvolgeva ne' medesimi paralogismi, a correggere i quali i discorsi lunghi del Boyle, confortati d' esperienze così laboriose, non valsero quanto le matematiche proposizioni del Newton, penetranti come punte di freccie, che si sentono ferire, prima di saper come, e d' onde siano venute. Egli pone il fondamento al discorso in quella stessa evidenza che, sebbene rimanesse annuvolata alle menti dei due grandi Maestri, suoi precursori, rifulgeva pure così limpida al senso comune, dimostrando che, diviso il liquido in tante sezioni, porzion ciascuna di un orbe concentrico con la terra, la seconda, la terza, la quarta, ecc., oltre al proprio peso, hanno quello delle sezioni, che a loro stanno di sopra,

cosicchè l'infima grava il fondo del vaso con la forza dovuta alla gravità sua propria, moltiplicata per il numero delle sezioni, o degli orbi concentrici infino alla superficie. « Pressio igitur, qua superficies unaquaeque urgetur, non est ut quantitas solida fluidi incumbentis, sed ut numerus orbium ad usque summitatem fluidi, et aequatur gravitati orbis infimi multiplicati per numerum orbium » (Genevae 1711, pag. 169). Derivava di qui, per corollario immediato, che la pressione sul fondo del vaso è la medesima, « sive fluidum a superficie pressa sursum continuatum surgat perpendiculariter, secundum lineam rectam, sive serpit oblique per tortas cavitates et canales, easque regulares, vel maxime irregulares, amplas vel angustissimas » (ibid., pag. 171).

Per quinto corollario della medesima proposizione si derivano i teoremi idrostatici di Archimede, osservando, a quel modo che avevano fatto il Pascal e il Borelli, costituirsi in mezzo al fluido una specie di bilancia, sulla quale i corpi da una parte discendono o ascendono, in ragion degli eccessi e de' difetti de' pesi relativi a un egual volume di acqua, che s'immagini contrappesare dall'altra. Ma il sesto corollario è quello, in cui si propone il Newton di scoprire per quale volgarità di fallacie si lasciassero aggirare coloro, i quali ripetevano col Galileo e col Cartesio che il fluido in mezzo al fluido non è nè grave nè leggero, perchè non tende a moversi nè in basso nè in alto. « Corporum igitur in fluidis constitutorum duplex est gravitas: altera vera et absoluta, altera apparens, vulgaris et comparativa. Gravitas absoluta est vis tota, qua corpus deorsum tendit; relativa et vulgaris est excessus gravitatis, quo corpus magis tendit deorsum quam fluidum ambiens. Prioris generis gravitate partes fluidorum et corporum omnium gravitant in locis suis, ideoque coniunctis ponderibus componunt pondus totius. Nam totum omne grave est, ut in vasis liquorum plenis experiri licet, et pondus totius aequale est ponderibus omnium partium, ideoque ex iisdem componitur. Alterius generis gravitate corpora non gravitant in locis suis, idest inter se collata non praegravant, sed mutuos ad descendendum conatus impedientia permanent in locis suis, perinde ac si gravia non essent.... Quae vero, nec praegravando descendunt, nec praegravanti cedendo ascendunt, etiamsi veris suis ponderibus adaugeant pondus totius, comparative tamen et in sensu vulgi non gravitant in aqua » (ibid., pag. 172, 73). Or chi, non dietro l'autorità dell'Uomo, ma, per la forza del suo argomento, non si sarebbe finalmente persuaso che la ragione addotta del non gravare il liquido nel liquido, perchè non vi ascende nè vi discende, era veramente non filosofica ma volgare?

E perchè fra i problemi idrostatici quello, risoluto in ultimo luogo nel libro dello Stevino, era, specialmente per l'opera datavi dal Pascal. dal Boyle e dal Borelli, uno de' più famosi; il Newton così, nell'ultimo corollario, compendiosamente ne confermava, contro Galileo e il Cartesio, la verità delle ragioni: « Cum autem fluida, premendo corpora inclusa, non mutent eorum figuras externas, patet insuper, per corollarium propos XIX, quod non mutabunt situm partium internarum inter se; proindeque, si animalia immergan-

tur et sensatio omnis a motu partium oriatur, nec laedent corpora immersa, nec sensationem ullam excitabunt nisi quatenus haec corpora a compressione condensari possunt » (ibid., pag. 173).

Così il Newton potentemente riassumeva gli svolgimenti, ch' ebbe il primo libro idrostatico di Archimede dallo Stevino e dal Torricelli, dal Pascal e dal Boyle, dal Borelli e dal Viviani. Poi l' Herman additava la scienza, che ascondevasi sotto il velo de' conoidi galleggianti, descritti dal Siracusano nel suo libro secondo, per cui, tra il finir del secolo XVII, e il cominciar del seguente, prese l' Idrostatica il suo libero e sicuro cammino, per andar presto a scendere in quel mare dell' infinito, apertole dal Bernoulli, dal D' Alembert e dal Lagrange, per le placide e profonde acque del quale si può ora navigare da noi.

CAPITOLO V.

Della viscosità dei liquidi e delle azioni capillari

SOMMARIO

I. Delle questioni, insorte fra i Peripatetici e Galileo, intorno alla viscosità dell'acqua, e all'efficacia di lei in sostenere le tavolette d'ebano galleggianti: e come le osservazioni, l'esperienze, le ipotesi, e finalmente le teorie neutoniane aggiudicassero il torto a Galileo. — II. Delle osservazioni e delle esperienze, fatte in Italia e in Francia, e poi in Inghilterra intorno alle azioni capillari. — III. Delle varie ipotesi immaginate a spiegar gli effetti delle azioni capillari. — IV. Delle forze attrattive, che l'esperienze rivelarono esser causa degli effetti capillari. — V. Delle medesime forze attrattive assoggettate all'analisi matematica.

I.

I deliri dell'Idrostatica, fin qui particolarmente narrati, è dunque manifesto non avere avuto d'altronde l'origine che dal non essersi riconosciuti, della rettitudine, i vestigi rimasti ne' libri di Archimede leggermente segnati. Cotesta leggerezza si rassomiglia molto a quella di chi corre velocissimamente, nel quale atto il corpo, vinta la natural tendenza dei gravi, non lascia sul suolo visibile orma del piede. Così par che avvenga delle cose fisiche trattate da Archimede, il quale, come tolse, per citar uno solo de' tanti esempi, le braccia materiali alle bilance, per sostituirvi le linee geometriche; così tolse ogni tenacità fra le liquide particelle. A che non ripensando il Tartaglia e il Commandino male tradussero nella parola *acqua* quella di umido, per cui si voleva intendere un corpo, che avesse l'essenza pura, senza le passioni e le proprietà dei liquidi naturali. E di qui avvenne che negassero alcuni all'acqua quella tenacità, dalla quale s'astraeva nell'umido contemplato dal Siracusano.

Notabili fra costoro, che non entrarono addentro ai sensi archimedei, sono il Cartesio e Galileo. Ma se il primo salvò i fatti, attribuendo al moto intestino, e all'implicarsi le molecole anguilliformi dell'acqua quella, che vol-

garmente si chiama viscosità di lei; il secondo la negò assolutamente, osservando che l'acqua stessa, così nella superficie come nel mezzo, non fa minima resistenza alla divisione. Il pensiero ebbe occasion d'esplicarsi ne' suoi più minuti particolari, a proposito d'una disputa, che Galileo ebbe co' Peripatetici, intorno alla ragione del galleggiar sull'acqua lamine sottilissime di metallo o d'altra materia più grave in specie di lei.

La questione era stata proposta da Aristotile, nell'ultimo capitolo del quarto libro *De coelo,* sotto questa forma: « Dubitatur nunc cur lata ferramenta et plumbum innatant super aquam, alia autem minora et minus gravia, si rotunda sint aut longa ut acus, deorsum feruntur » (*Operum,* T. V, Venetiis 1560, a t. del fol. 272). E si risolve dal Filosofo, attribuendo il fatto alla maggiore ampiezza delle figure, che perciò trovano resistenza tanto maggiore, quanto son più le particelle dell'acqua, che si debbon distrarre. « Quae igitur habent latitudinem, quia multum comprehendunt, supra manent, propterea quod non facile distrahitur quod maius est. Quae vero contrario modo se se habent figuris, quia pauca comprehendunt, feruntur deorsum » (ibid., fol. 274).

La spiegazione di Aristotile era quella medesima, che si dava dai Peripatetici contemporanei di Galileo, il quale invece, affermando non aver la resistenza dell'acqua nessuna parte nel fatto, riduceva tutto esattamente alle ragioni dell'equilibrio idrostatico. La propria opinione, così contraria alla peripatetica, la confortava l'autore del Discorso intorno i galleggianti non solamente per via dell'esperienza, ma anche a priori, ritirandosi a più interna contemplazione della natura dei fluidi. Così facendo, egli dice, « forse scorgeremmo la costituzione delle parti loro esser tale che, non solamente non contrasti alla divisione, ma che niente vi sia che a divider s'abbia, sicchè la resistenza che si sente nel moversi per l'acqua sia simile a quella, che proviamo nel camminare avanti per una gran calca di persone, dove sentiamo impedimento, e non per difficoltà che si abbia nel dividere, non si dividendo alcuni di quelli, onde la calca è composta; ma solamente nel mover lateralmente le persone già divise, e non congiunte. E così proviamo resistenza nel cacciare un legno in un monte di rena, non perchè parte alcuna della rena si abbia a segare, ma solamente a muovere e sollevare. Due maniere pertanto di penetrare ci si rappresentano, una nel corpo, le cui parti fossero continue, e qui par necessaria la divisione: l'altra, negli aggregati di parti, non continue ma contigue solamente, e qui non fa bisogno di dividere, ma di movere solamente. Ora io non son ben risoluto se l'acqua e gli altri fluidi si debbano stimar di parti continue o contigue solamente: sento ben inclinarmi al crederle più presto contigue » (Alb. XII, 57).

Comunque sia, non aver le particelle dell'acqua coerenza tale, da impedire a un solido più grave in specie, benchè di minimo peso assoluto, il dividerle, per fare in mezzo ad esse la sua naturale discesa; ci vien dimostrato da varie esperienze. « E qual maggiore esperienza di ciò, dice Galileo, ricercheremo noi di quella, che tutto il giorno veggiamo nell'acque torbide,

le quali, riposte in vasi ad uso di bere, ed essendo dopo la deposizione di alcune ore ancora, come diciamo noi, albicce, finalmente, dopo il quarto o il sesto giorno, depongono il tutto restando pure e limpide? Nè può la loro resistenza alla penetrazione fermare quegli impalpabili e insensibili atomi di rena, che per la loro minimissima forza consumano sei giorni a discendere lo spazio di un mezzo braccio » (ivi, pag. 54). E dopo questa esperienza Galileo ne soggiunge altre due, dimostrative del medesimo assunto: quella cioè di una larga falda di cera che, costretta a rimanersi in fondo al vaso per l'aggiunta di tanto piombo, quant'è la quarta parte di un grano di miglio; tolto questo, risale, benchè lentamente su a galla: e l'altra di qualunque grandissima mole collocata in acqua ferma e stagnante, che si può, senza contrasto alcuno, condurre di luogo in luogo, tirandola con un solo capello di donna (ivi, pag. 55, 56).

A difendere le dottrine peripatetiche contro Galileo sorsero alcuni, fra i quali Lodovico delle Colombe, che in un suo Discorso adduceva molte sensate ragioni, da persuader che nell'acqua doveva èssere una certa viscosità, come conseguenza. dell'esser ella costituita di particelle continue, tutte insieme comprese sotto un'unica superficie. « Quelle gocciole d'acqua, diceva, che pendono dalle gronde dei tetti, se non fossero viscose, non caderebbono a poco a poco allungando, e non si staccano fin che il soverchio peso non vinca la tenacità loro, che però il verno si veggono alle gronde alcuni ghiaccioli così lunghi, che paiono di cera. Aggiungo un esempio vostro, per provar più chiaramente al senso la crassizie dell'acqua, e insieme la continuità. Ricordatevi a c. 75, che voi fate abbassar la testa all'amico, e gli mostrate che, nel cavar l'assicella fuor dell'acqua, seguita sopra il suo livello, per la grossezza d'una piastra, di stare attaccata alla superficie di sotto di detta assicella, e l'abbandona mal volentieri, come anche dite a c. 53, concedendo la violenza alla divisione per la resistenza del divisibile: segno che, non solo è continua, ma viscosa ancora, il che non può fare nè la rena nè la farina » (*Discorso apologetico di L. delle Colombe,* Alb. XII, 145). E più sotto argomenta il Colombo alla viscosità dell'acqua dal vederla, distendendosi, ora pannicolarsi, come fra le maglie di una rete, e ora avvolgersi, come nella pelle di una vescica, quando agitata forma bolle e sonagli. « Quelle bolle, che i fanciulli chiamano sonagli, che vedete fare alle volte nei rigagnoli, per qualche grossa pioggia, come si farebbero, se l'acqua non fosse continova e tenace? » (ivi, pag. 136).

Queste prove erano così semplici e concludenti, che, non osando Galileo contradirle ne' fatti, s'argomentò d'infirmarle nelle ragioni, fatte consistere in quella tenacità, che tutti i Peripatetici ammettevan nell'acqua. E perchè, per una delle principali tra così fatte ragioni, s'adduceva dal Colombo quella del vedersi due liqüidi con tanta facilità rimescolarsi insieme; Galileo insisteva nel contradirgli, così ragionando: « E più vi dirò che chi ben considera questo mescolamento che da esso trarrà più presto conghiettura di discontinuazione delle parti de'corpi, che si mescolano, che per l'op-

posito. Perchè, se jo metterò due corpi solidi insieme, ancorchè alcuno molto gli commovesse e agitasse, mai non si mescolerebbono, ma, se i medesimi si dividessero in molte parti, queste più agevolmente si confonderebbono, e ci apparirebbono mescolarsi, e finalmente molto più farebbono ciò, se in sottilissima polvere si risolvessero, che è quanto a dire che sommamente si discontinuassero. Ora, perchè le parti de' fluidi agitate e commosse assai prontamente si confondono e mescolano, quindi è che molto ragionevolmente discontinuatissime si devono stimare » (*Risposta a L. delle Colombe,* ivi, pag. 333).

In ogni modo, soggiunge Galileo, anche quando si dovesse ammettere una continuità di parti nella costituzione dell' acqua, non perciò ne seguirebbe la pretesa viscosità di lei: anzi bisognerebbe argomentare tutto al rovescio di quel che fa il signor Colombo, « perchè il corpo, che fusse veramente continuo, non ha bisogno di visco o colla, che tenga unite le sue parti, ma bene con ragione si può domandare qual sia il visco, che tiene attaccate le parti di un aggregato discreto. E così ragionevolmente domanderà alcuno qual sia il glutine, che tiene attaccate le parti di una tavola commessa di mille pezzetti di marmi, ma il ricercare tal viscosità in un sol pezzo di marmo, che forse, secondo il sig. Colombo, è un corpo solo continuato; sarebbe bene gran semplicità. E però, se l' acqua è un continuo, non si ricerca in lei viscosità alcuna » (ivi, pag. 335, 36).

Contro poi Vincenzio di Grazia, altro peripatetico insorto alla difesa di Aristotile, Galileo argomentava che, se l' acqua fosse un corpo continuo, e che le particelle di lei resistessero alla divisione; non solamente le tavolette di ebano, ma nemmeno qualsivoglia altro corpo gravissimo sarebbe potente a dividerle, « perchè, essendo le parti del continuo innumerabili, per piccola che fosse la resistenza di ciascheduna nel separarsi dall' altra, ad immensa forza potrebbono resistere, al che contraria l' esperienza. Onde mi pare di mettervi in necessità di confessare la resistenza delle parti dell' acqua alla divisione esser nulla » (*Risposta al V. di Grazia,* ivi, pag. 539).

In mezzo a queste dispute, che nè per l' una parte nè per l' altra andarono esenti, com' è naturale, da motti mordaci, sorprendono queste parole di Lodovico delle Colombe, che con la vittoria sopra le labbra, e col presentimento della sconfitta nel cuore, par che voglia consolarsene e vendicarsene con la speranza che il vincitore superbo si sarebbe inchinato a terra, a raccogliere l' armi stesse del vinto: « Signori lettori, l' avversario mio comincia dolcemente a calar le vele, e rendersi vinto, perchè, nella aggiunta che seguita la soprannominata, non istà più tanto risoluto nel parer suo, che nell' acqua non sia resistenza alla divisione, dicendo egli: *Ora io non son ben risoluto, se l' acqua e gli altri fluidi si devon chiamare di parti continue o contigue solamente.* Non vi paia gran fatto che egli dica di inclinare a credere che siano contigue, perchè la cagione che lo muove, sebbene è senza fondamento, non è stata conosciuta da lui come tale, come conoscerà per questi miei scritti, dove s' è provato efficacissimamente l' acqua esser continua » (*Discorso apolog. citato,* pag. 140).

Avrebbe Galileo rinnegata la sua propria coscienza, se si fosse ardita di testimoniar l'efficacia degli scritti altrui, in riformare i suoi propri pensieri, a quel modo che si chiuse gli orecchi, per non ascoltare la esecrata sentenza profferitagli da Lodovico poche righe più sotto, *mille volte al dì vuole e disvuole.* Ma come è un fatto che Galileo si ridisse più volte, anche nel medesimo Discorso intorno i galleggianti; così è un fatto che, rimasto a principio ambiguo, e poi inchinando ad ammettere la contiguità nelle parti dell'acqua, finì davvero per convertirsi alle ragioni dell'avversario, professando con lui la continuità peripatetica.

La conversione dev'essere incominciata pochi mesi dopo, e precisamente in quel tempo, che Galileo attendeva a postillar sottilmente le Considerazioni d'Accademico incognito, perchè, in fronte a una delle carte, che fan da guardia al volume postillato, fuor di proposito dalla rimanente scrittura, e perciò separata da lei per una linea, si legge scritta questa nota: « Un metallo resta nell'acqua forte senza discendere, perchè la mistione è fatta per gli ultimi indivisibili » (MSS. Gal., P. II, T. XV, fol. 4).

Il motivo di riformare i primi giudizi intorno alla costituzione de' liquidi, deve a Galileo esser venuto dal sentirsi opporre che, sebbene sia vero andar finalmente al fondo le minime particelle terrose, che intorbidan l'acqua dei fiumi; rimangono nonostante immobili, sciolti nell'acqua forte, i metalli. Nè si vedeva come poter meglio rispondere che col dire essere i metalli stessi ridotti a tal divisione di parti, da somigliare a quelle dei liquidi, per cui mescolate insieme non si discernono, come non si discerne l'acqua mescolata col vino. E di qui venne Galileo a concludere che i liquidi son corpi, ridotti ultimamente così ne' loro atomi, da tornar veramente in quel continuo, che contro il Colombo e il Grazia aveva prima negato. I riformati pensieri furono poi solennemente espressi nella prima Giornata delle due Nuove Scienze, dove, che i fluidi sian tali, perchè son risoluti ne' loro primi indivisibili componenti, lo prova così ragionando il Salviati:

« Mentre io piglio un corpo duro, o sia pietra o metallo, e che con un martello o sottilissima lima lo vo al possibile dividendo in minutissima e impalpabile polvere, chiara cosa è che i suoi minimi, ancorchè per la lor piccolezza siano impercettibili a uno a uno dalla nostra vista e dal tatto; tuttavia sono eglino ancor quanti, figurati e numerabili, e di essi accade che accumulati insieme si sostengono ammucchiati, e scavati sino a certo segno resta la cavità, senza che le parti d'intorno scorrano a riempirla: agitati e commossi, subito si fermano, tantosto che il motore esterno li abbandona. E questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpuscoli maggiori e maggiori, e di ogni figura, ancor che sferica, come vediamo nei monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo e di ogni altra materia. Ma se noi tenteremo di vedere tali accidenti nell'acqua, nessuno ve ne troveremo, ma sollevata immediatamente si spiana. Se da vaso o altro esterno ritegno non sia sostenuta, incavata, subito scorre a riempire la cavità, ed agitata per lunghissimo tempo va fluttuando, e per ispazi grandissimi distendendo le sue

onde. Da questo mi par di potere molto ragionevolmente arguire i minimi dell' acqua, nei quali ella pur sembra esser risoluta,.... esser differentissimi dai minimi quanti e divisibili, nè saprei ritrovarvi altra differenza, che l'essere indivisibili » (Alb. XIII, 43, 44).

Quanto però al concluderne, da così fatta costituzione de' fluidi, la tenacità, Galileo si mantenne contrario ai Peripatetici. Più avanti infatti, in questo stesso Dialogo primo, dop' aver descritta l' esperienza della palla di cera, ch' essendo scesa in un' acqua bastava aggiungervi pochi grani di sale per farvela risalire, il Salviati soggiunge: « Or vedete quanto s' ingannino quei Filosofi, che voglion metter nell' acqua viscosità o altra coagulazione di parti, che la facciano resistente alla divisione o penetrazione » (ivi, pag. 73).

Apparisce manifesto di qui non aver Galileo riformate le proprie opinioni, espresse nel Discorso intorno ai Galleggianti, se non che rispetto alla costituzione dei liquidi, ma che del resto perseverò infino all' ultimo nell' asserire che il galleggiar dell' assicelle di ebano dipendeva solamente dall' equilibrio idrostatico. L' Accademico incognito terminava le sue *Considerazioni* con una proposta di pace, che consisteva nel dover Galileo ammettere la resistenza del liquido, e i Peripatetici l' effetto della leggerezza dell' aria, nel qual mezzo avrebbe voluto volentieri far convenire le parti, se avesse avuto speranza che si fosse contentata ciascuna della metà della vittoria. Galileo di fatti non se ne contentò, e volle avere la vittoria intera, come resulta dal sopra riferito documento, ma se ne sarebbero contentati i Peripatetici più modesti, e specialmente Lodovico delle Colombe, il quale anzi era andato spontaneo a costituirsi in quel mezzo, in cui si voleva far riposare la pace fra i dissidenti, non negando che, fra le cause del galleggiar le assicelle, si dovessero mettere quelle volute da Galileo, ma nel medesimo tempo affermando non si potere escludere dagli efficienti la larghezza della figura, che perciò trova nell' acqua una resistenza maggiore all' esser divisa. « Perchè la gravità dell' acqua, egli dice, non è sufficiente a resistere a un corpo più grave di lei, che non la penetri e divida; di qui è che altre cagioni bisogna che concorrano a far la totale resistenza, tra le quali è principale la figura, delle cagioni estrinseche parlando, come intese Aristotile, che perciò attribuì a lei cotali accidenti, non escludendo l' altre cagioni » (*Discorso apolog. cit.*, pag. 133). In ogni modo ebbe il Colombo a cedere alla prepotenza dell' avversario, ma ora verrà la Storia a rivendicare i diritti dell' oppresso.

Incominceremo dalla viscosità dell' acqua, a rivendicar la verità della quale concorsero tutti i Fisici, e particolarmente i Discepoli stessi di Galileo. Non importa ripeter le censure alle dottrine galileiane fatte in questo proposito dal Nardi, e nemmeno osservar che l' Aggiunti non intese propriamente negare l' esistenza di un glutine nell' acqua, ma volle solamente dire che da questo glutine non poteva dipendere il formarsi, e lo stare attaccate ai fili dell' erba le gocciole della rugiada. Del Viviani idraulico, e che tanto ben conobbe le resistenze incontrate nelle acque correnti, per la loro adesione alle asperità degli alvei, e delle ripe dei fiumi; non parrebbe da du-

bitare, nonostante qualche nota, scritta da lui, ma dettatagli da Galileo, come postilla al Discorso dei galleggianti, o al primo dialogo delle due nuove Scienze, per dichiarar meglio e confermare le sue proprie opinioni. Tale, fra le dette note, sarebbe questa, l' esperienza descritta nella quale fu poi proposta agli Accademici del Cimento: « Fare una piastra tonda di cera, che salga lentamente per taglio: posta poi per piano, si vede che la figura non è impotente a fender l' acqua, e che in essa non ci è minima coesione o viscosità » (MSS. Cim., T. X, fol. 27). E per meglio dichiarar le ragioni della continuità dei liquidi, col paragonare gli effetti, che si osservano in loro e ne' corpi così detti discreti, secondo quel che aveva fatto dire al Salviati, nel primo dialogo delle due nuove Scienze, a pag. 44 della citata edizione dell' Albèri; Galileo dettava una tale postilla allo stesso Viviani. « Che i minimi dell' acqua non siano quanti ce ne dà assai gagliardo argomento il vedere che i minimi di qualsivoglia minutissima polvere, di materie anco gravissime, e le migliarole di piombo, benchè minutissime, agitate non ritengono il moto, ma subito si fermano. Ma l' acqua agitata conserva per lungo tempo la fluttuazione; par dunque l' acqua esser costituita d' infiniti indivisibili, e perciò essere come un continuo » (MSS, Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 22).

Che il Viviani fosse persuaso allora di ciò, che con tanta autorità gli s' insinuava, non fa maraviglia, nè fa pur maraviglia che rimanessero salde in lui le medesime opinioni, anche qualche tempo dopo la morte del suo Maestro, com' apparisce da ciò, che soggiunge in quest' altra nota, dop' aver argomentato alla resistenza, che oppone al moto di un proiettile il mezzo, da quel che si osserva in esso proiettile, quando trapassa dall' aria immediatamente nell' acqua. « Eppure l' acqua, egli dice, come priva in tutto di tenacità, non resiste con altro, che col doversi movere lateralmente, come a lungo dimostrò il Galileo nel suo trattato delle Galleggianti » (ivi, fol. 15).

La saldezza di queste opinioni, intorno al non aver l' acqua nessuna tenacità di parti, incominciò a crollar nel Viviani alle osservazioni e all' esperienze, che gli contrapponeva il Borelli nell' Accademia: poi gli studiati moti delle acque per gli alvei dei fiumi, e per gli stessi canali artificiali, finirono di persuadergli che a così fatta tenacità si dovevano principalmente attribuire le cause ritardatrici di que' moti. Ma nella Scuola galileiana il primo, che sorgesse a contradire apertamente e in pubblico le dottrine del Maestro, fu Geminiano Montanari, che ne prese motivo da certe esperienze instituitesi nella bolognese Accademia dell' abate Sampieri, e dalla quale resultava che i corpi gravi discendono più velocemente che per l' acquavite e per l' olio, per l' acqua comune.

Ripensando il Montanari a ciò, che potesse esser causa di questa varietà di moti, si sentì fortemente tentato d' attribuirla alla varia viscosità de' liquidi, come, con queste parole, significava in una lettera al principe Leopoldo de' Medici: « Essendosi nelle nostre radunanze appresso il sig. ab. Sampieri, osservato per esperienza che li corpi discendono più velocemente per

l' acqua comune, che per l' acquavite e per l' olio comune ed altri; si è conderato cio poter provenire dalla viscosità maggiore, nelle parti dell' acquavite e dell' olio, che di quelle dell' acqua. E perciò si è supposto che, oltre la diversità della levigatezza de' mobili, della mole de' medesimi, della gravità in spezie di essi, e de' liquidi per li quali si muovono; essere in primo luogo causa potentissima a ritardare la velocità loro questa diversità della viscosità, o se pure altra cosa ne fosse cagione dell' effetto suddetto.... Si ricerca dunque il modo di potere, osservando le velocità delle scese de' solidi in diversi liquidi, separarne così le prime tre cause accennate, che ci rimanga nuda la proporzione, che ha la viscosità, o se con altro nome si dee chiamar la supposta causa suddetta, in un liquido e in un' altro » (MSS. Cim., T. XIX, fol. 69).

La titubanza, che apparisce da queste parole, nasceva dal dover manifestamente contradire all' opinione di Galileo. Ma pure i nuovi fatti osservati decidevano contro di lui, perchè, se veramente i liquidi non resistessero che col doversi movere lateralmente, è chiaro che l' acqua e l' olio avrebbero meno impedito il solido, il quale vi si sarebbe perciò dovuto scendere più veloce, che in mezzo all' acqua, contro l' esperienza. In ogni modo non avrebbe forse osato il Montanari di mettere in campo la viscosità, se non gli veniva l' animo di farlo da due potentissimi esempi. Il primo fu quello del Grimaldi, il quale, tutto in pensiero di cercar la causa dell' ascendere i liquidi ne' tubetti capillari, non vide come ritrovarla migliore, che in quella viscosità, la quale, sebben sapesse esser negata da alcuni, resultava in ogni modo dalle quotidiane osservazioni volgari. « Consideravi aquam esse corpus aliqua tandem viscositate praeditum » (*De lumine*, Bononiae 1665, pag. 106).

Ma l' impulso più efficace venne al Montanari da ciò che i fratelli Del Buono, amici suoi e Accademici del Cimento, gli avevano riferito del Borelli, dicendogli come questi, non perdonando al suo proprio Maestro, dimostrasse nella stessa Accademia, con ragioni comuni e con filosofiche esperienze, dover essere tutti i fluidi nelle loro parti viscosi. E, rimanendosi la questione tuttavia ne' privati atti accademici, prese animo il Montanari di darla pubblicamente risoluta nei suoi *Pensieri fisico-matematici.* « E primieramente non è dubbio alcuno, egli dice, darsi nell' acqua ed altri liquidi quella coerenza o adesione di parti, che viscosità sogliamo chiamare, osservata dal p. Grimaldi, e conosciuta da tutti, per quotidiane esperienze che se ne vedono, e della quale abbiamo fatti, come sapete, in altre nostre esperienze lunghi esami, per conoscere in qual proporzione rispondessero fra di loro le viscosità di diversi liquidi, ed altre particolarità. E da questa adesione delle parti fra loro nasce che non può facilmente moversi l' una di esse, che seco non ne tragga molt' altre, che per tal cagione a lei s' attaccano » (Bologna 1667, pag. 30).

Tre anni dipoi, pubblicando il Borelli il suo libro *De motionibus naturalibus,* v' inseriva quelle ragioni e quelle esperienze, con le quali aveva dianzi persuasi gli Accademici fiorentini esser necessariamente ne' fluidi un glutine,

che ne tenga insieme le minime parti. Notabile è che così fatte ragioni, quali si leggono esposte nella proposizione CLVI, sian quelle medesime di Lodovico delle Colombe, di cui si ripetono gli argomenti, ricavati dal vedersi crescere all'acqua la viscosità, mescendovi albume d'uovo o farina: nè si tace pure l'esempio delle bolle di sapone che, soffiando con le guancie, sogliono formar per gioco i fanciulli (ediz. cit., pag. 327).

Sopra il Peripatetico però si solleva il Borelli, quando ripensa alla grande importanza di questa fisica proprietà nel modificare le leggi delle acque correnti, per esempio dentro fistole strette, e tenute verticalmente erette, in cui il liquido và più veloce nel mezzo, intorno all'asse, che non da' lati a contatto con le pareti, come s'argomenta dal veder la liquida superficie incurvarsi di sopra in forma di scodella, e protuberare di sotto in una gocciola conoidea. Ora, come si potrebbe spiegar ciò, se non fosse un glutine nell'acqua, « quae superficiei asperae internae fistulae adhaerendo, magis retardat descensum et fluxum aquae, quam in intermedia parte cavitatis fistulae, ubi insensibili tenacitate aquae particulae vicissim impediuntur? » (ibid., pag. 454). E nella proposizione appresso, che è la CCXVI, osserva il Borelli che, cadendo liberamente l'acqua uscita da un tubo, non potrebbe nemmen presso alla bocca mantenersi unita, per la progressiva e rapida accelerazione delle parti anteriori. E perciò, considerate due sezioni o lamine nel primo tempo contigue, « igitur in secundo tempore divelli ac separari ab invicem deberent, quod, cum non contingat, procul dubio aderit aliqua causa, a qua colligatae retinerentur, et haec profecto erit gluten et viscositas illa exigua superius declarata » (ibid., pag. 456).

Così veniva il Borelli a salvare le ragioni di Lodovico delle Colombe contro gli assalti di Galileo, il quale insomma riduceva ogni ragione sperimentale del non resister l'acqua alla menoma forza di divisione, e del non essere perciò viscosa, al fatto delle torbide ne' fiumi, che col tempo si chiarificano pur finalmente, di modo che a tali minime particelle terrose è indugiato sì il moto della discesa, ma è impossibile che vi sian ridotte alla quiete assoluta, « ut fatentur Ghetaldus, Stevinus et alii « (pag. 332). Fra cotesti *alii* intendeva certamente il Borelli comprendere Galileo, che non nomina apertamente, perchè la proposizione, insieme con tutte l'altre in questo subietto, è scritta per convincerne di falsità le dottrine, della qual falsità l'esser fatto complice col Ghetaldo dovrebbe dar gran materia di pensare agli ammiratori della originalità de' principii professati nel Discorso intorno alle galleggianti.

Stavasene dunque Galileo col suo Ghetaldo sicuro, quando inaspettatamente venne un gran colpo a turbargli quel riposo: i sali, che si rimangono in assoluta quiete sciolti nell'acqua dei mari; i metalli attaccati dall'acquaforte. S'accennò come fosse questa obiezione, che lo fece andare ad ammettere la continuità de' fluidi, e la riduzione delle loro particelle agli ultimi indivisibili. Ma questi indivisibili, intesi al modo cavalieriano, non essendo altro insomma che gl'infinitamente piccoli dei matematici, non potevano es-

sere accetti a coloro, i quali erano persuasi non darsi l' infinito fisico, o in atto. Le dottrine perciò, esposte nel primo dialogo delle due Scienze nuove, venivano prima ripudiate dalla Filosofia speculativa, e poi dalla Naturale, la quale ebbe a rivolgersi a cercare altre ragioni, onde spiegare come potessero rimanersi imperturbatamente sospese, in mezzo a liquidi tanto men gravi in specie, le solide particelle dei sali e dei metalli.

Luc' Antonio Porzio, sotto gl' influssi della Filosofia cartesiana, era ricorso a un agitamento intestino, di che credeva esser naturalmente compresi i fluidi, i quali non si compongono perciò in quiete assoluta, ma solo apparente ai deboli occhi nostri. « Ed io stimo, diceva, che conforme senza artificio non possiamo noi osservare il velocissimo corso d' alcuni fiumi, nè il moto rapido di molte altre sostanze; così nemmeno possa il nostro senso, ne' licori che ci appariscono stagnanti, conoscere il moto e l' agitazione continua delle loro parti. Avvegnachè le parti de' liquidi, o siano similissime tra loro, o se pure abbiano qualche dissomiglianza sia ella impercettibile dagli occhi nostri, i quali non han virtù di conoscere ciò che v' è nelle cose, nè di osservare tutte le similitudini e dissimilitudini delle loro parti. Laonde, movendosi i licori, e agitandosi le loro parti, perchè sempre ad una che muti luogo succede un' altra simile; pare all' occhio nostro di veder l' istessa che prima vedeva, e crede che ella non abbia mutato luogo. E che ciò sia vero chiaramente a mio parere lo dimostrano tutte l' estrazioni chimiche, e i discioglimenti delle varie sostanze ne' licori, e l' amalgamazione de' metalli col mercurio, ed il mescolamento insieme di varii corpi liquidi » (*Del sorgimento de' licori nelle fistole,* Venezia 1667, pag. 48).

Il Guglielmini, qualche tempo dopo, ripeteva col Porzio che le particelle de' sali, dissoluti dall' acqua, son ridotte a tal minima piccolezza, da non resistere al moto intestino, che si progaga per tutta intera la liquida sostanza, ma soggiungeva di più le ragioni di quel moto intestino, e ne assegnava le varie forze motrici, notabili, perchè parvero poi confermate dall' esperienza del *Radiometro.* « Cumque tales potentiae motrices plures adsint, aether praeterfluens, lucis pressio, et praecipue calor, cuius, in media licet hyeme, semper aliquis gradus in aere existit; vix possumus nos cohibere quin credamus, non modo promptissima mobilitate pollere globulos aquae, sed continuo motu agitari » (*De salibus,* Venetiis 1705, pag. 99).

Se questi pensieri del Guglielmini non erano ancora noti al Borelli, sapeva egli però molto bene quegli del Porzio, amico suo e connazionale, contro cui par che sia scritta la proposizione CLV, dove l' Autore *De motionibus naturalibus,* parlando de' metalli sciolti nell' acqua forte, attribuiva alla sostanza ignea, spremuta dal metallo nell' atto della sua dissoluzione, l' esser le minime particelle gittate e sparse per tutta la massa liquida. Che se quivi si vedono rimanere in perpetua quiete, da null' altro dipende che dalla viscosità del menstruo, sopraggiunta a impedirne la scesa, appena cessato quel primo fervor del fuoco, da cui, come più manifestamente osservasi nella calce, nasceva quell' intestino moto fermentativo. « Unde elicere possumus

quod, ex praedicto motu fermentationis, deduci non potest quod in fluido partes eius perpetuo intestino motu agitentur, a qua commotione fluiditas efficiatur, et ab hac causa dissolutiones salium, metallorum etc. non dependeant » (pag. 324).

Ciò che il Porzio attribuiva al moto intestino, da cui naturalmente è invasa la massa fluida, doversi invece attribuire alla viscosità, l'aveva dimostrato il Borelli nella proposizione CLII, la quale vogliamo riferir con le parole del Montanari, perchè si confermi com' egli veramente derivasse i suoi pensieri da chi gli era stato maestro con la voce viva, prima che co' libri stampati. « Io considero dunque, egli dice, che dovendo i corpi, che per un fluido si muovono, superare con l' impeto o momento loro la resistenza, che dal fluido gli vien fatta, mediante non solo la necessità che ha questo di muoversi cedendole il luogo (il che non può farsi che in tempo, come ben considera il Galileo) ma anche mediante la viscosità delle sue parti; che non senza alcuna difficoltà si separano. Ed essendo perciò questa resistenza dei fluidi proporzionata alle basi...., ed essendo vero eziandio che de' corpi simili di figura, ma differenti in grandezza, la proporzione della superficie del grande a quella del piccolo è sempre suddupla della proporzion della mole del grande a quella del piccolo....; seguitando tali suddivisioni, finalmente si giungerebbe ad avere così diminuita la forza di quel mobile, che in proporzione della resistenza ella resterebbe minore, e perciò impotente a fendere quel fluido, nel quale ella fosse immersa, essendochè tale resistenza, come ho detto, non solo dalla necessità di moversi, come asseriva il famoso Galileo, e nel qual caso, almeno in lungo tempo sarebbe superata; ma da questa e dalla viscosità, che tiene unite quelle parti, procede. Nel qual caso, avendo la viscosità predetta una forza determinata, che dal solo tempo non può essere superata, fa di mestieri che il momento del corpo, che deve superarla, sia di lei maggiore, altrimenti per alcuna lunghezza di tempo non potrebbe disciorla. E infatti noi vediamo, fra le altre esperienze, che il sale, quantunque più grave dell'acqua, quando in essa è liquefatto, non scende più abbasso, ma egualmente per esso disperso si mantiene, anzi ascende dal fondo » (*Pensieri fisico-matem. cit.*, pag. 71).

L' Hauksbee però ebbe a considerare che se fosse questa creduta dal Montanari, e confermata poi più autorevolmente dal Borelli, la vera causa del rimaner galleggianti le particelle saline, e le altre minuzie de' corpi specificamente più gravi de' loro menstrui; dovrebbe riscontrarsi qualche notabile differenza a pesar nell' acqua un corpo intero o minutamente diviso. Dietro ciò, prese una lamina di ottone, un dito quadra, del giusto peso di 482 grani, e il medesimo peso avendo fatto con 255 simili quadrati di orpello, s' aspettava che, avendosi così gran differenza tra le superficie, non piccola dovess' esser ne' pesi. Ma con sua gran maraviglia trovò che quella differenza non andava punto più là di due grani. Da che fu indotto a concludere che, non potendo esser quella generalmente ammessa la causa vera del fatto, ce ne doveva essere un' altra. « Insomma, egli dice, la sospensione

delle più gravi particelle delle materie ne' liquidi io l' attribuisco alla medesima cagione, che tiene i liquori sospesi ne' piccoli tubi, voglio dire all'attrazione. Le minute parti dei corpi, che costano di superficie piane, essendo gagliardamente attratte dalle parti di un fluido, in cui elle siano poste, e perciò reciprocamente attraendo di nuovo le parti di quel fluido; possono dall' azione di queste forze essere colà dentro tenute sospese. E quei piccoli corpi, che non sono o che non vogliono essere sospesi in un liquido...., credo che sieno di tal natura, per una di queste due cause: o che le parti del liquido più gagliardamente attraggansi l' una l'altra, che elle si attraggano quei piccoli corpi sparsi, ovvero che, per mezzo della propria loro attrazione, si compongano in piccoli mucchietti, la cui mole e superior momento gli aiuta a precipitare all'ingiù » (*Esperienze fisico-meccaniche,* trad. dall' inglese, Firenze 1716, pag. 150).

Nonostante, ne' primi anni di questo secolo, il Rumfort tornò a professare l' ipotesi del Borelli, e com' esso persuaso che la tenacità del liquido resiste alla gravità naturale de' minutissimi gravi dentrovi sospesi; pensò che si potesse ritrovar la misura della detta tenacità dai gradi di quella stessa resistenza. Per far ciò pesava prima nell' acqua una matassa attorta di seta, e poi nuovamente sparsa nelle sue fila, e trovò che i due pesi differivano tra loro, secondo quella giusta ragione, che la così tanto moltiplicata superficie gli prometteva. (*Bibloteque britanniques,* T. XXXIV).

I commemorati autori di queste esperienze non ebbero nessuno l' intenzione, almeno diretta ed espressa, di servirsene a risolvere la questione antica insorta fra Galileo e i Peripatetici de' suoi tempi, ma dopo che il Bonaventuri e i suoi colleghi vennero a dare alla critica delle Opere galileiane gl' inizi, Giovan Batista Venturi si propose a risolvere questo primo quesito: « È egli vero, come sostenne il Galileo, che l' acqua nel suo interno possa bene colla sua inerzia ritardare il movimento de' corpi nella medesima immersi, ma non possa mai impedirlo affatto, ove siavi un qualunque menomo disquilibrio di gravità tra il corpo immerso e l' acqua stessa? » (*Memorie e Lettere inedite di Galileo,* Modena 1818, P. I, pag. 197).

La risposta si fa dipendere dalla descrizione di due esperimenti, nel primo dei quali s' abbiano due vasi cilindrici, co' fondi comunicantisi per uno assai lungo e strettissimo tubo, e pieni d' acqua in fino a mezzo. Soprainfusavene poi un' altra piccola quantità, con un cucchiaino, trovò il Venturi che un centoventesimo di linea d' altezza produceva una pressione sufficiente a far movere il liquido nel suo interno, per ridursi dalle due parti in perfetto equilibrio. L' altro esperimento consisteva nell' osservare che il moto dell' acqua, dentro un tubo di vetro da livella, avveniva anche quando il seno dell' inclinazione non era che la settantamillesima parte del seno totale, o della lunghezza dello stesso tubo, d' onde ne concludeva il Venturi che, a far movere l' acqua nel suo interno basta una forza uguale alla settantamillesima parte della sua gravità assoluta (ivi, pag. 197, 98).

Veramente non sarebbe stato necessario, per giungere a queste conclu-

sioni, valersi di strumenti così raffinati, come con tanta diligenza se li volle procacciare il Venturi. Dal diavolino del Cartesio già sapevano tutti che la più leggera pressione alla superficie del liquido bastava per mettere in subitaneo moto le parti nell'interno, e sapevasi pure che non solo con una inclinazione minima, ma nulla affatto, si sarebbe mosso il liquido dentro il tubo di vetro, quando gli si fosse aperto un piccolo foro a uno estremo, a quel modo che i Meccanici insegnano non volerci nessuna forza a movere un perfetto globo sopra un perfettissimo piano orizontale. Da che si può concludere che gli sperimenti del Venturi, oltre ad avere una squisitezza superflua, non valevano a risolvere la questione, perchè non si disputava delle difficoltà del moversi l'una particella d'acqua intorno a un'altra, con solamente variare il punto del contatto, ma della difficoltà della separazione di due o più particelle per una qualche sensibile distanza, qual sarebbe il diametro per esempio di quei granellini terrosi che intorbidano i fiumi.

Non risolvendosi dunque il quesito da' suoi veri principii, non par si possa logicamente concludere che, supposto non intercedere alcuna affinità tra il liquido e il solido, avesse Galileo ragione di dire che le minuzie galleggianti dei corpi son dal mezzo ritardate nello scendere, ma non affatto impedite, perchè riman sempre fra le particelle liquide un'aderenza mutua o tenacità, che resiste alla loro divisione. A che ripensando non s'intende come, secondo l'Hauksbee, vi possano essere certi piccoli corpi naturalmente scendenti in mezzo a un liquido, quando le molecole di lui s'attraggono più gagliardamente, ossia, quando più fortemente resistono ad aprire in mezzo a loro il passaggio a corpi stranieri. Che del resto i resultati sperimentali del Fisico inglese, rispetto al pesar nell'acqua ora un solido intero, ora minutamente diviso; si vedrà che non contradicono ai resultati sperimentali del Rumfort, considerando che altrimenti si comportano verso l'acqua l'ottone e la seta.

Il Borelli non faceva a' suoi tempi questa distinzione, ma, supponendo che i sali e i metalli dissoluti non rimanessero ad altra forza soggetti, che a quella della loro gravità naturale, rettamente concludeva che, ridotti a una certa piccolezza, era la solita tenacità del menstruo che ve li tratteneva. È senza dubbio una finzione alla cartesiana quella lanugine, di che egli volle tutto intorno rivestir le molecole dell'acqua, per darsi a intendere com'elle si tengano insieme: ciò che ora s'attribuisce all'attrazione molecolare, e quel glutine immaginario prende il nome di coesione. Ma la Fisica moderna ha confermato esser di fatto nell'acqua, a volerne staccare una parte dall'altra, resistenza molto maggiore di quella, che non avessero pensato il Borelli, e Lodovico delle Colombe.

Quel Gay-Lussac, che il Laplace diceva aver introdotto in questo genere d'esperienze *l'exactitudo des observations astronomiques* (Mecanique celeste, T. IV, Supplement II, pag. 76) misurava la detta resistenza alla separazion delle parti dal peso, che si doveva aggiungere a uno de' bracci della bilancia, per far sollevar l'altro, da cui pendeva una lamina di vetro, appli-

cata alla superficie dell'acqua. Altri fisici osservarono che questo modo di sperimentare non era esatto, e insomma Tommaso Young ridusse quelle misure tali, che parvero esagerate, ma che pure confermavano la legittimità della difesa del Borelli a favore di Lodovico delle Colombe, e contro Galileo. Nè si volle questa difesa limitare alla detta proprietà dell'acqua, ma si estese all'efficacia, che ha la viscosità stessa nel sostener le tavolette d'ebano, o d'altre più gravi materie, incominciandosi a dimostrar così, nel citato libro *De motion. natural.*, la CLVIII proposizione: « Dici potest quod revera adsit pusilla aliqua resistentia, cum dura lamina fluidum penetrat, et confricat laterales partes eius » (pagi 331), ch' era ciò insomma, che contro Galileo si voleva sostener dal Colombo, la completa rivendicazion del quale, dalle patite oppressioni, non si fece però, com' ora siam per narrare, che un secolo e mezzo più tardi.

La filosofica libertà del Borelli, la quale aveva dato animo al Montanari, infin da quando si manifestò dai privati consessi accademici, parve aver rotto ogni vincolo, dopo la pubblicazione del libro *De motionibus naturalibus.* S' era aggiunto allora un altro validissimo motivo di disertare dalle opinioni di Galileo, il quale, a spiegar certi fatti, che s'attribuivano comunemente alla viscosità, come per esempio il rotondarsi le gocciole della pioggia e della rugiada; invocava *una dissensione tra l' aria e l' acqua* (Alb. XIII, 73) essendosi fatto oramai pubblicamente noto, per l' esperienze dell' Accademia del Cimento, che le dette gocciole serbano la medesima forma rotonda, anche nel vuoto torricelliano. Di qui è che, del sostenersi i globi d' acqua assai rilevati e grandi, nessuno pensò più che la causa risedesse di fuori, come nel primo dialogo delle due nuove Scienze insinuava il Salviati, ma, tutti essendo ben persuasi che dovesse essere interna, si volsero con gran premura a cercarla.

È fra costoro da annoverare principalmente Giuseppe Del Papa, il quale, ripensando come si potesse conciliare la fluidità con certi fatti, che mostravano essere le liquide particelle fra loro insième tenaci; immaginò di esse particelle una costituzione molto diversa da quella, ch' era stata descritta dal Borelli, dicendole composte di un nucleo duro, involto da una membrana tessuta di fila resistenti, contrattili e appiccaticce. « Anzi, egli aggiunge, le medesime membrane, nei sopradetti corpulenti ed opachi liquori, appariscono con assai di chiarezza, essendo che alcune di esse possano ancora distaccarsi dalle fluide particelle, mercè della quale separazione quegli stessi liquori vie più liquidi e più purgati divengono. Ed è ciò manifesto ad ognuno, il quale abbia alcuna volta, per mera curiosità, maneggiato l' argentovivo o i metalli liquefatti, perocchè, comprimendo, con un ferro o con altro solido corpo, una qualche loro porzione, si vedono da essa immantinente fuggire alcune parti fluide, restando al predetto ferro attaccate ed immobili alcune altre parti, inabili per loro medesime a fluire ed a scorrere, la di cui materia vedesi essere a guisa di una pelle molto flessibile, e idonea ad attaccarsi seco medesima e con molti altri corpi, da cui sia toccata, la qual materia molto pro-

babile cosa è che ella, quand' era nella composizion del metallo, facesse l'officio d'involucro o di vesta ai volubili corpicelli di esso » (*Della natura dell' umido e del secco,* Firenze 1681, pag. 117).

È manifesto di qui esser sovvenuta l'immagine di così fatte pellicole superficiali da ciò, che è un effetto estraneo alla natura del liquido metallo, com'è estraneo anche all'acqua, la pellicola involgente la quale, visibile con assai chiarezza, è dovuta talvolta al carbonato di calce, che si forma al contatto con l'aria. Ma, indipendentemente da ogni azione chimica, non potevano essere sfuggite all'osservazione le colmature de' bicchieri, ne' quali par che naturalmente vi sia ritenuta l'acqua dalla resistenza di un panno, cucitovi intorno agli orli, e che a squarciarlo fa per la rottura versare il liquido contenuto. Nè poteva non esser palese al senso quella borsa di pelle, che circonda le gocciole della pioggia: borsa che, nel cader su un piano duro e asciutto, per la diminuita capacità nello schiacciarsi, si squarcia e getta il liquido che aveva dentro in que' filamenti, de' quali ella stessa tutto intorno s' irraggia. A che s' aggiunga, come più evidente di tutte le altre, la quotidiana osservazione dell'acqua pannicolata intorno agli orli degli anelli, o alle maglie delle reti da pescare, nell'estrarle dai fiumi.

Che non fossero poi questi pannicoli illusioni l'avrà persuaso al volgo le mille volte il vederli sostenere, senza sfondarsi, i granelli dell'arena, a caso rimastivi sopra. Conferiva ciò molto a confermare che non fossero illusioni nemmeno le pellicole involgenti i colmi dei piccoli vasi, d'onde prendevasi ragionevole occasione di credere che simile avvenisse anche ne' vasi più larghi, l'acqua de' quali avesse la superficie coperta come da un sottilisssimo lenzuolo, distesovi sopra. Da questo sostenuti gl' insetti, conosciuti sotto il nome di *idrometri,* passeggiano sopra gli stagni a piedi asciutti, e le mosche pure son sostenute da quel medesimo velo, che cede alquanto senza rompersi sotto i loro piedi, com' ebbe a osservare il Newton, bench' egli attribuisca il fatto a una causa più sottile, cioè alla repulsione molecolare. « Porro eidem vi repellenti tribuendum videtur quod muscae in aqua inambulent, nec tamen pedes suos madefaciant » (*Op. optica omnia,* Patavii 1773, pag. 162). E alla medesima resistenza della pellicola superficiale si deve attribuire il sostenersi a galla quelle minute polveri terrose, che sulla superficie di un' acqua ferma vi lasciano talvolta cadere i venti.

Tutte queste osservazioni, applicate al galleggiare delle assicelle d'ebano, sarebbero state altrettanti validissimi argomenti, da decidere la questione agitatasi nel famoso Discorso intorno a quelle cose che stanno o che si muovono per l'acqua, ma la sentenza non avrebbe forse avuto ancora l'autorità necessaria, per far cancellare dal libro dell' Idrostatica un insegnamento di Galileo. Quell' autorità dunque, che le mancava, venne presto ad acquistarla, quando salirono in potenza gl' insegnamenti neutoniani, per i quali si vennero a ridurre alla loro vera e propria natura que' vischi e quelle membrane, intorno a che il Borelli e il Del Papa avevano lavorato più di fantasia, che di scienza.

Essere la viscosità de' liquidi un effetto dell' attrazion molecolare, che si distinse col nome di *coesione*, conseguiva immediatamente dalle nuove dottrine, ma intorno a quelle pellicole superficiali i neutoniani stessi rimasero incerti. Il Monge, il Rumfort, l' Young, che ci dispensano dal nominarne altri, seguitarono ad usare il medesimo linguaggio metaforico del nostro Del Papa, infino al Laplace, da cui i Fisici derivarono il vero, riducendone a più legittima conclusione il ragionamento di lui, ch' è tale: Se in mezzo a una massa indefinita d' acqua stagnante s' immagina un canale infinitamente stretto, e di pareti infinitamente sottili, con le sue due estremità a fior d' acqua, tutti gli strati liquidi, situati in esso canale a sensibili distanze dal supremo livello, saranno ugualmente premuti da una parte e dall' altra. « Chaque couche du liquide interieur est donc comprimée par ces deux forces opposées. A la surface du liquide, cette compression est evidemment nulle » (*Supplement II cit.*, pag. 74).

I Fisici però non convennero in questa sentenza, la quale parve a loro essere stata pronunziata dal riguardare la massa liquida come continua, e non come discreta ne' suoi atomi componenti, sollecitati ciascuno da una forza attrattiva verso tutti gli altri, che lo circondano, e che riattraggono scambievolmente con forze uguali da tutte le parti, cosicchè ognuno si rimane al suo posto in equilibrio. Ma se così è dentro il liquido, diversamente avviene alla superficie, gli atomi componenti la quale non son così attratti dai soprastanti, che non esistono, come dai sottostanti, verso i quali debbon dunque, al contrario di quel che aveva sentenziato il Laplace, patire una pressione, da cui solamente, e non da altro, dipende quella maggior coerenza, che la stessa superficie liquida fece rassomigliare a una membrana.

A questo punto si credè la Scienza di esser giunta a tale autorità, da dar sentenza definitiva nella disputa, che Galileo ebbe co' peripatetici intorno al galleggiare dei corpi, e per pronunziarla si servì del ministero di Giovan Batista Venturi. Egli, descrivendo gli sperimenti fatti in questo proposito, dice di aver preso dischi di latta unti con burro, e posatili lievemente sull' acqua aver trovato che si scavavano una fossetta, non però tanto fonda, quanto si sarebbe richiesta, perchè si potesse attribuire il galleggiamento al solo equilibrio idrostatico, e così ne concluse: « A sostenere i dischi, oltre l' equilibrio della gravità, concorre l' altra cagione della consistenza della pellicola dell' acqua, la quale non può cedere all' interno senza spinger fuori, sia all' alto, sia ai lati del colmo, le parti vicine, sicchè queste resistono per la loro coesione superficiale. Quindi i piccoli dischi profondan la pozza notabilmente meno di ciò, che importerebbe l' equilibrio della gravità » (*Memorie cit.*, pag. 201).

Aveva dunque ragione Lodovico delle Colombe a dire che, non dubitando pure della verità de' teoremi archimedei, non piccola parte, in sostener le tavolette d' ebano a galla, aveva l' ampiezza della figura, la quale trova maggior difficoltà a rompere il velo superficiale dell' acqua, e a vincere quella coesione delle particelle di lei, che, rappresentatasi sotto il nome di viscosità, Galileo così a torto negava.

II.

La coesione tra le molecole superficiali di una massa liquida, e il formarsi che indi nasce que' rotondi arginetti, intorno alle solide lamine galleggianti, si riferiscono a quel genere di fatti fisici, che si designarono col nome di capillari, perchè si rivelano principalmente, per la somiglianza delle cause, nell'ascese de' liquidi dentro cannellini di così piccolo diametro, da passarvi appena un capello. L'incertezza e l'insufficienza a penetrar le ragioni di questi fatti, ingenuamente confessate da Galileo, son documento certo dello stato, in cui si trovava questa nobilissima parte della Scienza idrostatica a que' tempi, quando anzi i fatti stessi, più notabili in tale soggetto, si passavano inosservati. Nella prefazione ai due trattati postumi del Pascal si avverte che l'Autore, nel dimostrar l'uguaglianza di livello d'un medesimo liquido in due vasi comunicanti, non ha eccettuato il caso, che uno dei detti vasi sia un cannello strettissimo, perchè, quand'egli scriveva, « on n'avoit pas encore trouvé ces noùvelles experiences des petits tuyaux, dont l'invention est deué a monsieur Rho, qui a une adresse meveilleuse peur trouver de experiences, et pour les expliquez » (*Traitez cit.*, pag. XXII). Dunque in Francia nel 1651 non era stato ancora osservato lo spontaneo ascendere dei liquidi ne' sottilissimi tubi, per conferma di che, nel 1645, com'osservammo a suo luogo, il Pecquet non seppe assegnare altra causa all'impulsion del chilo nel mesenterio degli animali, che la contrazion vermicolare dei vasi, e la compressione toracica prodotta dai moti respiratorii.

In Inghilterra il Boyle, che nel 1659 pubblicava i suoi Nuovi esperimenti fisico-meccanici, confessava, nel descriver l'esperimento XXXV, d'aver avuto poco fa da un insigne matematico amico suo la notizia delle nuove osservazioni, fatte da alcuni francesi, de' quali dice di non sapere il nome, ma che dovevano senza dubbio essere il Rho e il Therenot, e soggiunge che gli tornò allora a mente d'avere osservato questa spontanea ascesa dei liquidi in que' sottili cannellini di vetro, fatti da sè fabbricare apposta per uso di termometri « quamvis, casu illud evenisse suspicatus, pene animadversum praeterierim » (*Opera omnia,* T. I, Venetiis 1697, pag. 79).

In Italia però, anche noi ripeteremo col Borelli, *erano queste materie un pezzo fa considerate,* e per non ritornare su quel che altrove dicemmo del Cesalpino, che all'azion capillare dei vasi attribuiva l'ascender così facilmente la linfa su dalle radici degli alberi ai rami; citeremo l'Aggiunti, le note del quale, scritte poco dopo il 1630, e in parte pubblicate dal Nelli, riduciamo qui con fedele integrità dai manoscritti:

« Lo scoprimento del moto occu'to dell'acqua risolverà moltisssimi problemi: I. Perchè una quisquilia, festuca o paglia s'inclini all'acqua, e con questo insegneremo il modo di fare un uccello, che di per sè, accostato al-

l' acqua, abbassi il capo e beva. — II. Come possino (bevere) le zanzare, mosche, ecc., alle quali abbiamo osservato la Natura aver fatto la proboscide piena d'umido, per cui per essa più facilmente ascende l'alimento umido, e l'estate mi sono abbattuto più di una volta a vedergli in cima di essa una sperettina di umido limpido, che da loro veniva risorbito e rigettato scambievolmente. (Così fanno) forse le api e farfalline bianche con occhi neri, nate di que' bruchi, de' quali a questi anni ne fu tanti. Queste farfalline, come anco tutte quelle, che hanno sotto il muso un sottil filo o viticchio avvolto in spira, si nutriscono, ne attraggono il nutrimento dai fiori o altro, con quel filo o cannellino avvolto, che allora svolgono e distendono. Le mosche hanno comodità di mangiare il zucchero, perchè l'inumidiscono con l'umido della loro proboscide, e così facilmente lo fanno ascendere in alto. »

« III. (S' intenderà inoltre) come possino i moscioni succhiar dalle botti il vino, le pulci, cimici, che hanno manifestamente un cannellino diritto in cima al capo, ed infiniti altri animalucci: come possino, dico, nutrirsi e cibarsi. Che se non fusse questo natural movimento dell'umido nell'angustie, gli sarebbe stato difficile l'attrarlo nel succhiare, attesochè, a far salire e movere l'umido in cannelli stretti, col tirare a sè il fiato, ci è fatica grandissima, per il molto contatto, siccome si prova in fatto. »

« IV. (Da ciò nasce) il velo d'acqua, che si fa alle fonti, col far che l'acqua esca per sottilissima angustia; — V. per che causa, con un cannello, si cavi l'acqua d'un vaso: il cannello diventa un sifone, del quale l'estremo più alto viene ad esser l'acqua intorno ad esso; — VI. perchè si sostenghino le gocce d'acqua a un dito o altro; — VII. come si possino nutrire le piante ed i vegetabili: il basilico minuto nell'acqua perchè cresca e si nutrisca: perchè si conservino i fiori in molle: perchè le spugne, pannilini e altro attragghino l'umido: riprovar la sciocchezza de' Peripatetici in questo proposito. »

« (Da ciò pure s' intende), VIII, perchè l'acqua non si livelli in un vaso così fatto (come si rappresenta dalla figura 157) ma sia più alta nella cannella angusta; IX. perchè si dilatino le macchie di olio, su qualunque cosa, in una piccola parte tocca dall'umido: perchè si vegga in più largo spazio bagnato un panno; X. perchè un grano di frumento si corrompa per germogliare, e divenga umido, e perchè il nostro nutrimento, e di qualsivoglia animale, divenga chilo tenuissimo, acciò più facilmente sormonti alla nutrizion delle parti. Errore dei medici nel dire che la parte da nutrirsi attragga a sè il nutrimento, essendo l'opposto che il nutrimento sale lui a nutrire, o almeno cospira e inclina a salire e infondersi, perchè tanto ascende in un angusto meato di carne, quanto di vetro. »

Figura 157.

« XI. (È di qui anco facile intendere) perchè bisogni applicare nei nesti e surcoli e gemme, che corrispondano co' lor meati a quelli del ramo innestato, e l'umore subentri in essi, e non è maraviglia se, colla medesima

diligenza fatti alcuni nesti, si attaccano ed altri no, perchè, secondo che pochi o molti meati, per i quali ha da passare il nutrimento, corrisponderanno con quelli della parte innestata, dalla quale vien somministrato il succo nutritivo; succederà il fatto: e perchè, a far questa corrispondenza, ci ha parte più la fortuna che l'arte, non arrivando il nostro senso a conoscere questa differenza. XII. (S' intenderà finalmente per questo moto occulto dell'acqua) perchè, sendo l'istessa materia il foglio e la corda, l'uno bagnato allunghi, e l'altra si serri e indurisca: provar quel che fa un panno lino tirato su un telaio, quale non credo che bagnato venga tirato più che asciutto » (MSS. Gal. Disc., T. XVIII, fol. 59, 60).

Possono di qui giudicare i Lettori quale finezza di osservazioni avesse portato, nell'esame de' fatti capillari, l'Aggiunti, e come avesse felicemente applicato quegli stessi fatti osservati alla soluzione de' più varii e più incerti problemi della Fisica, e della Storia naturale. Nonostante, a giudicare anche meglio i meriti di lui, giova osservare com'ei riducesse sotto un'unica causa effetti così molteplici, e in apparenza così dissomiglianti, com'è l'ascendere il liquido per i sottilissimi tubi, sia continuati che interrotti, e il rotondarsi le gocciole pendenti dall'estremità di un fuscello, o il circondarsi di que' cerchi lucidi e rilevati le superficie dell'acqua, rasente le pareti di un bicchiere o di un pozzo. Eppure anche questi fatti, o trascurati fin allora o male intesi, non dubitò l'Aggiunti di attribuire al moto occulto dell'acqua, riducendoli insomma, come poi fecero i Fisici, al medesimo genere de' fenomeni capillari.

« In puteorum aquis quid sit lucidus ille circulus, qui in summae aquae extremo habitu circumquaque visitur, aquae clandestina motio docebit. Aquae gutta digito, aut bacillo, pendula, adhaerescit nec decidit, non quia glutine aliquo eius partes iungantur, nam, si hoc esset cum guttulam illam pendentem alteri corpori paullatim admovimus, et vix minima eius particula corpus aliquod tangimus, cur statim distrahitur et alteri corpori, cui admovetur, se iungit, nec eo glutine impeditur? Profecto tunc multo magis digito tota haerere deberet, cum non adeo suo pondere degravetur, sed subiecto plano sustineatur. Non tamen sustinet; ergo neque hoc argumento aquae gluten aliquod esse probatur, neque aquae suspensionis causa redditur, quae non aliunde petenda est, nisi ab illo quem diximus motum occultum aquae ad omnes partes » (ibid., fol. 61).

Quale efficacia avessero queste tradizioni, a far progredire in Italia la fisica dei capillari, non è difficile indovinarlo, ripensando che l'Aggiunti dovette aver diffusa dalla Cattedra pisana la notizia de' fatti osservati, e la scoperta dell'occulta causa, dalla quale, secondo lui, eran prodotti. I cenni, che ne fa ne' suoi *Circoli* il Beriguardi, starebbero a confermare una tale opinione.

Comunque sia, i rivoli sotterranei delle dette tradizioni, benchè trapelino più su da molte parti, non si vedono scaturire all'aperto, che nelle prime sessioni dell'Accademia del Cimento. Fedel guida di questi, non altro

per verità che sprazzi o zampilli, ci sono i Diarii, in uno de' quali si legge: « A' dì 22 Giugno 1657, si provò quanto salisse l'acqua in proporzione del suo scendere, e si trovò che in un sifone, che abbia l'istesso diametro, tanto nèlla scesa quanto nella ritorta, sale a capello quanto scende. Ma se il sifone sarà, dalla parte dove sale, stretto assaissimo, come nella figura 157; allora, essendo più grosso di dove scende, sale notabilmente più su che non cala » (Targioni, *Notizie degli aggrandimenti ecc.*, T. II, Firenze 1780, pag. 652).

Par che si volesse dare a questi studii principio col confermar l'esperienza dell'Aggiunti, ma si fecero presto notabili progressi, e il dì 29 Luglio appresso si osservarono, di differenti fluidi, *le differenze dell'ascenso per un sifoncino di cristallo, assai ben lavorato, e d'apertura quanto vi potesse entrare uno spillo di mediocre grandezza* (ivi, pag. 657). Nel dì 11 poi del seguente Agosto, fu riconosciuto un fatto importantissimo e nuovo, che cioe, « dove gli altri liquidi s'alzano in velo sottilissimo, come argini intorno ad un solido, o sia stilo o cilindro immerso in essi; l'argento vivo per contrario attorno attorno si profonda, arginandosegli incontro all'ingiù » (ivi, pag. 637, 38).

Pochi giorni prima però aveva il Segretario dell'Accademia registrato nel Diario l'osservazione di certi fatti, intorno a cui ci dobbiamo intrattenere alquanto, non perdonando a interrompere e accavallare il filo della storia. Quel che ivi s'ha in proposito è questo: « A' dì 7 Agosto 1657. Di vari galleggianti alcuni si profondano sotto il livello dell'acqua, facendosi attorno arginetti, altri s'inalzano, come un velo sottilissimo, a foggia di padiglione. Ora questi accostandosi a quei primi, come attratti da virtù magnetica, sollevandoli dal loro abbassamento gli attraggono, facendoli salire sul velo alzato attorno di loro medesimi » (ivi, pag. 654).

Chi prima s'è imbattuto a legger ciò, sentesi curioso di domandare: è ella questa un'osservazione a que' tempi nuova, o gli Accademici almeno la credevano tale? Per rispondere convien travalicare dieci anni, a leggere, nei *Pensieri fisici matematici* del Montanari, l'elenco di quelle XXXVI esperienze intorno a vari fenomeni capillari, che l'Autore dice essersi istituite nella bolognese Accademia dell'abate Sampieri. Le XXXIII, XXXIV e XXXV delle dette esperienze vi sono così descritte: « Posti in acqua piana più corpiccioli galleggianti, in certa distanza fra loro, corrono un contro l'altro ad accostarsi, com'avessero virtù magnetica. — Accostando un fuscello alle suddette cose, atto a bagnarsi, esse vi corrono, e lo seguono ovunque si muove. — Se detti corpiccioli non saranno facili a inumidirsi esteriormente, invece di accostarsi, si scostano d'insieme, e fuggono il contatto d'un fuscello che gli s'accosti » (Bologna 1667, pag. 13).

Il libretto dov'erano, fra le altre, narrate queste esperienze, e che si componeva di varie epistole raccolte insieme col titolo sopra detto di *Pensieri fisici matematici*, capitò alle mani del Borelli che, ritiratosi dalla Toscana, se ne stava allora tutto incoeciato a Messina, di dove il dì primo Dicembre 1667, dopo varie altre cose, scriveva così a Firenze al principe

Leopoldo: « Ho anche avute certe epistole, ultimamente stampate dal Montanari, nelle quali scrive come cosa propria quello, che egli sa essere stato molti e molti anni prima esperimentato pubblicamente nell'Accademia di V. A., e particolarmente pone quell'accostarsi e scostarsi fra di loro i fuscellini galleggianti, la qual cosa ricordo a V. A. che io la prima volta la mostrai, dodici anni sono, al serenissimo Granduca, e a V. A., e al serenissimo signor Principe, e vi erano anco presenti, credo, il signor marchese Corsini, ed altri signori di corte, una sera, in camera di S. A. E di più mi ricordo che il signor Volunnio Bandinelli, poi cardinale, domandato dal Granduca della cagione, rispose esser la simpatia. E poi, negli anni seguenti, V. A. sa benissimo che, nella sua Accademia, feci più volte tale esperienza, ed al p. Kircher la diedimo a bere per cosa simpatica. E perchè nel medesimo tempo dimorava a Firenze il detto Montanari, e praticando con i signori Buoni (*Del Buono*) da loro s'informava di tutte le cose; non può allegare ignoranza di queste cose: parlo delle esperienze, non delle ragioni quali adduce, che tutte gli si possono donare, per non essere il filosofare mestiero da procuratore. Ho ricordato questo a V. A., vedendo la troppa avidità di gloria, che ha questo giovane, e la poca gratitudine che ha con i suoi maestri » (MSS. Cim., T. XIX, fol. 96).

Ma chi aveva detto al Borelli che il Montanari si voleva appropriar quelle cose? Da nessuna parte degli scritti di lui apparisce per verità che tale fosse la sua intenzione, la quale anzi è solamente quella di raccogliere il più gran numero di fatti, alcuni, sì, nuovamente osservati, ma la maggior parte richiamati al cimento, per confermare la verità di ciò, che avevano detto i loro primi osservatori. Così, il Borelli, se avesse avuto l'ànimo sereno, poteva aver riscontrato che, nell'elenco del Montanari, venivano quasi tutte comprese l'esperiènze varie, che il Thevenot aveva mandato per saggio al principe Leopoldo dei Medici, nè perciò avrebbe potuto dire che gli Accademici di Bologna s'erano appropriate le scoperte degli Accademici parigini.

Ma è bène rammemorare alcuni esempi, ne'quali altri avrebbero potuto reclamare con uguali, anzi con maggiori diritti, e nonostante tacquero, per non parere ingiusti, o ridicolmènte gelosi. L'esperienze, che il Borelli stesso aveva mostrate a spettacolo de' curiosi nella corte del Granduca, e poi ai colleghi nell'Accademia, destarono, così com'era avvenuto d'altri soggetti, l'emulazion del Viviani, il quale, avendo prese per galleggianti palline di cera, e quelle monete, coniate in sottilissima foglia di argento, del valore di sette centesimi della lira presente, allora e molto tempo di poi in corso per la Toscana, sotto il nome di *crazie;* osservò certi fatti, non meno spettacolosi di quelli, de' quali s'andava tanto compiacendo il suo geloso rivale. Di queste osservazioni n'è rimasto memoria in una nota, che il Viviani stesso ci lasciava così manoscritta:

« Ne' corpi galleggianti (due palle di cera) argine con argine si unisce, cioè alto con alto. Due crazie, fossa con fossa, s'uniscono, cioè basso con

basso. Una palla e una crazia, argine con fossa, si sfuggono, cioè alto con basso. »

« Su l' acqua di un bicchier colmo posata una crazia, che si fa argine intorno, ed un fiocchetto di bambagia asciutta, posto leggermente in mezzo, corre alle sponde, perchè scende per un piano inclinato, e perchè basso con basso s' uniscono. Legnuzzi galleggianti su detta acqua colma, che s' inzuppino e s' immergano sotto il livello, alzandosi argini attorno, posti alle sponde tornano verso il mezzo, perchè.... o perchè alto con basso si fuggono » (MSS. Gal. Disc., T. CX, fol. 11).

Ora, la seconda parte di questa descrizione corrisponde perfettamente con l' esperienze scritte sotto i numeri XXX e XXXI del Montanari: « Se si pongono corpiccioli galleggianti sulla superficie dell' acqua d' un vaso colmo, ancorchè s' applicassero alle parti basse del liquido vicino all' orlo, montano in alto, nè di lì scendono. — Se si pone in detti vasi bambagia, lana o altro corpo, che non così facilmente s' inumidisca, fanno contrario effetto, scendendo in mezzo ne' vasi non pieni, e cadendo dal colmo verso l' orlo, ne' vasi colmeggianti e untuosi » (*Pensieri fisici matem. cit.*, pag. 12, 13).

Si dirà che il Montanari seppe anche ciò dai signori Buoni? Ma questa volta si sarebbe potuto risparmiar l' industria di spiare il segreto, essendo in pubblico rivelato da Isacco Vossio, nel suo libro pubblicato nel 1663 all' Aia col titolo *De motu marium et ventorum.* Quivi, contratto il mare in un bicchier d' acqua, e un gran naviglio in un guscio di castagna, vede fra' due galleggianti l' Autore una stupenda analogia, perchè, come il naviglio in superar l' equatore ascende facilmente il clivo dell' acqua, ma ascesovi difficilmente ne discende; così fa il guscio che, messo nel bicchiere scemo, si vede « ad marginem confluere et altiora petere, idque tanto velocius, quanto propius a margine abfuerit. Affundatur dein leniter alia aqua, et impleatur vitrum, ita ut aqua protuberet et excedat crepidinem, illicoque videbis corpuscula istaec, relicta ora, ascendere versus medium et ibi consistere » (pag. 43).

Il Vossio stava troppo lontano, per sapere quel che si stampava a Bologna, ma è certo che il libro dei *Pensieri fisici matematici* recapitò al Viviani, che vi lesse le sue proprie osservazioni, e non se ne offese, nè reclamò. Giova anzi credere sentisse gratitudine verso il Montanari, che pubblicamente confermava l' esattezza delle osservazioni, e dall' altra parte pensava che di nessuna disse il nome proprio degli osservatori, perchè, ad asserir con coscienza una tal proprietà di tutte, gli mancavano i documenti.

Mancavano questi documenti particolarmente rispetto al Borelli, l' esperienze del quale non appartenevano per diritto a lui solo, ma a tutta l' Accademia. Tanto è vero che Donato Rossetti, alle orecchie del quale non erano ancora giunti da Messina i rumori, accennando, in principio al Dialogo secondo della sua *Antignome,* all' esperienze fatte in Bologna, ingenuamente soggiungeva: « oppure, come confessa il signor Montanari, osservate nella corte di Toscana, prima che in niuno altro luogo » (Livorno 1667, pag. 51).

Ma il Borelli, che attendeva allora a scrivere il suo libro *De motionibus naturalibus,* in cui le attrazioni e le repulsioni dei piccoli galleggianti dovevano fare la loro prima e solenne comparsa; si sdegnava più fieramente che mai che un giovane suo discepolo, vinta la gratitudine dall' ambizione, l' avesse così prevenuto. Nel turbine della quale ira temendo di trovarsi anche involto il Rossetti, pensò di ripararsene alla prima occasione, che gli si porse nel 1668, quando pubblicò l' opuscolo delle *Sette proposizioni,* nella sesta pagina innumerata del quale, tra le altre cose, che prega voler tener bene a mente i lettori, mette anche questa: « Che fu più che inavvertenza, quando al suo luogo non confessai che l' eccellentissimo signor dottor Borelli fosse il primo osservatore, ed il primo che agli altri lo mostrasse, di quell' incontrarsi e fuggirsi che fanno i fuscelli o altro che galleggi. »

Ma con qual pudore si potesse pretendere un tal primato, e con qual coscienza si potesse essere di una tal pretensione così facili fautori, non si comprende. L' incontrarsi e il fuggirsi, che fanno i fuscelli bagnati, era stato osservato e descritto in un libro de' più celebri, e da cui come dalla più larga fonte, infin dal primo anno del secolo XVII, era scaturita, e seguitava a diffondersi per tutto una delle più nobili parti della Filosofia sperimentale. Guglielmo Gilbert, nel capitolo secondo del secondo libro *De magnete,* scriveva queste parole: « Perinde uniri corpora contendunt, et moventur in superficie aquarum veluti bacillum quod immittitur paululum in aquas. Manifestum est quod EF (fig. 158) bacillum, quod propter corticem H natat in aqua, et finem habet tantum F udum supra superficiem aquarum, attrahitur a bacillo C, si bacillum C udum fuerit paululum sopra aquae superficiem..... Sin vero bacillum totum supra aquam siccum fuerit, non amplius attrahit sed fugat virgulam EF. In bullis etiam illis idem conspicitur, quae in aqua fuerint: videmus enim unam ad aliam appellere, et eo velocius quo proximiora fuerint » (Londini 1600, pag. 57, 58).

Figura 158.

Più gran maraviglia fa la temerità del Borelli, in quanto che egli stesso narra di essersi incontrato a osservar l' amplesso e la fuga de' piccoli natanti, all' occasione di voler verificare se i filamenti di ferro, posti su un sughero nell' acqua, prendano spontaneamente la direzione medesima, che avevano nel batterli sull' incudine, *ut Gulielmus Gilbertus ait.* Potrebb' essere che la mente del Borelli si concentrasse così nel concetto, da creder sua l' esplicazion del Gilberto, ma non si può tanto concedere alle illusioni paterne, che, nello stesso atto di carezzare il parto, non si dovesse accorgere che non era legittimo. In più di trent' anni, che durò questa illusione, bisogna dir che il Borelli non tornasse mai più a svolgere il libro *De magnete,* o che tornandovi non posasse mai gli occhi sopra quelle figure de' fuscelli bagnati, con largo margine intercalate a illustrare la descrizione del testo.

In qualunque modo, non essendo a noi possibile penetrare così fatti se-

greti, seguitiamo il Borelli nelle sue proprie illusioni. Incomincia il capitolo IX *De motionibus naturalibus* col dire che erano passati *fere triginta duo anni*, da che all' occasione di verificare il detto del Gilberto, « mirabile spectaculum se se obtulit, hactenus non animadversum, quod nimirum aliquae extremitates natantium corporum avido cursu se uniebant amplectebanturque, aliae vero segregabantur, non secus ac in magnete et ferro contingit » (pag. 386).

Essendo queste parole pronunziate nel 1670, dunque il maraviglioso spettacolo dell' amore e dell' odio de' piccoli galleggianti s' offerse, infin dal 1638, agli occhi del Borelli, il quale, scrivendo poi nel 1667 esser dodici anni, che per la prima volta l' aveva mostrato al Granduca, e a' suoi cortigiani; ne fa argomentare che, non prima del 1655, si diffondesse la notizia dell' esperienza nella corte di Toscana. E di qui, dopo tanto divagare, viene la risposta alla domanda, che speriamo i nostri Lettori non abbiano dimenticata: l' osservazione fatta il dì 7 Agosto 1657 non riusciva agli Accademici cosa nuova, ma il Borelli, che l' aveva prima proposta ai cortigiani curiosi, tornava ora a ripeterla, in quel medesimo palazzo granducale, ai suoi dotti Colleghi, de' quali, ripigliando il filo della storia, vorremmo seguitare a narrar gli esercizi intorno ai capillari, se una notizia non fosse in questo tempo venuta a infiacchire la giovanile alacrità di quei primi passi.

La notizia si partecipava così dallo stesso Borelli, in una lettera, scritta il dì 11 Novembre 1658 di Pisa al principe Leopoldo de' Medici: « Il signor Thevenot i giorni addietro mi scrisse dell' Accademia nuova di Parigi, la quale concorse ne' medesimi pensieri di cotesta, che si fa sotto gli auspici dei serenissimi Principi di Toscana. Dice che hanno esaminato quel sollevarsi dell' acqua sopra il suo ordinario livello, quando s' immerge un sottilissimo cannello di vetro, e quando l' acqua è in una caraffa di collo sottile, e si alza tanto più, quanto più è sottile il cannello e il collo.... Queste in Italia, come sa V. A., sono materie un pezzo fa considerate. Se poi quei signori Francesi hanno trovato la vera ragione di tutto questo, allora dirò che abbiano preoccupato in ciò il posto e la gloria agl' ingegni italiani » (Fabbroni, *Lettere inedite*, T. I, Firenze 1773, pag. 115, 16).

Nonostante la baldanza di queste espressioni, è un fatto che il saper d' aver emuli e concorrenti conferì molto a raffreddare il primo fervore negli Accademici fiorentini, i quali, ne' dì 1, 5 e 8 Giugno 1660, si perderono inutilmente intorno al misurar le altezze di varie qualità di liquidi, in un medesimo cannello, per veder se corrispondessero con le loro gravità in specie » (Targioni, T. cit., pag. 659, 60).

Intanto, entrato il Thevenot in diretta corrispondenza col principe Leopoldo, a lui presentava di Parigi, il dì 7 Aprile 1661, la nota di XXXVII osservazioni, fatte nella nuova Accademia intorno ai fenomeni capillari, aggiuntevi altre sei osservazioni relative al medesimo soggetto. Bene esaminati in Firenze gli articoli di questa Nota, si dovè confessare che s' erano osservate molte cose di più del semplice sollevarsi l' acqua, sull' ordinario livello, nei

sottilissimi cannelli, e ciò tanto più, quanto sono più stretti. Potevano compiacersi i Nostri d'essere stati primi a osservar che l'argento vivo non fa, intorno ai solidi che tocca, un'argine ma una fossa. Leggendo però il foglio del Thevenot ebbero a riconoscere che la loro osservazione non era compiuta, perchè il liquido metallo non si comporta così con tutti i solidi, come avevano creduto, ma solo con la maggior parte di essi, eccettuati l'oro, l'argento, lo stagno e il piombo, ne' vasi formati da' quali, purchè siano ben puliti, il mercurio si solleva arginandosi intorno alle pareti. Il fatto è più compiutamente descritto dal Thevenot, nelle due forme seguenti: « Se s'immergerà in qualche parte nell'argento vivo un pezzuol di vetro, di legno, di ferro, d'ottone, ecc., l'argento si profonderà, facendogli arginetti all'intorno. — Al contrario, tuffandoci una verghetta ben pulita d'oro, d'argento, di stagno o di piombo, si vedrà il medesimo argento sollevarsegli intorno » (ivi, pag. 718).

È molto probabile che, nell'Accademia di Firenze, si verificassero questi con tutti gli altri fatti sperimentali, dal Thevenot particolarmente descritti, benchè gli Accademici non si curassero di tenerne conto nei loro Diari. Ma si notò bene qualche punto, in cui le osservazioni erano discordi, come in questa per esempio, che riguarda le differenti altezze de' liquidi nei cannellini, secondo le varie temperature. Parve ai Francesi di poter asserir da molte osservazioni *che l'acqua fredda si sollevi assai più della calda* (Targioni, T. cit., pag. 719) mentre i Nostri fecero per contrapposto scrivere nel loro diario, sotto il dì 28 Novembre 1661, la conclusione seguente: « Messo un cannellino nell'acqua fredda, e notato l'altezza, alla quale per esso si inalza l'acqua, votata per attrazione l'acqua fredda del vaso, e messavene ugual mole della calda; l'altezza di quella che si solleva si mantiene l'istessa » (ivi, pag. 660).

Molte, nella Nota dataci dai Fisici francesi, son minuzie da non doverne menar tanta gloria, ma ci sono osservazioni nuove, l'importanza delle quali si può ora stimar da noi, dopo le teorie del Clairaut e del Laplace, molto più giustamente degli Accademici di Firenze, e di quelli stessi di Parigi. Tali sarebbero le seguenti: « La superficie dell'acqua, sollevata nel cannello inclinato e contiguo all'aria, apparisce concava. — Se la figura del cannello andasse restringendosi dall'una all'altra estremità, quale sarebbe la figura di un cono, l'acqua sollevata dal vertice potrà ben discendere verso la base, purchè, voltato sossopra il cannello, si tenesse perpendicolare all'orizzonte. Ma ancorchè l'acqua si fosse presso che condotta all'inferiore estremità del cannello, dandosi a questo una benchè minima inclinazione, quella tornerà a sollevarsi colassù, d'onde era discesa » (ivi, pag. 718, 19).

Riconosciutasi da' Nostri la superiorità dei Francesi, rispetto all'abbondante varietà e alla squisitezza delle osservazioni, non rimaneva, secondo il proposito del Borelli, a far altro, per non lasciarsi preoccupar nella gloria, che a ritrovare la causa vera di quegli effetti. E il Borelli si lusingava di averla ritrovata davvero, in que' fantastici macchinamenti, che poi descrisse

nel suo libro dei Moti naturali. A quelle fantasie s' era, per dirla giusta, studiato di dar qualche fondamento in certi fatti esaminati da lui stesso nell' Accademia, e che, essendo passati di vista ai Francesi, costituivano forse l' unico punto della superiorità, che, dopo il 1661, ebbero verso que' loro emuli gli Accademici nostri. « Sit fistula stricta vitrea (così pubblicava il Borelli le sue proprie accademiche osservazioni) haec quidem arida, perpendiculariter aquam contingens, eam elevet per spatium BF (fig. 159). Si vero interne fistula prius humectata fuerit, et deinde exinanita, in contactu aquae subiectae altius elevatur per spatium BE. Si postea eadem fistula profundius demergatur infra aquam, vel inclinetur, aqua exucta maius spatium BC occupabit. »

Figura 159.

« His positis, transportetur integra fistula, una cum aqua contenta, ab aqua ad aerem, perpendiculariter tamen erecta ad planum horizontis: tunc effluere cunctanter conspicitur ab infimo orificio B guttula quaedam, quae sensim colligitur tumescitque, et hoc contingit quando valde excedens est altitudo aquae BC. At si non nimia fuerit quiescet in situ perpendiculari, absque eo quod ex orificio B defluat nova aquae gutta. Modo, dum aqua supra terminum E, versus C, perseverat, orificium fistulae B contingat aquam vasis, vel guttulam D suspensam a palma manus, vel adhaerentem externae et extremae parti ipsius fistulae B: videbis aquam BC deprimi deorsum usque ad E, ubi nimirum consistebat aqua exucta e vase, quando interna cavitas humectata fuerat. E contra, si altitudo aquae internae valde diminuta fuerit, ut BG, tunc quidem, in contactu guttulae inferioris, augetur eius altitudo, exugendo nimirum aquam ipsius guttulae D » (*De motion. natur. cit.*, pag. 378, 79).

I colleghi del Borelli avranno con applauso accolte queste dimostrazioni, e specialmente l' osservazione, che dev' essere a loro apparita nuova, del risalire più su il liquido ne' cannellini bagnati che negli asciutti. S' è detto che dev' essere apparita nuova, perchè, sebbene anche il Boyle avesse già osservato « quod, quoties interna tubi superficies prius erat humore aliquo madefacta, toties quam et arida, multo melius aqua insurgeret » (*Opera omnia cit.*, T. I, pag. 81); non era facile che ne fossè giunta a Firenze la notizia. Ma le ragioni che s' adducevano dal Borelli stesso a spiegare i fatti osservati ebbero sorte molto diversa. Quelle addentellature delle pareti, nelle quali si facevano incastrar le sporgenze delle molecole liquide per salire; anzi che ingegnose, come le teneva l' inventore, parvero cose di una meccanica troppo volgare. Più ragionevole, o a dir meglio più lusinghiera ai memori, e compartecipi de' trionfi del Tubo torricelliano, riusciva la ragion di coloro, i quali dicevano che, per le angustie de' cannellini rallentandosi all' aria la molla, non è maraviglia se, premendovi meno, fa risalire il liquido sopra l' altezza sua ordinaria.

Ma svanì presto anche questa lusinga. In tutte l' esperienze, che dal

22 Novembre 1661, al 9 Settembre 1662, s' instituirono nell' Accademia del Cimento, intorno ai fenomeni capillari (Targioni, T. cit., pag. 217, 434, 660, 661) non s' attese ad altro, se non a vedere « se i cannellini, che attraggono l' acqua per la immersione, l' attraessero in un vaso pien d' aria rarissima a quell' altezza medesima, che sogliono nell' aria libera » (MSS. Cim., T, II, P. I, fol. 217). E furono i resultati pubblicamente esposti nel libro de' *Saggi*, dove, descrivendosi le varie delicatissime esperienze intorno al sollevamento de' fluidi, nel vano de' cannellini sottilissimi, dentro al voto; il Segretario termina con queste parole: « Onde, da tutte queste esperienze, e da qualche altra di simil sorta, che ora non è tempo di raccontare, parve ad alcuno di poter fermare che quest' opinione del premer più languido, che fa l' aria per gli angustissimi seni, presa così assolutamente, non sia per sè sola bastante a spiegar questi ed altri simili effetti, ma credono che per lo meno alcun altra cagione debba unitamente concorrervi » (Firenze 1691, pag. CVIII).

Si sente da queste espressioni quanto mal volentieri, quegli esecutori fedeli e promotori indefessi dell' esperienza dell' argento vivo, abbandonassero la speranza d' ingerire le pressioni dell' aria nella spiegazione di quegli effetti. Tanto era poi seducente per tutti i Fisici, specialmente italiani, quella facile via di aprire il mistero, che molti, o ignari delle esperienze degli Accademici del Cimento non ancora pubblicate, o colla speranza di deluderne o d' attenuarne almeno il rigore della sentenza, seguitarono ad affidare il geloso ufficio di sostenere i liquidi nei cannellini alle differenti pressioni dell' aria. Fra costoro è da annoverare principalmente il Montanari, con tutta l' Accademia di Bologna, alla quale nonostante è dovuto il merito d' aver generosamente proseguita l' opera, lasciata a mezzo dall' Accademia di Firenze, per le gelosie, che si prese il Borelli del Thevenot e de' suoi partigiani. I Bolognesi invece, con animo più tranquillo, riconobbero che alcune tra le osservazioni di costoro, e delle più importanti, non eran perfette, e che non avevano posti così i segni agli osservatori futuri, da non rimanere a loro nulla da scoprirvi di nuovo.

In Parigi, per esempio, s' era solamente osservato che la superficie dell' acqua nei cannellini *apparisce concava*, ma in Bologna si definì che così era veramente, quando essi cannellini sono scemi, com' è di fatto convessa quella medesima superficie, quando invece son colmi. Vero è bene che il Boyle, non solo aveva detto *quod aquae superficies soleat esse concava*, e che aveva soggiunto di più *quod in hydrargirio sit convexa et depressior* (*Op. omnia*, T. I cit., pag. 81); ma i Nostri vi fecero intorno esame più diligente. Nè s' affidarono in ciò all' occhio solo, ma all' acume di lui scorto dalla ragione, considerando quel che dovrebbe avvenire in un vaso rotondo, qual sarebbe un bicchiere, supposto che il diametro di lui si venisse a restringere via via, infino a ridursi a quello di un tubo capillare. L' alzamento dell' acqua alle sponde si mantiene, anche in questa supposizione, costante, e fu trovato *esser circa un quarto d' un dito sopra il livello di mezzo* (Pen-

sieri fisici matem. cit., pag. 12). Di qui è che, diminuendosi sempre più il raggio del detto vaso rotondo, si deve giungere a un punto, in cui il livello di mezzo sparisce, e non rimangon che gli argini, i quali raggiungendosi co' loro lembi inferiori, chiudono la superficie intera nella concavità di un menisco. Gli Accademici di Bologna assegnarono per limiti alla diminuzion del raggio, affinchè la liquida superficie si disponga in quella figura, una mezz' oncia circa del loro piede. « Il tondeggiamento colmo o concavo dell' acqua presso alle sponde, ne' vasi che non passino un' oncia circa di piede bolognese di diametro, giunge fino al mezzo della superficie, non lasciandone parte alcuna piana. Ma in vasi di maggior larghezza ne lascia porzione piana » (ivi).

Nel foglio del Thevenot niente altro più si leggeva, se non che l' acqua, ne' sifoncini ritorti e ne' cannellini diritti, *s' alza tanto maggiormente, quanto l' orifizio è più angusto,* ma i Bolognesi determinarono l' esatta proporzione, formulando essi i primi la legge sperimentale delle altezze reciprocamente proporzionali ai raggi dei tubi capillari. « Si è preso un cannellino sottile, e trovato un filo d' ottone di trafila, che precisamente empiva l' interno cavo di esso, poi s' è trovato un cannellino più grosso, nel foro del quale entravano precisamente due dei suddetti fili del pari, onde il diametro di questi si giudicò doppio del primo. E provati ambedue con diligenza, l' acqua saliva nel più sottile precisamente il doppio in altezza, di quello che facesse nell' altro più grosso » (ivi, pag. 9, 10).

Che poi, oltre a render compiute le osservazioni de' Francesi, i Nostri ne trovassero da far delle nuove, se ne potrebbe persuader facilmente chiunque percorresse quelle loro XXXVI descrizioni, fra le quali basti a noi citar questa, che ci comparisce nella storia sotto un suo particolare aspetto di novità e d' importanza. « Prese due lastre di vetro piane, legate insieme con un foglio di carta framezzo, ed adattato in modo che, levandone il foglio destramente, restino senza accostarsi di più; applicato poi il fesso perpendicolarmente all' acqua, essa vi s' inalza come ne' cannellini, ed il simile fa qualsivoglia fessura di corpi solidi, purchè piccola ella sia » (ivi, pag. 10).

Dietro questi cenni, i Lettori si faranno del Montanari, e dell' Accademia, ch' egli col suo proprio senno presiedeva, un giudizio molto diverso da quello, che gli avrebbero voluto insinuare le malevole parole del Borelli e del Rossetti. Meno usurpatori dell' altrui, che prodighi del proprio, que' benemeriti Bolognesi raccolsero tutto insieme ciò che s' era esaminato dalla Repubblica degli scienziati, intorno ai fenomeni capillari, e lo tramandarono qual prezioso documento alla Storia. Delle notizie poi di tali esami la raccolta si fece più dai portati della fama, che dalla lettura dei libri, i quali non si riducevano insomma che ai soli due del Gilberto e del Grimaldi. Il celebre istitutore della Scienza del Magnete, e il non men celebre promotore dell' Ottica, non potevano non avere una grande efficacia in diffondere lo studio dei fenomeni capillari sotto le loro due più svariate forme dell' attrazion de' corpuscoli galleggianti, e della salita per i sottilissimi cannelli. Or

chi sa quanti altri avranno avuto l' inspirazione dal Gilbert a invenzioni anteriori di tempo, e più spettacolose nell' apparenza, di quelle stesse descritteci dall' autor del libro dei Moti naturali? Rammentiamoci dell' uccellino automatico dell' Aggiunti. Tutti coloro dunque volevano essere saputi e commemorati dal Montanari? Ma sarebbe bastato a lui, per far giustizia di tutti, citare il solo Gilberto, di cui anzi poteva dire che s' era appropriata l' invenzione il Borelli.

Il Grimaldi coglieva l' occasione, a trattar degli effetti capillari, dalla soluzione di questo assai volgare problema: perchè, nel far la zuppa, la midolla del pane attragga così avidamente il vino da ogni sua parte? E rispondeva che le sostanze porose, o intessute di filamenti, formano, in continuità fra loro, tanti sottilissimi tubi. Sembra ora a noi ovvia la risposta, ma venne di qui non lieve impulso alla Fisica capillare, e furono suggerite di qui alcune osservazioni agli Accademici bolognesi, come quella per esempio che il liquido sale sul convesso di più cannellini legati insieme, o in que' pennelli di vetro, che si fabbricavano in Venezia per ornamento delle donne: ma anche meglio sentesi l' ispirazione in quest' altra esperienza, così descritta: « Si sono provati molti legni, de' quali ponendone un pezzo tagliato, come si dice, per testa, su un piano bagnato d' acqua, si veggono comparire d' improvviso nella parte superiore gocciole d' acqua in diversi luoghi, salite per li pori del legno, come fa ne' cannellini, ed in breve si inumidisce tutto il legno dentro e fuori » (Montanari, *Pensieri cit.*, pag. 11).

Ma il Montanari, così riferendo le cose a nome dell' Accademia, confessa l' efficacia ch' ebbe il Grimaldi in promovere questi loro studi, ciò che non si poteva dir del Borelli, il libro del quale avrebbe indugiato ancora a venire alla luce cinque anni. Il sospetto delle relazioni, ch' esso Montanari ebbe co' fratelli Del Buono, non ha nessun fondamento, e quand' anche avesse per questo mezzo risaputo quel che s' era sperimentato nell' Accademia del Cimento, non sarebbe stato prudenza preoccupare gli uffici del Segretario. Prudenza fu invece il tacere, e nel silenzio lasciare a ciascuno osservatore la parte del merito non distribuita, incerto così com' era, per mancanza di documenti, di fare la distribuzion con giustizia. Queste considerazioni poi vogliamo applicare a noi stessi, che francamente assegniamo il primato a quello e a quell' altro, dietro i soli documenti scarsi, che si son potuti esaminare. Ma chi sa quanti ce ne sono, non saputi da noi, i quali essendo prodotti scoprirebbero le imperfezioni della nostra Storia, e ci meriterebbero un' accusa, dal timor della quale fece bene a liberarsene il Montanari.

Fin qui non abbiamo trovato concorrere nello studio di questi fatti, che l' Italia e la Francia. L' Inghilterra, non essendo troppo facile riconoscere le relazioni, che passano fra le attrazioni elettriche de' fuscelli galleggianti descritti dal Gilberto, e le salite de' liquidi nei tubi capillari; dicemmo come tardi si risvegliasse nel Boyle. E anche, mentre altrove era un gran fervore, ella parve dormirsene nell' inerzia, ma era invece quel benefico sonno, ristorator delle forze, che poi si risvegliarono nell' Hauksbee, e nel Newton. Le loro

esperienze istituite, con non lungo intervallo di tempo, innanzi alla R. Società di Londra, si consociano veramente, e quasi si direbbe si contessono, come i rami e le fronde di due alberi vicini, de' quali ora vien che descriviamo la fraganza de' fiori, e la squisitezza dei frutti.

Il libro delle *Esperienze fisico-meccaniche sopra vari soggetti* comparve provvidamente in mezzo a noi, in veste italiana, e possiamo perciò conversare alla dimestica con l'Autore, per sapere da lui quello che più c'importa.

Le narrazioni, con le quali incomincia l'Hauksbee la V sezione, non son altro che un autorevole conferma di cose già note, premendosi principalmente nel dimostrare che non può esser l'aria la causa del risalire i liquidi nei piccoli tubi (Firenze 1716, pag. 63-66). Divagatosi lungamente l'Autore ne' racconti d' esperienze di vario genere, ritorna finalmente ai fenomeni capillari, ora osservati in varie accidentalità di tubi, ora nelle superficie quasi contigue dei corpi. All' ordine di queste prime osservazioni appartien la seguente: « Avendo procurato due tubi, i diametri delle cùi cavità erano vicini ad essere uguali, quanto era stato possibile il fargli, ma uno di vetro grosso, almeno dieci volte più dell' altro; gli messi nel preaccennato liquore tinto. L' effetto si fu che non si potè distinguere differenza alcuna tra l' altezze, che il liquore in ambi i tubi aveva salite » (ivi, pag. 123).

Quest' osservazione dell' Accademico di Londra non vuol esser disgiunta da quell' altre, ch' erano state fatte dagli Accademici di Bologna, quasi parti di una medesima armatura, della quale vedremo come, a combattere gli errori, si servisse la teoria; perchè se, per l' Inglese, veniva a escludersi dalle cause dell' ascesa del liquido la grossezza del tubo, per i Nostri era venuta a escludersene altresì la lunghezza. « Dop' avere adoperato un cannellino assai lungo (si legge ne' *Pensieri* del Montanari) e notate l' altezze, ove si riduce l' acqua per la nona esperienza, rompendo parte del cannellino medesimo, sino al ridurlo poco più lungo di quanto s' alzava l' acqua la prima volta; ella sempre vi saglie alla medesima altezza. — Se la canna maggiore sarà lunga due, o tre braccia o quanto si vuole, ponendoci in fondo un poco d' acqua, v. g. all' altezza di un dito o due, sicchè il rimanente resti vuoto; si solleva nel cannellino sottile con altrettanta differenza, quanta ne fa poi togliendo via tutta la canna lunga » (pag. 8, 9).

A questo medesimo genere di osservazioni appartien quell' altra, descritta dall' Hauksbee, intorno alla salita dell' acqua dentro un tubo pieno di cenere, calcatavi ben bene con una bacchetta, e che può avere l' esempio naturale nella straordinaria altezza, a cui giunge talvolta l'umidità del suolo, su per l' intonaco di una vecchia muraglia. Il moto dell' ascesa, qua e là si fa lento e sempre più ritardato, ciò che l'Hauksbee stesso attribuisce alla sempre più crescente resistenza dell'aria, in luogo della quale vuole a forza sottentrar l'acqua.

Quanto poi all' ascendimento de' liquidi, tra le superficie quasi contigue, l' Hauksbee, dalle lastre di vetro, sole usate dagli Accademici di Bologna, estese le osservazioni ai piani di marmo e di ottone, variandone la figura, da rettangolare o quadrata, in circolare, dalla quale, fatta toccare in qualche

punto allo spirito di vino o all' olio di trementina, vedeva il liquido risalire, in sottili filamenti divisi, con gran velocità su agli orli, come corde, dal medesimo punto inferiore di un diametro perpendicolare, tirate alla circonferenza. E supponendo che giungessero que' raggi fluidi lutti a essa circonferenza in un tempo, come vide fare l'Hauksbee, senz' alcuna differenza notabile al senso, « abbiamo qui dunque, egli dice, in un certo modo, per la contraria, la riprova della famosa proposizione del Galileo, sopra l'equitemporanee discese de' corpi pesanti nelle corde d'un cerchio. Poichè in questo caso l' ascendente liquido le descrive tutte in tempi eguali, come in quel caso fa il discendente solido. E se l' uno sale e l' altro scende, per virtù d' una medesima causa, come io non posso far di meno di non credere che segua; egli non è maraviglia dunque che vi sia una concordia tale fra loro, e che la medesima causa produca un somigliante effetto, così ne' solidi come ne' liquidi, quando vengono supposte somiglianti circostanze per ambe le parti. E il tutto per null' altro ascende, se non per l' attrazione all' in su in un caso, e all' ingiù nell' altro, e ciò nella medesima sorta di figura, nominatamente in un cerchio » (*Esperienze fisico-meccaniche cit.*, pag. 125, 26).

Vedremo più qua l' importanza di queste analogie tra la meccanica dei liquidi e de' solidi, ma, per non interrompere il filo della storia, si noti qui un' altra analogia, che intravide l' Hauksbee tra i cannelli cilindrici, e le superficie quasi contigue dei corpi, dicendo che queste *compongono un tubo della forma di un parallelepipedo, la cui grossezza è eccedentemente piccola* (ivi, pag. 127). Soggiungendo poi l'Autore esser medesima la causa, che fa ascendere il liquido per i due sottilissimi spazi, ne fa ragionevolmente argomentare che procedessero altresì con analoghi effetti, cosicchè se per esempio il diametro di un cannellino è un millimetro, e un millimetro pure è la distanza fra le due lastre, il liquido giunga a pari altezza, nel cilindretto, e nel prisma di un millimetro di base quadrata. L' argomentazione dall' altra parte era così seducente, che vi rimasero presi in fallacia tutti i Fisici, infino al Newton, a cui resultò, per esperienze fatte innanzi alla R. Società di Londra, che l' altezza del liquido è la medesima, non già quando la distanza fra le due lastre vicine uguaglia il diametro, ma sì bene il raggio del tubo capillare. « Quod si tubuli vitrei tenues in aquam stagnantem ab inferiore sui parte intingantur, aqua intra tubulum ascendet, idque ea ratione, ut eius altitudo reciproce proportionalis sit tubi cavitatis diametro, et par altitudini aquae inter binas laminas vitreas ascendentis, siquidem tubi cavitas semidiametro par sit, aut fere par laminarum istarum intervallo. Atque horum quidem omnium experimentorum, coram Societate regia captorum, sive in vacuo, sive in aperto aere, unus fuit exitus » (*Optices,* Lib. III, quaestio XXXI, Patavii 1773, pag. 160).

Ma comunque fossero le ragioni, da istituirsi fra i diametri o i raggi, rimaneva sempre vero che, anche tra le due lastre, le altezze son reciproche alle distanze, ciò che volle sperimentare l' Hauksbee in due modi, ora scostando parallelamente, ora facendo inclinar l' una lastra sull' altra. E perciò

sembra si debba a lui il primo la bella esperienza, che rappresenta la superficie del liquido fra le due lastre scendere dallo spigolo verticale, via via disponendosi in quella curva elegante, che poi non difficilmente si dimostrò essere una *iperbola equilatera.* « L' altezza della salita del liquido tinto (affinchè si sappia ciò che propriamente osservò l' Hauksbee in questo proposito) variava secondo la distanza de' piani. Poichè, se invece d' un pezzo di foglio per la sua grossezza, ve n' erano posti due, il liquore non giungeva a salire tant' alto in questo caso, come nell' altro, quando i piani erano solamente separati da un semplice pezzo di foglio. E allora, se i piani pendevano da qualche parte, il liquore sempre si spandeva più e più oltre, proporzionatamente al grado della declinazione. E a diverse prove tutto questo successe nel medesimo modo » (*Esperienze fisico-meccan. cit.*, pag. 115).

Lo spigolo, formato dalla detta pendenza, s' intende bene come rimanesse eretto perpendicolarmente, ma l' Hauksbee variò il caso, tenendo la soggetta lamina orizontale, cosicchè pure orizontale rimanesse lo spigolo, formato dalla congiunzione di questa con la lamina superiore. Se possa aver avuto qualche efficacia, a così fatte promozioni, quel che ne' tubi conici era stato osservato dagli Accademici parigini, non è facile a decidersi. Ma è un fatto che, da' piani con i quali sperimentava il Fisico inglese, vedremo poi ritornare ai tubi conici un Francese insigne, per quel perpetuo circolo della vita, che si scopre fra le idee de' vari Autori, quasi corrente elettrica, che per tacita influenza trapassa da un globo metallico a un altro, benchè vario di materia e succedentegli a distanza. Prima però di passare a riferir ciò, che osservasse l' Hauksbee, nel liquido interposto fra la lastra inferiore orizontale, e la superiore inclinata, osserviamo che la descrizione non si trova raccolta fra le altre Esperienze fisico-meccaniche, ma in una loro Appendice, dalla quale il Laplace la tradusse in francese (*Supplement au X livre du Mechan. celeste*) e molto prima il Newton l' aveva così ridotta nel libro delle Questioni : « Si duo planae et politae vitri laminae, uncias ternas aut quaternas latae, et vicenas aut vicenas quinas longae, ita disponantur, ut earum altera horizonti parallela iaceat altera autem ei ita interponatur, ut earum extremitates alterae se inter se contingant, angulumque circiter 10 aut 15 minutorum contineant; harum autem laminarum facies interiores linteo mundo, in mali aurei oleum vel sqiritum terebinthinum intincto prius madefiant, et deinde olei istius, sive spiritus, gutta una vel altera in vitri inferioris extremum, id quod a dicto angulo maxime distat, demittatur, utique simul primum ac vitri lamina superior inferiori ita superposita sit, ut eam, quomodo supra dictum est, altera sui extremitate contingat, altera autem guttam, continens nimirum cum inferiori vitro angulum circiter 10 aut 15 minutorum; gutta continuo eam se in partem, qua parte binae laminae se contingunt inter se, movere incipiet, motuque ferri perget perpetim accelerato, usque dum ad ipsum vitrorum concursum perveniat. Etenim bina vitra guttam attrahunt, efficiuntque ut illa illo moveatur, quo attractiones vergunt » (*Optices*, lib. cit., pag. 160).

Questa esperienza fu ridotta alla sua massima semplicità, e alla sua più conveniente significazione, per la teoria del Laplace, il quale, tornando a riprendere in mano uno strumento de' suoi antenati, forse da lui stesso dimenticato, osservò che « une petite colonne d'eau, dans un tube conique ouvert par ses deux extremités, et maintenu horizontalement, se porte vers le sommet du tube, et la surface de la colonne fluide est concave a ses deux extremités.... Si la colonne fluide est de mercure, alors sa surface est convexe et la colonne doit se porter vers la base du tube » (*Supplement I cit.*, pag. 6, 7). Ma perchè così fatte esperienze si riferiscono troppo strettamente alle teorie, delle quali non è ancora il tempo a parlare, giova porre il termine alla presente storia col rammemorare un fatto singolarissimo, che, apparito ai Fisici senza legge, il Newton ridusse al genere de' fenomeni capillari.

Negli Esperimenti fisico-meccanici del Boyle, pubblicati nel 1661 in inglese, e nell' anno appresso tradotti in latino, si leggeva la descrizione di quel tubo di vetro da termometri, che pieno d'acqua, e secondo il modo torricelliano capovolto in una vaschetta, restava pieno, così stando all' aperto, ma sotto la campana della macchina pneumatica si votava, tanto rimanendovene solo, quanto a dire del Boyle si potesse credere esservi sostenuto dal debole sforzo dell' aria rarefatta. L' Huyghens fu curioso di veder co' suoi propri occhi la cosa, e trovò che veramente avveniva com' aveva detto il Boyle, se però l' acqua era mescolata con l' aria. Ma se di questa si fosse quella in qualche modo espurgata, il tubo rimaneva pieno, anche nel vuoto della campana. Parve a principio l' annunzio tanto strano, che non si volle credere, ma venutisi alle prove, che si fecero nel 1663 innanzi alla R. Società di Londra, e ripetutesi per maggior conferma col mercurio nello strumento torricelliano dallo stesso Boyle, ebbe questi a convincersi con sua gran maraviglia che, dai 27 o 28 pollici consueti, il liquido si poteva ridurre infino a 75 alto dentro la canna.

Riposati gli animi dallo stupore, s' incominciò a ripensare qual potesse esser la causa di un fatto così nuovo. L' Huyghens, che stava allora fantasticando intorno a quel suo etere cosmico, da sostituirsi alla materia sottile del Cartesio, onde spiegare la gravità naturale de' corpi, e le proprietà della luce; non dubitò d' ingerire il vagheggiato idolo suo taumaturgo a spiegare i misteri dello sperimento boileiano. Disse che, estratta l' aria, vi sottentra l' etere, penetrativo come di tutti i corpi così e del vetro della campana, a sostener l' acqua e il mercurio a una tale incredibile altezza. Ma ascoltiamo com' egli stesso più efficacemente si esprima, in uno di que' suoi, che i diligenti raccoglitori intitolarono *Experimenta phisica.*

« Praeter pressionem aeris, quae sustinet mercurium ad altitudinem 27 pollicum in experimento torricelliano, et quam dari ex infinitis aliis effectibus quos videmus constat; concipio et aliam pressionem illa fortiorem, materiae aere subtilioris, quae haud difficulter penetrat vitrum, aquam, mercurium, et omnia alia corpora, quae aeri impenetrabilia observamus. Haec

pressio, addita ad aeris pressionem, potest sustinere 75 pollices mercurii, et forte adhuc plures, quam diu tantum agit in superficiem inferiorem, vel in superficiem mercurii, in quem aperta tubi extremitas immergitur. Sed quam primum materia haec potest agere etiam ad alteram partem, quod evenit si tubum concutiendo, vel immittendo parvam aeris bullam occasio detur huic materiae effectum suum inchoandi; pressio illius aequalis erit ab utraque parte, ita ut sola supersit aeris pressio, quae sustinet mercurium ad ordinariam altitudinem 27 pollicum. »

« Eadem de causa, in experimento aquae aere purgatae, post remotam pressionem aeris, evacuando recipiens B (fig. 160), altera illa pressio eiusdem materiae agit etiam ut antea in superficiem aquae in vitro D, et cohibet ne aqua in phiala C descendat. Sed ubi minima bulla aeris intrat phialam, materia, quam dixi transire per vitrum et aquam, subito inflat bullam, editque pressionem aequalem illi, quae agit in superficie aquae in vitro D. Quare omnis aqua phialae defluit, et ad libellam cum illa, quae est in vitro, se constituit » (*Opera varia,* T. II, Lugd. Batav. 1724, pag. 773, 74).

Figura 160.

Nel quinto esperimento poi conferma l'Huyghens l'esperienza dell'etere, attribuendo alla pressione di lui il rimanere aderenti due lastre contigue da specchi, anche nel vuoto. Ma venuto poi il Newton disse che, così questo fatto, come l'altro del sostenersi l'acqua e il mercurio, purificati dall'aria, nel tubo torricelliano, a maggiore altezza di quella dovuta alla pressione ammosferica; non era da attribuirsi ad altro, che all'attrazione molecolare del liquido in sè, e alla materia del vetro: attrazion ch'è rotta, sia per l'interposizione dell'aria, sia per la violenta succussione del tubo. « Porro rem eamdem inde quoque infero quod bina marmora perpolita cohaereant, etiam in vacuo, et quod argentum vivum in Barometro subsistat ad altitudinem 50, 60 vel 70 unciarum, vel etiam amplius eo: ita scilicet si prius ab aere omni probe depurgatum fuerit, et in tubum cauta manu infusum, ut adeo partes eius sint usquequaque contiguae, et sibi invicem et vitro. Atmosphaera pondere suo argentum vivum sursum in tubum premit ad usque altitudinem 29 aut 30 unciarum. Alia autem aliqua causa efficiens id deinceps amplius sustollit, non id in tubum sursum premendo, sed efficiendo ut partes eius et vitro et sibi invicem adhaerescant. Etenim, si quò pacto partes eius, vel interiectis bullulis, vel succutiendo vitrum, disiungantur, corruit continuo argentum vivum omne, usque eo donec haud amplius 29 aut 30 uncias in altitudinem habeat » (*Opticae,* lib. III cit., pag. 158).

Così dunque il Newton veniva ad arricchire la Fisica capillare di un fatto nuovo, in cui gloriosamente si compie la storia di queste osservazioni, le quali anche noi col Laplace, chiameremo antiche. Delle nuove, che servirono o per più sicura scorta o per più piena conferma delle teorie, diremo

più qua, quando, passata dalle ipotesi vaghe, vedremo la Scienza studiosa di fermare il piè ne' teoremi.

Per queste ipotesi non s' intende però, secondo la comune accettazione della parola, un principio che sembra ragionevolmente vero, e che aspetti d' essere dimostrato, ma una cogitazione qualunque che, venuta a mancare la notizia del vero, siasi presa a rappresentarlo e a supplirlo. Le scambievoli attrazioni delle particelle della materia, da che dipendono i fenomeni capillari, costituiscon quel vero, che poi venne per qualche tempo a mancare, e che intanto, prima di riaversi negli spiriti e nella libertà della vita, fu supplito dalle ipotesi che si diceva, a quel modo che si supplisce talvolta all' interruzione di una linea curva, tirata con lo strumento in perfetta regola, ricongiungendone i tratti con la mano incerta. La somiglianza tra l' immagine e la realtà viene ora a dimostrarsi per la seguente storia.

III.

Una delle forme più ovvie, sotto cui si rappresentano le azioni della capillarità, s' offerse nelle gocciole dell' acqua, che attirarono a sè da lungo tempo l' attenzione e lo studio dei Fisici, com' è manifesto dagli scritti di Leonardo da Vinci. Il fatto che due delle dette gocciole, poste a breve distanza fra loro, s' attraggono a vicenda come la calamita e il ferro, era allora comunemente noto, e perciò Leonardo avvertiva, in principio al suo libro *Del moto e della misura dell' acque,* non essere sua intenzione di trattarvi di una tale occulta proprietà de' liquidi minutamente divisi, ma di quelle, che più manifestamente si osservano in essi, essendo raccolti insieme in più grandi moli. « Non parlo, egli dice nel capitolo IV del libro citato, delle gocciole o altre piccole quantità, che si tirano l' una all' altra, come l' acciaio la sua limatura, ma delle gran quantità » (Bologna 1828, pag. 275).

Non contenti que' Fisici d' osservare il fatto, si dettero a specularne anche le ragioni, e Leonardo dice le sue, risolvendo con esse alcuni problemi, relativi a questo soggetto, dei più curiosi, come sarebbe questo, in cui si domanda: *perchè quella gocciola fia di più perfetta sfericità, la quale sia di minor quantità;* o quell' altro assai simile: *perchè, se due liquidi sferici di quantità ineguali verranno al principio del contatto infra loro, il maggiore tira a sè il minore, e immediatamente se lo incorpora, senza distruggere la perfezione della sua sfericità.* E benchè confessi di sentire tutta la difficoltà della proposizione, « non per questo, soggiunge Leonardo, resterò di dire il mio parere. L' acqua, vestita dell' aria, naturalmente desidera stare unita nella sua sfera, perchè in tal sito essa si priva di sua gravità, la qual gravità è dupla: cioè che il suo tutto ha gravità, atteso al centro degli elementi; la seconda gravità, atteso al centro della sfericità dell' acqua. Il che, se così non fosse, essa farebbe di sè solamente una mezza

sfera, la quale è quella, che sta dal centro in su. Ma di questo non vedo nell'umano ingegno modo di darne scienzia, ma direi come si dice della calamita, che tira il ferro, cioè che tale virtù è occulta proprietà, delle quali ve ne sono infinite in natura » (ivi, pag. 291).

È manifesto dunque che, nel concetto di Leonardo, si trova involuto quello di una attrazione della massa fluida al centro della Terra: attrazione distinta da quell'altra simile, che le particelle componenti esercitano fra sè medesime, come tra il ferro e la calamita. La relazione che passa fra queste, e le idee del Newton, è manifesta, ma che fossero veramente in Leonardo involute, e impedite di schiudersi liberamente, serrate e strette, diciam così, da una certa dura corteccia peripatetica; si par dal modo com'ei risponde al nuovo propostosi quesito: *perchè è più perfezione nella minore sfera del liquido, che nella grande.* Sembrava che si dovesse direttamente concludere, dai professati principii, così la risposta: perchè, nella grande, maggiormente prevale l'attrazione al centro degli elementi, sopra quella al centro della sfericità dell'acqua, ma sfuggì a Leonardo la considerazione di queste forze interne, per ridursi a non attribuir l'effetto che all'azione esterna dell'ambiente. « Qui si risponde che la minima goccia ha levità più simile all'aria, che la circonda, che la gocciola grande, e per la poca differenza è sostenuta più dal mezzo in giù da essa aria, che la grande. E per prova di questo si allegherà le minime gocciole, che sono di tanto minima figura, che elle sono quasi invisibili per sè. Ma molte ed in quantità sono visibili, e queste sono le particole componenti le nuvole, la nebbia, la pioggia etc. » (ivi).

Le attrazioni calamitiche fra le minime particelle dell'acqua, che il Gilberto trovò così bene studiate dai Fisici anteriori, gli resero un bel servigio, per confermare il principio, da sè posto per uno de' principali fondamenti alla sua Filosofia magneto-elettrica, dell'umido cioè *rerum omnium unitoris.* La descrizione de' fuscelli galleggianti ricorre a questo proposito, e dice che s'attraggono « veluti gutta adiuncta guttae attrahitur, et subito uniuntur. Sic humidum in aquae superficie unitatem petit humidi, cum aquae superficies in utrisque attollitur, quae illico, sicut guttae aut bullae, confluunt, sunt in maiore multo proprinquitate, quam electrica et vapidis naturis uniuntur » (*De magnete cit.*, pag. 57).

Pochi convennero per verità che i moti descritti dal Gilberto dipendessero dall'attrazione elettrica delle cose umide, e il Cabeo, fra gli altri uno de' più animosi, insorgeva a contradirlo così ragionando: « Nunc ostendo illos motus a Gilberto enumeratos esse motus elementares gravium, quae tendunt ad centrum, non electricas humidorum attractiones. Imo ad hominem contra Gilbertum prius dico: sicut bacillum siccum non attrahit humidum, vel contra nec fluit ad siccam ripam humidum: igitur solum humida in se mutuo trahunt. Ergo etiam electrica, quae trahuntur ex humiditate, non trahent nisi humida, sicca fugabunt. Sed trahunt omnia sicca, immo fortasse lubentius; ergo non trahunt ex humiditate » (*Philosophia magnetica*, Coloniae 1629, pag. 187).

Nonostante che pochi, per queste dette dal Cabeo, e per simili altre ragioni, accettassero le nuove teorie elettriche, giovarono le osservazioni e le spettacolose esperienze del Gilberto a confermare l'essere e la natura di una occulta virtù calamitica, fra le particelle componenti l'acqua. Galileo, nel suo Discorso idrostatico, la professava apertamente, e vedeva in essa quella copula che tiene unite le particelle non dell'acqua sola, ma e di tutti i corpi. Questa calamitica virtù poi non differisce che nel nome dall'attrazione molecolare del Newton, e da quel moto occulto dell'acqua *ad omnes partes,* da cui sapientemente l'Aggiunti derivava la causa universale dei multiformi fenomeni capillari.

Ora è notabile che, non giunto ancora il secolo XVII a compiere i suoi primi quarant'anni, erano già state spente queste luminose apparizioni della Fisica molecolare. Ne fu causa il vento sollevatosi, dalle due parti opposte dell'orizonte scientifico, a dissipare quelle occulte proprietà della materia, nelle quali troppo spesso andavasi a rifugiare la Fisica peripatetica. Galileo ha in tal proposito certe espressioni, significantissime di questo incorrere le idee nuove contro le vecchie, là dove, al nome di *simpatia,* sotto il quale si velavano ai peripatetici le repulsioni o le indebolite forze attrattive dell'aria verso l'acqua, si studia di sostituire i nomi di *dissensione* o di *disconvenienza.* Di che accortosi Simplicio, così argutamente dice al suo interlocutore: « Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia, che ha il signor Salviati con l'antipatia, che neppur vuol nominarla, eppure è tanto accomodata a scior la difficoltà » (Alb. XIII, 74).

Ma l'usare un nome piuttosto che un altro non era certo un far progredire la Scienza, la quale anzi ebbe a indietreggiare per Galileo, quando all'attrazion calamitica, copulatrice delle particelle discrete dei corpi, secondo le idee, che prevalevano nel tempo, in cui fu scritto il Discorso delle galleggianti; sostituì, ne' Dialoghi delle due nuove Scienze, per antipatia alle qualità occulte, le pressioni prodotte dal peso dell'aria. E così egli si lusingò d'aver progredito, mostrando palese al di fuori quel che invisibile si credeva esser dentro. Ebbe da ciò motivo la riforma delle dottrine, che Galileo stesso applicava a rendere la ragione del sostenersi i globuli d'acqua sollevati e grandi. E benchè confessi di non saper come propriamente vada il negozio, egli è però certo che di un tale effetto non sia la causa interna, ma che necessariamente risegga fuori. « Che ella non sia interna, oltre all'esperienze mostrate, ve lo posso confermare con un'altra efficacissima. Se le parti di quell'acqua, che rilevata si sostiene, mentre è circondata dall'aria, avessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterrebbono circondate che fossero da un mezzo, nel quale avessero minor propensione di discendere, che nell'aria ambiente non hanno. Ma un mezzo tale sarebbe ogni fluido più grave dell'aria, v. g. il vino, e però, infondendo intorno a quel globo d'acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno, senza che le parti dell'acqua, conglutinate dall'interna viscosità, si dividessero. Ma ciò non accade egli, anzi non prima se gli accosterà il liquido sparsogli intorno, che, senza aspettar che molto se gli elevi intorno, si dissolverà e spianerà, restandogli di

sotto, se sarà vino rosso. È dunque esterna, e forse dell'aria ambiente, la cagione di tale effetto » (ivi, pag. 73).

Le cose, che Galileo soggiunge intorno alla gran dissensione tra l'aria e l'acqua, dimostrata per l'esperienza della palla di cristallo, dall'angustissimo foro della quale l'acqua stessa contenutavi è proibita d'uscir fuori dall'aria ambiente, e no dal vino; par che non si riferiscano direttamente ai fenomeni capillari. Ma vedremo come s'invocassero opportunamente nella Scuola galileiana, a spiegar il salir l'acqua, e l'abbassarsi il mercurio intorno ai corpi solidi, e nell'interno dei sottilissimi tubi.

L'altro vento, che si diceva essersi sollevato a spazzare il chicco del grano, rimasto fra le pule della Fisica peripatetica, veniva non meno gagliardamente soffiato dalle guance del Cartesio, il quale, a legger che Galileo confessava di non sapere il negozio delle gocciole d'acqua, che così rotonde stanno sulle foglie de' cavoli; se ne fece gran maraviglia, tanto più ch'egli presumeva di aver nelle sue *Meteore* già spiegato il fatto abbastanza. « Dicit Galileus se ignorare causam, quae guttas aquae super brassicis sustentet, quam quidem in Meteoris meis satis explicui » (*Epistolar.*, P. II, Amstelodami 1682, pag. 279).

Andiamo a cercare i discorsi *Delle meteore,* e leggiamo per curiosità quel che dice il Cartesio essere ragion certissima del formarsi le gocciole dell'acqua esattamente rotonde. « La matiere subtile coulant par les pores des autres cors, en mesme façon qu'une rivière par les intervalles des herbas, qui croissent en son lit, et passant plus librement d'un endroit de l'air en l'autre, et d'un endroit de l'eau aussy en l'autre, que de l'air en l'eau au reciproquement de l'eau en l'air, comme il a esté ailleurs remarqué; elle doit tournoyer au dedans de ce goutte, et aussi au dehors en l'air qui l'environne, mais d'autre mesure qu'au dedans, et par ce moyen disposer en rond toutes les parties de sa superficie. Car elles ne peuvent manquer d'obeir a ses mouvemens, d'autant que l'eau est un cors liquide. Et sans doute cecy est suffisant pour faire entendre que les gouttes d'eau doivent estre exactement rondes » (*Discours de la methode,* a Leyde 1637, pag. 205).

Non resulta dai documenti osservati da noi se il Cartesio estendesse lo studio dell'azion capillare anche alle altre forme, sotto cui suole manifestarsi, e principalmente alla salita de' liquidi nei sottilissimi cannellini, ma i seguaci di lui trovaron facile modo a spiegare il fatto, ricorrendo a quelle flessuosità anguilliformi, che a tutte le particelle componenti i liquidi aveva per loro proprietà naturale assegnate il Maestro. Così, per via di questi moti intestini, e della pressione dell'aria, ora accomunandosi dalle due scuole del Cartesio e di Galileo gli argomenti, ora adoprandoli ciascuna per sè divisi, s'incominciò, e si proseguì per varie vicende a dare scienza de' fenomeni capillari, ripudiata ogni idea di attrazion calamitica fra le particelle della materia.

Ai nostri Accademici fiorentini, così aborrenti dalle girandole cartesiane, fu sufficiente invocare l'azion dell'aria, suggerita già dal loro Galileo, e confermata dall'esperienza del Torricelli. Com'era possibile infatti, colla mente

com' avevano piena del grande avvenimento, che vedendo una così grande analogia tra il sostenersi l' acqua nel cannellino, e il mercurio nel tubo, non pensassero che si dovessero attribuire i due effetti a somiglianti cagioni? Nè la somiglianza era difficile a ravvisarsi, perchè, se sopra il tubo chiuso rimane il vuoto, sopra il cannellino aperto riman l' aria, debilitata, per le angustie in cui si trova, d' esercitare il libero momento della sua spira, e perciò qua e là, prevalendo similmente il peso dell' aria esterna, la diversità delle pressioni sembrava dover esser giusta causa proporzionata delle differenti altezze, a cui giungono il mercurio e l' acqua ne' due diversi strumenti. Vero è bene che quella prima compiacenza venne presto amareggiata dai dubbi, non potendosi star sicuri nella verità della supposta ragione, senza prima esaminar diligentemente come la cosa procedesse nel vuoto. Ma il vuoto, come sempre s' usò di fare a Firenze, per via cioè del tubo torricelliano, senza l' uso diretto della Macchina pneumatica, prolungò a que' dubbi l' agonia, non finita se non in quella sentenza, che i Nostri accademici furono costretti di sottoscrivere, della loro propria condanna.

Ma mentre fiorivano ancora le prime speranze, corse voce di questa ingerenza dell' aria in sostenere i liquidi ne' sottilissimi tubi, e giuntane la notizia alle orecchie del Boyle, fu giudicata da lui una congettura ingegnosa. L' uso che egli, come inventore, faceva assiduo della Macchina pneumatica, sembrava che dovesse affrettare la decisione della sentenza, ma qui occorre un fatto singolare. Il Boyle è così lusingato anch' egli da quella congettura, e n' è sì geloso, che quasi non vorrebbe venissero gli occhi a disingannarlo, infirmandone il valore della testimonianza col dire che, sebbene avesse usato, invece dell' acqua vin rosso, quel sottilissimo filettino nulladimeno *aegre perceptibilis erat* attraverso alla crassizie del vetro. Come poi questo detto si concilii con ciò che immediatamente soggiunge « quantum autem nos dignoscere potuimus nulla magna inde (cioè dall' essere il tubo sotto la campana della Macchina pneumatica) liquori contigit alteratio » da quando cioè era all' aperto; non si comprende, senz' ammetter che il Boyle fosse allora preoccupato dal timore che la realtà de' fatti si mostrasse ritrosa d' accomodarsi a secondare le lusinghe della ragione.

In qualunque modo, par ch' egli dica, se non si vogliono far gli occhi complici di queste lusinghe, confessiamo liberamente che l' altezza del liquido non si muti, per passar che si faccia il cannello dall' aria aperta sotto la campana della Macchina pneumatica: non è per questo che si debba renunziare alla congettura, perchè l' aria non è tolta affatto dal recipiente, ma vi riman rarefatta, onde essendo così debilitata la forza della sua spira proporzionatamente sopra la superficie del liquido nel vaso dell' immersione, e nel cannellino; non è maraviglia se il fatto ne' due casi si mostra inalterato. « Quod ideo minus admirandum videbatur quod illius aeris spira, quae aquam in tubo deprimere posset, aeque fuit debilitata cum ea, quae superficiei aquae, in parvo vitro contentae, innixa permansit » (*Nova experimenta physico-mechanica, Op. omnia,* T. I cit., pag. 82).

Per conferma di che il Boyle aggiunge l' esperienza del riseder l' acqua a un tratto, aspirando l' aria con la bocca applicata alla sommità del cannello, e conclude il suo discorso così, inserendo fra parentesi, a questi argomenti derivati dalla scuola di Galileo, quegli altri, che venivano suggeriti dalla scuola del Cartesio: « Quocirca in ingeniosae illius coniecturae patrocinium, qui isthoc de quo hic agitur phaenomenon vertendum duxerit potentiori in aquam pressioni aeris, qui extra tubum erat, quam qui intra eumdem, ubi tantum aquae (quae ex corpusculis forsitan flexilioribus, et facilius internis vitri superficiebus cedentibus corpusculis constare possit) lateribus erat contiguum; ostensum est quod, si parvulum illud vas vitreum, quod aquam cuius pars in exilem illud siphonem ascenderat continebat, ita occluderetur, ut quis ore suo inde posset aerem exugere, aqua in exilem tubum elata derepente subsideret. Quod quidem arguere videretur priorem illius ascensum a pressione sola aeris incumbentis fuisse ortum, nisi (quam iuste non statuo) obiici posset hoc fortasse non eventurum, si superius tubi extremum in vacuo sisteretur » (ibid.).

Si sente bene che il Boyle, benchè se ne sia con ogni arte schermito, si trova tuttavia assalito dal dubbio, nè trovando modo a liberarsene, abbandona l' argomento, rimettendo il discuterne ulteriormente a cui *non desit otium.* « Utcumque, hoc unum te velim commonifacere quod, si speculationem hanc tibi adlubescat ulterius prosequi, ad rem etiam erit excrutari quo pacto fiat quod aquae superficies, ut in tubis est manifestum, soleat esse concava, in medio scilicet depressior, in lateribus altior. Et e contra qui fiat quod in hydrargyrio, non solum convexa sit in medio atque illic intumescat superficies, verum, si exilioris tubi extremum ei immergas, superficies liquoris intra tubum, quam axtra eumdem, erit depressior » (ibid.). Così venivano a proporsi due capitalissimi problemi, de' quali è notabile che il proponente solo riconoscesse l' importanza, sfuggita forse all' attenzione di tutti, per la difficoltà che appariva in voler risolverli nelle loro ragioni, le quali non si sarebbero potute dedurre, come il Boyle sperava, nè dalla figura de' corpuscoli mercuriali, nè dalla fabbrica delle particelle elastiche dell' aria. Questi argomenti, temperati alla fucina del Cartesio, troppo erano deboli e sproporzionati all' effetto, ond' esso Boyle avrebbe dovuto ancora aspettare un mezzo secolo, prima di vedere adempito il suo voto.

Il modo, come dal celebre uomo trattavasi l' argomento, pareva studiato apposta, per disanimare chiunque avesse osato d' entrar con lui nell' arringo, come di fatto avvenne per qualche tempo, infin tanto che Roberto Hook, amico al Boyle, connazionale e collega, presa occasione dal XXXV esperimento fisico-meccanico, non tolse via gli scrupoli, confortandolo di nuove ragioni, e studiandosi di persuadere che precipua causa del salire i liquidi su per i sottilissimi tubi non era altra veramente, che la pressione dell' aria.

Intanto che si sgombravano così i sentieri ai progressi boileiani, il Grimaldi, che non addetto a nessuna delle due Scuole dominanti faceva parte da sè, e con più libertà forse, ma certo con più acume degli altri contem-

plava gli spettacoli della Natura; dava del fenomeno capillare una spiegazione molto semplice, benchè non fosse la vera. Persuaso, in mezzo alle controversie che s' agitavano allora, tenersi insieme le particelle dell' acqua per una certa loro viscosità naturale, considerava che il sottilissimo filetto liquido, per questa stessa viscosità e per la piccolezza delle sue parti, non poteva conglobarsi a premere con tutta la libertà del suo peso, sostenuto com' è fra le angustie della concava parete: ond' è che l' acqua, nel vaso ampio e nella fistola, non possa consistere in equilibrio, se non a patto che la maggiore altezza compensi la subita diminuzione del momento gravitativo. « Cogitandum est non aeque ponderare aquam utramque, illam scilicet quae in fistula includitur, et illam quae in vase extra fistulam. Quamvis enim per se et natura sua utraque aequaliter gravitèt, per accidens tamen quae in fistula continetur minus gravitat, eo quod sustinetur ab interna cavitate fistulae, et a difficultate defluxus iam explicata. Igitur non debet utraque aqua consistere in aequilibrio, sed potius, compensatis momentis gravitationis, ea quae in vase continetur utpote gravior, debet se totam ita dimittere, ut subingrediendo per imum fistulae immersae pellat sursum eam, quae in fistula continetur, et haec suapte, ut tamquam levior, debet altius evehi » (*De lumine* cit., pag. 106, 7).

Ricordiamoci però che il Grimaldi non intendeva di trattar di proposito de' fenomeni capillari, contento a risolvere il problema dell' attrarsi nella zuppa il vino alla midolla del pane, in mezzo a cui diceva formarsi, dalla continuità de' pori, l' intricato laberinto di tanti sottilissimi tubi. Lasciava perciò l' Autore a desiderar la ragione del vedersi fare al mercurio contrari effetti a quelli dell' acqua e del vino, come pure lasciava in desiderio di sapere il perchè di tanti altri fatti curiosi, che in questo stesso genere s' erano sperimentati. D' onde avvenne che pensasse di soddisfare a un tal desiderio Isacco Vossio, il quale attribuì alla viscosità dell' acqua e all' aderenza di lei al vetro (per cui ella viene a privarsi del proprio peso) il risalir ch' ella fa sul livello ordinario. « Quia vero caret pondere attollitur et expellitur supra libramentum ambientis aquae » (*De Nili origine*, Hagae Comitis 1666, pag. 6). Al mercurio poi, mancando questa viscosità e aderenza, non fa maraviglia se invece di alzarsi, per le angustie del tubo che ne retundono il moto, si abbassa. « Cum vero hydrargyrius careat illa viscositate, minimeque adhaereat, et insuper conatus ille qui aequilibrium adfectat retardetur, et retundatur ab angustia fistulae exilioris; nequaquam mirum videri debet si minus alte in fistulis quam in spatiis latis et minus in minutis quam in laxis ascendat canalibus » (ibid.).

Il Vossio aveva avvertita questa legge, che cioè le depressioni del mercurio e le altezze dell' acqua nei cannelli stanno in ragion reciproca delle sezioni, e come i nostri Accademici di Bologna la dimostrarono sperimentalmente, così egli, il Vossio, fu il primo a riconoscerne la causa, geometricamente concludendola dal principio che i corpi piccoli hanno, a proporzione delle moli, superficie maggiore dei grandi. « Quod autem quanto fiant mi-

nutiores fistulae, tanto altius ascendat aqua, huius rei ratio est manifesta. Quemadmodum enim minora corpora maiorem habent superficiem respectu suae molis, quam magna; similiter etiam minores canales plura habent puncta contactus, ratione sui spatii, quam maiores. Quanto autem plus superficiei, pluraque contactus sunt puncta, tanto facilius aqua adhaeret » (ibid.).

A ripensare che questa è la ragion medesima del Borelli e del Newton, e che nessun altro a que' tempi aveva nè più facilmente, nè più compiutamente del Vossio spiegati i fenomeni capillari; ognuno s' aspetterebbe di sentir dire che con applauso fossero accolti gl' insegnamenti di lui. Noi invece siam qui per annunziare che quella accoglienza se l' ebbe tutta il Boyle. La preferenza, che non si saprebbe a primo aspetto spiegare, si comprende poi facilmente, ripensando all' efficacia, che dovette avere sul giudizio di tutti i fisici la somiglianza tra il barometro, e questi tubi capillari: efficacia, che l' Hook contribuì a rendere più potente, sia riducendo il fatto a rappresentarsi inalterato o in mezzo all' aria naturale o in mezzo alla rarefatta dentro la campana della Macchina pneumatica, sia dicendo il perchè l' aria stessa o naturale o rarefatta preme assai meno sulla superficie della fistola stretta, che dell' ampia del vaso. Il Boyle aveva appena accennato che questa minor pressione dipendeva dall' essere l' elaterio dell' aria impedito dalla troppa angustia dello spazio, ma l' Hook sostituì a questa meccanica l' altra causa fisica dell' affinità al vetro, che l' aria mostra di aver sempre minore dell' acqua. I principii insomma dell' Hook si riducevano a questi due: « I.° Quod inaequalis aeris incumbentis pressura efficiat inaequalem altitudinem in superficiebus aquarum, id quod experimento probatur, ope inversi siphonis vitrei, cui, si indatur aliqua quantitas aquae, et applicato ore ad alteram eius extremitatem leniter infletur; statim elevatur in opposito erure aquae superficies, et si leniter sugatur statim deprimitur. II.° Quod in his phaenomenis occurrat eiusmodi inaequalis aeris pressura, et illa quidem oriunda ex maiore non conformitate, seu incongruitate aeris ad vitrum, quam aquae ad idem vitrum. »

Questi due principii dell' Hook, così come gli abbiamo trascritti, si leggono formulati a pag. 82 del *Collegium experimentale* di Cristoforo Sturm, a cui siam debitori delle seguenti notizie storiche: « Post Boylium quidam eius cultor R. H. (non sappiamo perchè siasi attorzato in questo monogramma il fulgor del nome di Roberto Hook) occasione arrepta ex ipso illo experimento XXXV, quod sub initium citavimus anglico sermone, observationis novellae causam hypothesi peculiari declarare conatus est, quam in latinum sermonem conversam anno 1662 edidit quidam M. Bohem, sub inscriptione *Conatus ad explicanda phaenomena notabilia, in Experimento publicato ab honorabili viro Roberto Boyle* » (*Colleg. experim.*, Norimbergae 1676, pag. 78).

La spiegazion del fenomeno, qual si leggeva nell' opuscolo del Bohem, lo Sturm la dice *nostrae quidem cognatam,* ma prima che in Germania s' era diffusa in Francia, e in Italia, quando ancora i progressi, diretti dall' Hook, non erano venuti ad arrestarsi innanzi all' esperienze degli Accade-

mici fiorentini. Per quel che riguarda i Francesi il Monconys ci lasciò larga copia di documenti. Descrivendo il suo viaggio erudito in Inghilterra, narra come una mattina del Giugno 1663 partì di Londra, in carrozza, insieme col suo proprio figlio e coll'Oldemburg, per andare a far visita al Boyle, che villeggiava a tre miglia di distanza. Entrato in discorso de'mirabili effetti, che s'osservano nei tubi capillari, il Boyle, riferita l'opinion di coloro che gli attribuivano all'aria, concludeva *que estoit la veritable.* (*Journal des voyages,* seconde partie, a Lion 1666, Voyage d'Angleterre, pag. 44). Poi riferì agli ospiti quel che un amico suo ne pensava della convenienza che l'acqua ha col vetro, maggiore dell'aria, affermando *que la pensée luy plaisoit fort* (ivi).

Inspirato da queste dottrine, attinte in Inghilterra, il Monconys scrisse un suo trattatello *De humidorum aequilibrio in syphonibus,* dove, proponendosi un sifone, sull'andare di quello rappresentato da noi nella figura 157, dimostrava che, dato premer l'aria alquanto meno nel cannello stretto che nel più largo, il liquido deve in quello risalire a maggiore altezza che in questo. « Aer autem potest minus gravitare in angustioribus, quam in latioribus tubis, ex multiplici capite. Primum, si moleculae, quibus texitur aer, et quae perpetuo motu cientur, ut in sole videre est, non possint in exilioribus tubis perinde agitari et moveri, propter angustias loci, uti moventur in latioribus, sicuti librae vel staterae pondera, dum quiescunt, minus gravitare: ubi autem moventur, magis ponderare quotidie cernimus. »

« Deinde cum superficies tuborum, sicut omnium corporum, sint asperae et salebrosae, ita ut quaedam partes caeteris promineant, fieri potest ut illae partes prominentes sistant, et morentur gravitatem superioris aeris, ideoque procul dubio iuxta eas superficies aer suam gravitatem minus exercere videbitur. Unde, quo tubi plus superficiei habebunt, plus etiam in iis detrahitur ex gravitate aeris, quem continent. Et quia, quo tubi eiusdem altitudinis angustiores evadunt, plus habent superficiei, respectu aliorum (nam capacitates eorum decrescunt in ratione duplicata diametrorum, superficies autem solum ut diametri, et sic duplo magis decrescunt soliditates quam superficies eorum) ergo in tubis exilioribus, hoc est minoris diametri, plus detrahetur ex gravitate aeris, propter obicem factum a superficiei salebris, quam in tubis latioribus. Ideoque minus gravitabit aer in exiliori tubo quam in patentiori » (*Journal des voyages,* III partie, a Lion 1666, pag. 31, 32).

A questo trattatello latino succede un discorso accademico *Sur l'ascension de l'eau sur un niveau en un tuyau estroit,* dove, confermata la sua propria opinione, il Monconys riferisce quella di parecchi altri suoi colleghi, fra'quali il Tornier *docte personnage et sçavant philosophe* è notabile per la novità del pensiero. « Il disoit que l'air, de sa nature estant plus chaud que l'eau, si tost qu'on appliquoit le tuyau sur l'eau elle communiquoit la froideur et au verre du tuyau, et a l'air qui y estoit contenu, le quel par cette froideur se condensoit: que la condensation, se faisant de la circumference au centre, tout l'air se reduisoit en un petit cylindre, au milieu de canal du tuyau, et laissoit tout autour de luy un vuide, ou l'eau se pouvoit

introduire iusques au haut du tuyau. Mas parce qu'en montant ainsi entre le cylindre d'eau, et le canal du tuyau, l'air qu'elle eust enveloppé estoit d'une nature plus legere qu'elle, il estoit obligé de remonter iusques en haut, et l'eau occupoit apres ou en mesme temps toute la place qu'il quittoit, et montoit ainsi tres-promptement apres luy en le chassant, a mesure qu'il le condensoit » (ivi, pag. 15, 16).

Questa sottile ragione, soggiunge il Monconys, *n'est plus considerable, apres avoir l'experience de l'ascension de l'eau chaude,* e termina con un elenco delle varie ragioni pensate in così difficile soggetto dal Roberval, dal Rò, dall'Ausoul, dal Pecquet, dal De Mommor. Il Roberval la pensava presso a poco come il nostro Grimaldi, attribuendo il fatto alla viscosità del liquido, che lo fa aderire alle pareti del tubo, ma il Rò cartesiano rifletteva che, non potendosi il liquido intestinamente agitato spandersi orizzontalmente per lo largo, essendo impedito, si sfoga dirigendosi tutto su in alto. L'Ausoul si riscontrò co' pensieri del nostro Rossetti, ammettendo ora una convenienza, ora una disconvenienza del liquido con la materia del tubo, mentre il Pecquet, non sapendo rinunziare all'azione dell'aria, diceva che nel tubo stretto riman sospesa, come lo stoppaccio dentro la canna di uno schizzatoio, e perciò fa sopra il liquido sottoposto minore la sua presssione. Il De Mommor finalmente « dit presque la mesme chose de la diversité de la nature de l'air, dont les parties grossieres ne peuvent entrer dans un petit canal, les quelles entrent bien dans un gros et de plus que les parties du premier element cartesien, poussant esgalement de tous les costes toutes les parties du troisieme element; les plus grosses de ce troisieme sont plus agitees, et les petites moins. Ainsi l'air du petit tuyau, resistant moins au mouvement, qui luy vient d'en bas, est contraint de ceder, et de faire place a l'eau, qui est poussée par le grand air ambient » (ivi, pag. 37, 38).

Manca nell'elenco del Monconys Onorato Fabry, il quale, come a tutte le altre idee, così dava anche a questa la stampa mostruosa del suo cervello. I raggi aerei prementi, immaginati da lui a spiegare il flusso marino, son quelli stessi che invoca per i fenomeni capillari, prendendo per principio che, tanto più premono i detti raggi, quanto concorrono con angolo meno acuto. Di qui conclude « aquam attolli altius in longiore canaliculo: nempe in longiore angulus pressionis acutior et minor est, quam in breviore » (*De motu Terrae,* Lugduni 1665, pag. 162).

Figura 161.

Con questi medesimi principii non dubita di risolvere il problema proposto dal Boyle perchè la superficie dell'acqua nel cannellino sia concava. Risponde che, supposto essere il cannellino AC (fig. 161) l'acqua in D, essendo più premuta che in H e in K, perchè l'angolo ADB è maggiore di AHB, e anche di AKB, *ut patet ex geometria* (ibid., pag. 163); non fa maraviglia che in D la superficie dell'acqua sia più depressa. Eppure ei si compiace di aver prescrutata così la causa di un effetto sì pellegrino, *nec crediderim ab ullo uspiam proditum fuisse.*

Anzi ne poteva esser certo, come era certo d'esser superiore agli altri nella ricchezza delle invenzioni, di così facile acquisto per lui, che ai fogli raccattati nella spazzatura dava il valore dei biglietti di banca.

Si potrebbero aggiungere a queste le ragioni, che dava il Fabry, del deprimersi il mercurio intorno alle pareti del tubo, per non avere, diceva, ad esso aderenza, la quale, dipendendo secondo lui dall'entrar che fa il liquido nella cavità delle strie, e per le boccuzze de' pori del vetro « certe mercurius, prae crassitudine, in eas angustias sese minime ingerit » (ibid., pag. 169). Ma basti questo a dimostrar lo stato della cultura, che ebbe a que'tempi la Fisica de' capillari appresso i Francesi.

Fra' nostri abbiamo in primo luogo a citare il Montanari. Qualunque siano le pretese relazioni, ch' egli ebbe co' fratelli Del Buono, è certo che l'indirizzo a questi studii l'ebbe, come tutti gli altri, dagli Sperimenti boileiani, i quali egli non ha appena citati, nel principio del suo discorso, che immediatamente soggiunge. « E veramente il Boyle, come ingegno che non così di tutto s'appaga sinceramente, ha confessato la difficoltà della questione, ed accennando solo alcuna cosa circa la pressione maggiore dell'aria esterna, che dell'interna al cannellino sopra l'acqua sottoposta, vi frammette in parentesi non so che della flessibilità delle particole acquee, che meglio s'adattano al vetro, e senza dilatarsi a spiegare più oltre i suoi pensieri, lascia indeciso il problema. Onde piuttosto gli si deve la lode d'aver tentando riconosciuta, sebbene in dubbio, la via di scioglierlo, che di averlo perfettamente disciolto » (*Pensieri fisico-matem.* cit., pag. 15).

Il Montanari non crede dunque gli sia rimasto altro ufficio, che di dar perfezione all'opera altrui. I due suoi nemici più fieri, Borelli e Rossetti, lo censurarono aspramente, o per dir più giusto lo calunniarono, ma pure, in mezzo agli errori, gli rimane un merito singolare, quello di essere stato il primo e l'unico, infino al Clairaut e al Laplace, a dare importanza al menisco concavo, facendo principalmente da lui dipendere la salita dell'acqua ne' sottilissimi tubi di vetro. « Perchè dunque vediamo l'acqua, e altri liquidi che per i cannellini ascendono, tali essere che, o per la figura particolare de' loro minimi, o per la flessibilità dei medesimi, meglio s'adattano alla superficie di esso vetro, che non fa l'aria; non sarà difficile da capire, come, intorno alle sponde d'un vaso, per necessità debbano sollevarsi più dal livello che in mezzo, essendo che, per esser premuti nel mezzo dall'aria soprastante, sono forzati subentrare in tutti que' luoghi, ove comodo loro riesce d'entrare, e dove meno resistenza essi trovano, di quello sia la pressione che gli sospinge » (ivi, pag. 34).

E perchè si poteva dubitare che, sollevandosi le sole particelle contigue al tubo, lascerebbero una cavità cilindrica, piuttosto che un menisco; il Montanari soggiunge che le dette particelle, a cagione della loro viscosità, non solo conducono in alto le particelle sottoposte a perpendicolo « ma molte laterali ancora verso il mezzo del vaso, le quali nel sollevarsi incontrano la gravità dell'aria che li sovrasta, onde, tanto solamente si sollevano contro il

peso dell'aria, quanto la forza di quell'ultime, che sono immediate alla sponda del vaso, può sollevarle » (ivi, pag. 35, 36).

Quanto ai contrari effetti, che si osservano nel mercurio, benchè il Montanari censuri l'opinione del Fabry, dicendo che, se il liquido crasso trova difficoltà a entrar ne' pori e nelle strie del vetro, dovrebbe anche trovarla simile nell'uscire; non sa sostituirvi molto di meglio. « Non è punto inverisimle, egli dice, che siccome sono alcuni fluidi, che meglio s'accomodano alla superficie d'alcuni corpi, che non fa l'aria; così alcun altro si trovi che peggio di lui vi s'adatti, come sarebbe il mercurio. Onde, siccome l'acqua s'inalza alle sponde de' vasi, per riempire li spazietti fra l'aria e le sponde; così, per le medesime ragioni, dovrà l'aria appresso le medesime sponde profondarsi, a riempir quelli che fra il mercurio e le sponde rimangono » (ivi, pag. 40, 41).

La corrente delle idee, pel giro della quale abbiamo fin qui menati i Lettori, ebbe, come si disse, gl'impulsi dall'Accademia del Cimento, rimasta tuttavia chiusa dalle porte del palazzo mediceo, che noi dobbiam penetrare. Che la salita de' liquidi nei cannellini fosse da attribuire alle pressioni dell'aria, fu opinione degli Accademici, infino dal 1658, quando, almeno per avere investigate le ragioni del fatto, si compiacquero di restar superiori ai Francesi. Non poteva però la compiacenza essere assoluta, se quella loro opinione non si vedeva confermata dalla esperienza, osservando quel che avviene, costituito lo strumento capillare nel vuoto. E perchè i Nostri usarono sempre di farlo col tubo torricelliano, dovettero incontrare quelle difficoltà, delle quali fanno testimonianza gli stessi loro diari, relativi ai giorni 14, 15 e 16 Giugno 1660, ne' quali il frutto, che se ne raccolse, è confessato da queste parole: « Nulla però si potè ritrarre da tal maniera di praticare queste esperienze » (Targioni, *Notizie* cit., T. II, pag. 435).

Letta la nota del Thevenot, e per essa facilmente persuasi che, rimasti indietro ai Francesi per la copia delle osservazioni dei fatti, non s'aveva altra speranza di superiorità, che nella scoperta delle loro vere cagioni; gli Accademici fiorentini, negli ultimi giorni del mese d'Agosto 1662, ripresero in mano l'esperienze, che poi ridussero a tal perfezione, quale apparisce dalle descrizioni del loro libro dei *Saggi*. I resultati, che così ottennero, erano decisivi, non lasciando oramai più appiglio a introdur nella questione l'aria rarefatta, che, se può rimaner sotto la campana del Boyle, viene affatto esclusa dal tubo del Torricelli. E fu la decisione, come sappiamo, che il premer più languido, che fa l'aria per gli angustissimi seni dei cannellini, non sia per sè sola causa bastante a spiegare i loro effetti.

Reciso così dalle radici il rigoglio dell'ipotesi boileiana, la scienza dei fenomeni capillari cadde d'un colpo, e a rilevarla concorsero primi coloro che, costretti da una certa fatale necessità, avevano menato la scure. Il Rinaldini, uscito fuori dall'Accademia, dette il primo pubblico documento della restaurazione, la quale si faceva consistere nell'ammetter che il liquido sale su per il cannellino, perchè fra le angustie di lui molto perde del suo pro-

prio momento. S' era, egli dice, creduto da principio che la cosa dipendesse dalla pressione dell' aria, « non autem sic se habet, nam idem contingit in loco, ubi nullus aer, vel saltem adeo exiguae quantitatis, ne vix credas ei quidquam deferendum, quod nos Florentiae sumus experti. Sed potius aliunde id provenit, quia scilicet dum exilis ille tubulus immergitur nonnihil in fluidum, huius pars inclusa in angustia ipsius tubuli multum amittit momenti, unde nequit aeque ponderare partibus circumiacentibus, sed his urgentibus prementibusque cylindrus ex humido intra tubuli angustiam cedit, eousque ascendens, ut eius altitudo possit in aequilibrio esse cum cylindris ex humido circumiacente. Nihil enim refert, sive desuper premat, vel non premat aer » (*De resolutione et compositione* cit., pag. 160).

D' onde avvenga però che il liquido perde fra le angustie del cannellino parte del suo momento, il Rinaldini non dice, ma supplisce al difetto il Borelli, il quale narra che l' opinioni proposte, esclusa quella di coloro che invocavano la pressione dell' aria, si riducevano a due: l' una delle quali era che l' acqua non scendesse, rimanendo sospesa ne' cannellini, per l' asprezza delle loro superficie; l' altra che l' acqua stessa salisse per impulso suo proprio e naturale. Questa opinione era merce straniera, insinuatasi nell' Accademia da' cartesiani, al numero de' quali apparteneva Luc' Antonio Porzio, che così scrisse: « Sorge l' acqua, nelle fistole molto anguste aperte da ambedue gli estremi, essendo elle umide alquanto, cioè contenendo ne' loro pori, appunto come se fossero piccole conchette, o acqua o altro licore analogo all' acqua, e vi sorge ella da sè stessa, in virtù del suo proprio momento, col quale si unisce e mischia coll' acqua contenuta ne' pori delle fistole. Laonde, essendo elle molto anguste, di modo che l' acqua da un lato di avvantaggio possa toccar l' acqua del lato opposto; se ne vedranno ripiene fin a cinque o sei dita della loro longitudine e talora assai più » (*Del sorgimento de' licori* cit., pag. 84).

Il Borelli facilmente confutò queste due opinioni, proponendone una sua propria, dietro il supposto che le molecole liquide siano rivestite di una certa lanugine, i peli della quale entrando nella porosità delle pareti, e nelle eminenze di esse ritrovando il convenevole appoggio, facessero le funzioni di vette, e così venissero a sollevarsi via via le particelle stesse aderenti alle dette pareti, in virtù di un tale macchinamento. « Quia aquae particulae, adhaerentes parieti vasis, insinuant ramos suarum machinularum intra porositates et foveolas parietis, a cuius eminentiis et asperitatibus fulciuntur extremitates particularum aquae, quarum oppositi termini sustinentur, a subiecta collaterali aqua; propterea efficiuntur veluti totidem vectes, convertibiles circa eorum fulcimenta, parieti annexa. Hinc fit ut praedictae aquae particulae exiguam vim compressivam exerceant, et minori momento subiectam aquam comprimant, cum partes aquae collaterales, libere premendo supra aquam subiectam, integram suam vim et momentum exerceant. Igitur partes minus pressae sursum impelli debent a partibus magis compressis » (*De motion. natur.* cit., pag. 371).

Prosegue il Borelli ad applicare la meccanica di questi moti alla spiegazione dei vari fenomeni, osservati nelle fistole capillari, e finalmente riserba il capitolo IX dell' opera a trattar dell' amplesso e della fuga de' corpuscoli galleggianti. Descritte particolarmente l' esperienze, che si riducon per lui a far galleggiare sull' acqua ora due laminette di rame insieme, ora due assicelle di legno, e ora una laminetta e un' assicella; fa consistere il merito della sua scoperta nell' avere osservato che tutto il negozio da null' altro dipende, che dal formarsi o una fossa o un' argine intorno ai detti corpuscoli, e conclude all' ultimo così il suo discorso: « Et haec est vera et accurata historia huius admirandi effectus. Non igitur miror veram causam huius effectus adductam non fuisse, cum non constabat, neque perfecte innotuerat, historia huius operationis, quae tantummodo clare et evidenter observari potest, mediantibus supradictis laminulis a me excogitatis » (ibid., pag. 389).

Il Viviani, come i nostri Lettori già sanno, aveva creduto di poter rendere l' ammirabile effetto ugualmente chiaro e manifesto, anche senza queste lamine così elaborate, servendosi con molta semplicità delle pallottole di cera, e delle crazie, e nello stesso tempo formulava queste leggi col dire che argine con argine, e fossa con fossa si uniscono, e argine con fossa si sfuggono. Ma soggiungeva oltre a ciò, in questo genere, uno spettacolo nuovo, di cui non fa menzione il Borelli, quello cioè del vedere alcuni corpuscoli dal mezzo di un bicchiere colmo scendere ai labbri, mentre altri dai labbri risalivano a posarsi nel mezzo. Il Vossio, che come si disse fu primo a descrivere e a divulgar questo gioco, pensò che l' osservata contrarietà degli effetti dipendesse dal peso assoluto dei galleggianti, ingannato senza dubbio dalla qualità delle materie scelte a quest' uso, ch' erano limature di vari metalli, e gusci di noci. « Immittatur in aquam putamen nucis, aut sphaera vitrea intus cava, aut quaecumque alia res aqua levior: illico videbis corpuscula istaec, relicta ora, adscendere versus medium, et ibi consistere.... Quod si etiam alia immiseris corpuscula innatantia, quae sint aqua graviora, scobem nempe ferri, aeris, aut alius metalli, contrarium videbis: illa quippe ad depressiorem oram descendent » (*De motu marium et ventor* cit., pag. 43).

Il Mariotte poi (*Du mouvement des eaux,* Oeuvres, a Leyde 1727, pag. 374) corresse l' errore, osservando che non dalla leggerezza o dalla gravità de' corpuscoli, ma dall' essere o no bagnati dall' acqua dipendono le contrarietà de' loro moti, a quel modo che, nella nota autografa pubblicata da noi di sopra, aveva prima scritto il Viviani.

Il Viviani nulladimeno non sembra che fosse, come il Borelli, geloso della scoperta, ripensando che ella principalmente consisteva, no nella chiara ed evidente dimostrazione degli argini e delle fosse, ma nella vera ragione del loro formarsi così intorno alle pareti dei galleggianti. Quel che del resto aveva, a questo effetto, immaginato esso Borelli si disse che non trovò quella piena e perfetta approvazione, che egli sperava ne' suoi colleghi. Venuta a mancar la pressione dell' aria, questi vollero confessar piuttosto, con filosofica

ingenuità, di non sapere a che altro dare ingerenza di sostenere i liquidi nei sottilissimi tubi.

In mezzo a questi accorati silenzi, uscì fuori la voce di Donato Rossetti che, vedute le male prove delle ipotesi nuove, prese animo di restaurare le antiche. Se dell' effetto in questione, cominciò a dire, la causa non è esterna nel peso dell' aria, è forza ricorrere a un' interna virtù calamitica, che faccia l' acqua correre al vetro per esservi attratta. « E perchè, soggiunge, la natura elegge la via più facile, è cosa sicura che l' acqua sempre orizontalmente corre al vetro. Ma, per essere in maggior numero i minimi, che vi accorrono, di quelli che possono fare una circonferenza fisica, e coronare la sponda interiore del vaso; di qui è che i contendenti e sottendenti elevino già li aderenti, col sottentrare e subsottentrare, dal che ne segue la massa elevata » (*Antignome fisico-matem.*, Livorno 1667, pag. 72).

Che se, essendo unto il vetro, o in luogo dell' acqua il mercurio, s' osserva la massa non s' elevar, ma abbassarsi, è da dire che tra il liquido e il solido è un respingimento, piuttosto che un' attrazione; un aborrimento invece di un' appetenza. « E così l' aria nell' acqua si restringe in palla, per esser contigua a minor superficie d' acqua, che sia possibile, e così fa l' acqua nell' aria, che nel piano sottoposto vi si stende più o meno o punto, secondo l' appetenza che vi ha, ma dalla parte dell' aria si stringe al possibile, e si ammassa o in sfera o in porzion di quella, per esser circondata da meno aria, che gli sia riuscibile. E questa è la cagione perchè l' acqua si faccia colma in vasi untuosi, ed il mercurio nei vasi di vetro. E per questa ragione, e per il resistere alla cessione repugnante e violenta, se ne causa il colmeggiare de' liquidi ne' vasi pieni. Adunque, perchè il mercurio quasi sopra tutti i piani s' agglobi, n' è cagion l' appetenza, che le sue particelle hanno tra sè, e l' aborrimento, che ha all' aria ed al piano, sopra il quale scorre, per non vi avere confacenza ed appetenza alcuna » (ivi, pag. 83).

IV.

Essendo l' *Antignome* distesa in dialogo, fa dire il Rossetti a uno dei suoi interlocutori che questi pensieri gli giungevano nuovi. Nè desta punto la maraviglia l' apparizione di una tal novità, specialmente agli amici dell' Autore, perchè quei pensieri, che spuntavano dal Discorso galileiano intorno alle galleggianti, erano rimasti soffocati dai discorsi nuovi del Salviati, quasi costrutto già scritto, sopra il quale, invece che a cancellarlo, sia passata la punta della penna a sostituirvene un altro, con carattere più scolpito.

Avvenne perciò ai pensieri del Rossetti quel ch' è solito avvenire a tutte le cose nuove, ma veramente mancavano a loro, per trovar nel pubblico la meritata accoglienza, certe qualità, che s' intenderanno meglio per questa diversione del nostro discorso.

Sulla superficie AB (fig. 162) di un' acqua galleggi l'assicella CD, che sostiene la gocciola concentrata in K. Un' altra simile gocciola pendente, col centro in I, dalla lamina EF, si accosti alla prima, per via del filo HG, tenuto, per il suo capo G, in mano. Si osserva che le due dette gocciole non s' acquietano nel contatto, ma seguitano a moversi, stringendosi l'una sempre più contro l' altra, infin tanto che i loro vertici non cadano sopra la medesima linea perpendicolare all' orizonte. Il Borelli, che osservò e descrisse il fatto curioso, disse, volendolo spiegare, che avvien delle due gocciole quel che di due lastre di vetro ben piane a contatto, le quali, benchè siano così rènitenti a separarsi, mettendosi a tirarle, in direzione perpendicolare alla loro superficie, scivolano poi facilmente, ponendole inclinate, « impulsa ab istinctu naturali, quo gravia conantur semper magis ad centrum gravium accedere, eo modo quo possunt; scilicet via inclinata, cum directa et perpendicularis fuerit impedita » (*De motion. natur.* cit., pag. 390).

Figura 162.

Avendo il Montanari osservato che l' aderenza fra le due lastre di vetro si ottiene anche più facilmente, quando interceda fra loro un sottilissimo velo di acqua; volle a modo suo anche spiegare perchè, strisciando l'una sopra l' altra, benchè tenute orizontalmente, cedano alla più piccola forza. La spiegazione però fu giudicata dal Rossetti insufficiente, anzi falsa, sostituendovi, dietro il principio dell' attrazione molecolare, quest' altra, che secondo lui era la vera: « Ma volete vedere colla mia dottrina quanto mirabilmente si spieghino questi effetti? Da voi medesimo consideratelo, che concluderete che, avendo l'acqua *appetenza* al vetro, con quello sta *aderente* a segno, che non si distaccherà, senza qualche violenza. Ma perchè, a volerle staccare per le perpendicolari, devesi far violenza nel medesimo tempo a tutti i minimi d' acqua, che sono fra le due lastre, e che ad ambedue stanno aderenti, ovvero fra loro e con la lastra, e per staccarli lateralmente non si fa violenza, se non che a tanti minimi, quanti bastano a fare una linea fisica lunga, quant' è larga la lastra per quel verso, dal quale si tira, perchè questi soli devono lasciare in tanto tempo una lastra; quindi ne è che, con pochissima forza e facilissimamente, si staccano tali lastre, a guidarle orizontalmente. Ma a perpendicolo fa di mestieri ciò segua per una gran forza, e per una forza tale, che abbia a quella prima forza la proporzione, che hanno tutti i minimi, che *aderiscono* alle lastre, a quelli che compongono l' accennata linea fisica » (*Insegnamenti fisico-matem.*, Livorno 1669, pag. 169).

Applicando queste dottrine del Rossetti al fatto delle gocciole, descritto dal Borelli, si direbbe che l' aderenza è un effetto della loro scambievole attrazione, la forza della quale essendo rappresentata per IK (nella medesima ultima figura) se questa si decomponga nella orizontale IL, e nella verticale IM, avremo la ragion manifesta dello spettacoloso moto descritto e della quiete. Imperocchè, essendo la IM equilibrata dal filo HG, riman la sola IL attiva in far avvicinar sempre più le gocciole insieme. E perchè questa atti-

vità diminuisce via via, col diminuir dell' angolo KIM, e con esso finalmente svanisce; « hae duae guttulae non quiescent, sed lateraliter excurrent, quousque vertices earum in eadem recta perpendiculari ad horizontem exciderint » come dice, nell' annunziare la sua CLXXXIX proposizione, il Borelli (Op. cit., 390).

Ora, il libero e sincero uso del parallelogrammo delle forze era una di quelle qualità che, siccome a quelle del Borelli, venivano a mancare alle nuove dottrine del Rossetti. Ma è da soggiungere che qualità più intrinseche mancavano a quelle stesse dottrine, affinchè tutti le potessero accoglier con fede. Il principio dell' attrazione molecolare fra i corpi si può dire una gemma sepolta, che l' aratro abbia messa a fior di terra. Il luccicare però al sole, in mezzo alle zolle, non bastava ai riguardanti, per riconoscerne il pregio, che nessuno poi metterebbe più in dubbio, quando se ne vedesse il cristallo legato in un anello d' oro, e che di più quell' anello splendesse a un gran signore nel dito. L' orefice fu la Matematica di Filosofia naturale, che legò la sciolta dottrina del Rossetti nell' universal sistema dell' attrazione, e quel gran signore che si diceva è Isacco Newton. Il primo Tomo della grande Opera di lui si conclude in alcuni teoremi, dimostrativi dell' intensità, e della direzione delle forze sollecitanti un corpuscolo, che sia attratto, e che passi attraverso a un mezzo similare. Applicando poi questi teoremi alla luce, che il Newton non dubita di riguardar come composta di minutissimi corpuscoli duri, attratti al cristallo, per mezzo al quale trapassano, osservando le leggi precedentemente dimostrate; ne desume le principali proprietà delle ottiche rifrazioni.

Come, seguitandosi ad agitar tuttavia la questione dei capillari, fosse di qui suggerita all' Hauksbee l' idea dell' attrazione dei corpuscoli, componenti l' acqua, al vetro del tubo, con cui sono a contatto; si comprenderà assai facilmente. Quell' insigne uomo del cav. Isacco Newton, che esso Hauksbee commemora qual gloria della sua Nazione, e della Società regia, gli avrebbe altresì suggerito il modo di decomporre nel parallelogrammo quelle forze attrattive. E bench' egli mostri di non sapersene prevalere con tutta la perfezione, non lascia però la speranza che, della ragion del salire i liquidi nei piccoli tubi, non sia la seguente sua una *narrativa appagante*.

Figura 163.

« Sia ABCD (fig. 163) un piccolo tubo, perpendicolarmente immerso in un liquido, la superficie orizontale di cui sia EF. Le parti del fluido X, Y, congiungendosi alla concava superficie del tubo, ne sono gagliardamente attratte, e ciò in una direzione perpendicolare ai lati del vetro cilindrico. Ora le particelle X, Y, gravitando in direzioni perpendicolari ad EF, hanno tutte un molto minor momento o forza gravante di quello, che elle per altro avrebbero, se fosse tolta via l' attrazione. Perciò le parti del fluido, che sono a loro immediatamente sotto, ricevono minor pressione di quella, che altrimenti

avrebbero.... Ma le parti del fluido, che stanno nel mezzo tra la superficie EF e il fondo del tubo, in più rimota distanza dai lati del tubo, di quella del proprio loro semidiametro; queste particelle, dico, essendo fuori del tiro di tali attrazioni, gravitano con tutta quanta la loro forza o momento sopra le parti, che stanno loro sotto. Onde appare che, per l'immersione del piccolo tubo dentro il liquido, si distrugga l'equilibrio tra quelle parti del liquido giacenti dentro la circonferenza della base inferiore, e quelle che sono al di fuori. Laonde, secondo le leggi idrostatiche, bisogna che il liquido salga dentro la superficie del tubo » (*Esperienze fisico-meccan.* cit., pag. 130, 31).

Essendosi dimostrate le ragioni, prosegue a dire l'Hauksbee, del risalire i liquidi ne' piccoli tubi, resta a dire perchè maggiori siano queste risalite nei più stretti. E per venire alla conclusione, osserva che, essendo le forze attrattive proporzionali alle superficie concave dei tubi, e i pesi alle colonne liquide, che gli riempiono; quelle stanno a questi come le circonferenze alle superficie dei circoli. Ora, perchè sempre è maggior proporzione tra la circonferenza e la superficie nei cerchi piccoli, che ne' grandi; perciò il piccolo tubo è maggiormente proporzionato del grande a sollevare il peso, « e per questa ragione il liquido dovrà salire più alto nel primo, che nel secondo » (ivi, pag. 134).

A questo proposito non si vuol lasciare inosservato che il Borelli aveva, dopo il Vossio, assegnato del fatto le medesime ragioni. Se non che il Nostro, misurando l'effetto non solo estensivamente, ma anche intensivamente, ne rendeva più compiuta la dimostrazione, e tale che, se l'aderenza dell'acqua al vetro di cui parla, si volesse attribuire all'attrazione molecolare, s'accennerebbe dal Borelli a un'altra causa del sostenersi maggiormente i liquidi nei tubi più stretti, sfuggita forse alla sottilissima analisi dei moderni: « Et quoad extensionem pertinet, quia vis adhaesionis mensuratur a contactibus, et ideo a superficie interna canaliculorum, e contra resistentia mensuratur a pondere cylindri aquei, contenti in iisdem canaliculis, estque proportio cylindrorum aqueorum eiusdem altitudinis duplicata eius rationis, quam habent eorum perimetri interni; igitur quanto magis crescit interna canalis amplitudo, tanto magis minuitur adhaesio, et augetur resistentia ponderis ipsius aquae contentae. Imminuitur postea gradus intensivus internae adhaesionis, propterea quod, ut dictum est supra, non est aeque valida facultas et energia adhaesionis aquae, et connexionis cum parietibus internis in universo illo argine montuoso, sed est minus efficax, quanto magis ab internis parietibus removetur. Modo in fistulis amplioribus aqua contenta versus axim cavitatis eius magis recedit a superficie interna fistulae dilatatae, quam in fistula strictiori, et ideo in illa debilius aqua sustinebitur suspendeturque. Et quanto minor est vis sustinens et elevans, respectu ponderis fluidi contenti, tanto debet imminui sublimitas eius elevationis » (*De motion. natur.* cit., pag. 384, 85).

Ora, per tornare all'Hauksbee, avendo egli già detto perchè il liquido salga a maggiore altezza ne' cannellini più stretti, vorrebbe assegnarne inoltre le proporzioni; vorrebbe dimostrare cioè che le altezze stanno reciproca-

mente come i raggi delle sezioni. Non sembra però a noi che ci riesca, almeno con quella precisione, che si richiederebbe a un teorema di Geometria, e chi così legge potrebbe per sè medesimo darne più giusto giudizio: « Come la diminuita gravità del liquido nei tubi sta all' assoluta gravità del cilindro collaterale del liquido esterno; così starà la profondità dell' immersione all' altezza del liquido nel piccolo tubo. Poichè suppongo che il cilindro di fluido nel tubo sia equilibrato da un altro al di fuori, che abbia la medesima base, e la cui altezza sia uguale all' immersione. Conciossiachè, le basi essendo le medesime, l' altezze stanno come i contenuti, ovvero le quantità della materia. E per fare un equilibrio o eguaglianza di momenti, le forze debbon essere reciprocamente conforme le moli o quantità, cioè, in questo caso, reciprocamente quanto le altezze » (*Esperienze fisico-meccaniche* cit., pag. 134).

È nonostante l' Hauksbee benemerito di questi studii, per aver dimostrato quanto ragionevolmente si spieghino i fatti in questione, per via dell' attrazion molecolare. In questo tempo il Newton veniva, nel terzo libro dell' Ottica, a dare autorità a così fatti principii, estendendogli a ogni qualità di materia, ch' egli riguardava come composta d' innumerevoli particelle dure, le quali diceva non s' intenderebbe come potessero nella composizione dei corpi così tenacemente aderire insieme, « nisi causa sit aliqua, quae efficiat ut aee ad se invicem attrahantur » (*Opera aptica omnia* cit., pag. 159). Soggiunge poi le leggi, che governano questa attrazione, l' intensità della quale diminuisce così rapidamente, che a una distanza sensibile non solamente riesce nulla, ma si converte in una repulsione. « Jam quidem fieri potest ut materiae particulae exiguissimae attractionibus fortissimis inter se cohaereant, constituantque particulas maiusculas, quarum vis illa attrahens debilior sit, harumque particularum maiuscularum permultae, inter se itidem cohaerentes, particulas maiores constituant, quarum vis attrahens adhuc sit debilior. Et sic deinceps continuata serie, donec ad maximas tandem deventum sit particularum illarum, a quibus operationes chymicae et colores corporum naturalium pendent, quaeque, inter se cohaerentes, corpora demum constituant, magnitudine sub sensum cadente.... Et sicuti in algebra, ubi quantitates affirmativae evanescunt et desinunt, ibi negativae incipiunt; ita in mechanicis, ubi attractio desinit, ibi vis repellens succedere debet » (ibid., pag. 161).

Per rendere poi accettevole l' applicazione di queste dottrine ai fenomeni capillari, il Newton, come non mancò di verificare i fatti osservati dall' Hauksbee, così non lasciò di confutare la falsità delle correnti opinioni. L' Hook, nell' osservazione VI della Micrografia, e più diffusamente nell' opuscolo del Bohem; il Sinclaro, lo Sturm, il Fabry nelle opere da noi citate; e più prossimamente il Leeuwenhock nell' epistola CXXXI, in continuazione degli *Arcani della Natura;* il Rohault, nel suo trattato di Fisica, il Mairan, nella sua Storia dell' Accademia di Parigi; avevano dato, e seguitavano tuttavia a dare autorità all' opinione che, del salire i liquidi nei tubi capillari, fossero

unica causa il peso e l'elasticità dell'aria. S'aggiungeva a questi autori Giacomo Bernoulli, che, pubblicando nel 1683 quella sua così celebrata dissertazione *De gravitate aetheris*, citava, a proposito dell'argomento che ora trattiamo, l'ipotesi di alcuni Fisici, per confermarla con le ragioni e coi fatti. « Secundum itaque Physiologos modernos in aere, praeter gravitatem, considerare debemus vim quamdam, quam vocant elasticam, ita comparatam, ut minima portio aeris alicubi incarcerati vel inclusi, in sustentandis aut pellendis liquoribus, tantum possit, quantum totius atmosphaerae pondus » (*Opera*, Genevae 1744, pag. 82).

Il Newton aveva, insieme con l'Hauksbee, concluso il suo discorso dei fenomeni capillari, come udimmo, in una sentenza tutt'affatto contraria: *Quare ex atmosphaerae pondere aut pressu nullo modo pendent.* Il Bernoulli nonostante e l'Huyghens avevano aperto un refugio, ove ripararsi dai colpi della detta sentenza (pronunziata già dagli Accademici del Cimento, e confermata dal Rossetti assai prima) dicendo che, a sostentare i liquidi nei sottilissimi tubi, sottentra la gravità dell'etere a quella dell'aria evacuata. E perciò il Newton volle cacciar l'errore anco da questo suo nascondiglio, dimostrando, come si disse, che l'adesione delle due lamine levigate, e la sospension dell'acqua o del mercurio dentro il tubo torricelliano, anche nel vuoto; eran fatti, da non si dovere attribuire alla gravità dell'etere, ma all'attrazione molecolare.

Comunque sia però bisogna confessare che, sebbene l'Hauksbee dichiarasse più particolarmente, e il Newton confermasse con la sua autorità il principio dell'attrazione fra i solidi e i liquidi, applicandolo alla spiegazion dei fenomeni capillari; i due insigni uomini non promossero da pari loro la scienza, lasciandola al punto, dove l'aveva condotta il Rossetti. Egli usò la parola *appetenza*, alla quale i due Inglesi ne sostituirono un'altra meno metaforica, e quel bisticcio del *sottoentrare e subsottoentrare delle molecole contendenti e sottendenti* usato dal Nostro, dettero, con più proprio e conveniente linguaggio, risoluto nella ragion meccanica dei momenti fra le forze attrattive.

La promozione, che mancò di dare il Newton ai fatti particolari della Fisica, per essere il suo scopo quello di prestabilirle i principii matematici universali; venne presto ad aversi per Guglielmo Giacomo 's Gravesande, che i suoi Elementi dichiarava col titolo *Introductio ad Philosophiam newtonianam*. Nel capitolo V del I libro, trattando *De cohaesione partium*, mostra come un effetto insigne di questa coesione si riveli ne' fenomeni capillari, secondo le esperienze hausbeiane, ch'egli cita dalle Filosofiche transazioni, perchè forse, quando scriveva, non era stata fatta quella raccolta, nella quale lo stesso Hauksbee, non contento di descrivere i fatti, ne concludeva dai principii del Newton altresì le ragioni. Di qui è che 's Gravesande parla come se fosse venuto il primo a bandire il vero, raccomandando di non dar retta a quel che tutti gli altri ne avessero predicato. « Plures de causis horum phaenomenorum scripserunt, sed nos ex aliis principiis haec in scholiis

illustrare conamur. Quare iis, quae alii dederunt, inhaerendum non est » (*Physicae elementa mathem. editio IV*, Leidae 1748, Praefatio pag. XIX).

Definita la forza dell'attrazione molecolare, secondo i principii della Filosofia newtoniana, e soggiunto ch'ella non agisce a sensibile distanza, dove anzi convertesi in repulsione; descrive esso 's Gravesande alcune esperienze scelte da vari Autori, sopra le quali poi passa a ragionar matematicamente in quattro Scolii. De' primi due son queste che trascriviamo le conclusioni: « Vis ergo, quae sustinet aquam, proportionem sequitur latitudinis superficiei, iuxta quam aqua ascendit, mensuratae ad altitudinem, ad quam aqua pertingit in linea, ad superficiem ipsius aquae parallela. Quam eamdem rationem sequitur pondus aquae elevatae. »

« Aquam in tubos vitreos minores sponte adscendere vidimus, quod quomodo fiat nunc evidenter patet. Quantitas autem aquae quae sustinetur sequitur rationem circumferentiae superficiei aquae elevatae, et circumferentia haec, si agatur de tubis cylindricis perpendiculariter immersis, ad instar diametri ipsius tubi crescit aut minuitur. »

« Sint duo tubi, quorum diametri dicantur D, d; altitudines aquae in tubis A, a: quantitates aquae elevatae erunt inter se ut $D^2 . A$ ad $d^2 . a$. Ideo $D^2 . A : d^2 . a = D : d$. Dividendo antecedentia per D^2, et consequentia per d^2, habebimus $A : a = d : D$, idest altitudines sunt inverse ut diametri » (ibid., T. I, pag. 26): ciò che però non è conseguenza del calcolo, ma dell'esperienza, sopra la quale è fondata la conclusione scritta nel primo Scolio.

Il Musschenbroek fu più preciso e ordinato. Nel secondo capitolo della sua dissertazione *De tubis capillaribus vitreis,* dop' aver concluso, dietro le più diligenti esperienze, che « sunt altitudines aquae in his tubis accurate in ratione inversa diametrorum tuborum » (Lugduni Batav. 1729, pag. 296); ne trae, dall'osservazione del fatto, i seguenti corollari:

Chiamate A, A′ le altezze, a cui sale il liquido in due tubi capillari, i raggi interni de' quali siano R, R′, ricorrono le proporzioni $A : A' = R' : R = 2\pi R' : 2\pi R$; dunque « erunt adscensus aquae in hos tubos in ratione inversa peripheriarum basium » (ibid.). Se L è la lunghezza uguale di due tubi, $A : A' = 2\pi R' . L : 2\pi R . L$, ossia, « sunt adscensus aquae, in tubos aeque altos, in ratione inversa superficierum, quas tubi habent interne » (ibid) e si può soggiungere che, dalla proporzione $A : A' = 2\pi R' : 2\pi R$ resultando $2\pi R . A = 2\pi R' . A'$, le interne superficie bagnate, ne' due tubi, sono uguali. Se poi si moltiplichino ambedue i membri di questa equazione per $R . R'$, avremo $2\pi R^2 . R' . A = 2\pi R'^2 . R . A'$, ossia $\pi R^2 . A : \pi R'^2 . A' = R : R'$. « Erunt itaque quantitates aquae elevatae, in omnibus his tubis tam amplis quam angustis, uti sunt semidiametri basium inter se.... Quamobrem tubi ampliores maiorem quantitatem aquae elevant quam angustiores, licet ad maiorem altitudinem elevent suam aquam, nam semper sunt quantitates elevatae uti semidiametri basium » (ibid., pag. 297).

Nel III Scolio 's Gravesande dimostra che la curva, in cui si dispone il lembo superiore del velo d'acqua sollevatasi fra due lamine di vetro, la

piccolissima inclinazion delle quali le faccia concorrere in una linea perpendicolare all'orizonte; è un'iperbola. I Matematici di que' tempi, fra' quali il Musschenbroek, nella dissertazione *De attractione speculorum planorum vitreorum*, soggiunta all'altra dei tubi capillari; fecero alla detta dimostrazione accoglienza, per la facilità dei principii geometrici, sopra i quali, a questo modo che riferiamo, presso a poco è condotta. Sia ACB (fig. 164) il semiangolo formato dalle due lamine o specchi di vetro, e presa AT, che rappresenti la superficie dell'acqua nel vaso dell'immersione, uguale a BC, e sopra alzatavi perpendicolarmente la TS, che rappresenti lo spigolo fatto dalle due lamine: suppongasi che il velo d'acqua, sollevatosi in mezzo ad esse, incurvi il suo lembo superiore, disponendosi secondo la NPV, della qual curva si vuol cercar l'equazione riferita agli assi AT, TS. Siano le due ordinate NM, PO le altezze corrispondenti alle colonne liquide, aventi per basi DG, HL. Se i due specchi fossero paralleli, queste colonne sarebbero uguali, e tali pure potendosi ritenere nel nostro caso, in cui la convergenza verso l'angolo C si suppon piccolissima, avremo DG . MN = HL . OP, ossia DG : HL = OP : MN. E perchè, per le medesime ragioni, DG, HL si possono considerar come rettangoli, i quali, avendo le basi EG, IL per costruzione uguali, stanno come le altezze DE, HI, ossia come le EC, CI, o come le TM, TO; sarà dunque TM : TO = OP : MN, e perciò la curva un'iperbola, descritta fra gli asintoti AT, TS.

Figura 164.

Gli Elementi di 's Gravesande, che introdussero le esperienze dell'Hauksbee nelle scuole, ebbero grandissima efficacia in diffondere i principii neutoniani dell'attrazione molecolare, specialmente applicata ai fenomeni capillari. Ma non mancarono le contradizioni di chi sempre si mostra ritroso alle novità, intorno a qualunque soggetto esse versino, e da qualunque autorità sian promosse. Il Jurin non rimaneva sodisfatto della teoria hausbeiana, secondo la quale sarebbero le forze attrattive diffuse per tutta l'interiore superficie del tubo. Dal fatto che sempre le altezze de' liquidi sollevati sono in ragion reciproca de' diametri dei cannellini, se ne conclude, ei ragionava, che le superficie bagnate, e perciò le forze attrattive ad esse superficie proporzionali, sono in ogni caso sempre le medesime, mentre il tubo più largo solleva maggior copia di liquido del più stretto. Ma non possono forze uguali sostener pesi differenti; dunque, ne concludeva il Jurin, dev'essere una fallacia nell'assunto dell'Hauksbee, e per ritrovare il vero si rivolse alle esperienze. Fra queste, ad aprirgli la mente, glie ne sovvenne una, che fra le narrate da noi comparisce nuova, ed è che, variando il tubo di raggio, come se fossero due tronchi saldati insieme, e l'uno perpendicolarmente soprapposto all'altro; la regola della salita è data sempre da quello di sopra.

Così, per esempio, se il tubo avesse da A infino in B diametro più pic-

colo, che da B fino in C, come nella fig. 165; o se da D fino in E l'avesse più grande, che da E fino in F come nella figura 166; immerse le bocche inferiori CH, FN nel liquido, questo non salirà verso le bocche superiori AG, DO, secondo la regola de' diametri CH, FN, ma degli altri AG, DO, d'onde il Jurin argomentava essere le forze attrattive solamente limitate agli anelli del vetro, che han per diametri AG, DO, e non estese a tutta la superficie. E così, soggiungeva, è ragionevole che sia, avendosi allora propriamente le cause proporzionali agli effetti. Se infatti il liquido nel cannello maggiore AF, rappresentato dalla fig. 167, risale infino a BC, e nel minore infino a LM (fig. 168); la forza in BC, alla forza in LM, sta come BC a LM. Ma come GF ad HE, ossia, come BC ad LM, stanno anche le colonne liquide; dunque le forze sollevatrici son proporzionali ai pesi sollevati.

Figura 165.

Figura 166.

Altri Fisici non attaccarono la teoria hausbeiana nella forma, ma la negarono nella sostanza. Contro costoro il Musschenbroek, annunziando ai Lettori i soggetti delle sue varie Dissertazioni, e particolarmente di quella, in cui si proponeva di dimostrare che la causa della ascesa dei liquidi nei tubi capillari è dovuta all'attrazione; si rivolgeva con queste parole: « Non dubito fore plerosque, qui *attractionis* voce offendantur, eamque contemnant, derideant, explodant. His autem, si tanta sit animi aequitas, ut suspenso praeiudicio Experimenta prius legant, et inter se comparent; tum, causam eorum eruere conantibus, facile apparebit propter quasnam rationes hac voce usi fuimus » (*Dissertationes physicae experimentales*, Lugduni Batav. 1729, pag. IV).

Figura 167.

Anche il Musschenbroek però ebbe a partecipare degli errori del Jurin, studiandosi di ricavare dall'esperienza le leggi dell'attrazione. « Haec vis (egli dice dop' avere sfruttate con lungo discorso le virtù del suo argomento) terminatur in crustam aeream tuborum antiquorum, in qua attrahendo se totam consumit, vel impendit maximam saltem sui partem, hinc inepta est elevando liquori aut debilitata admodum. Et quia haec vis eo est fortior quo corporeo sui puncto, e quo egreditur, est propior; erit fortissima, cum superficies cava proxima sibi puncta habebit, sive cum erit arctissima. Idcirco altissime elevabitur liquor a tubis gracillimis, humilius ab amplioribus: imo in graciles maiori velocitate adscendet, utpote actus maioribus viribus quam in amplos. Haec vis, ex quolibet puncto sui corporis emissa ad distantiam aliquam, non modo elevat particulas liquoris superficiei tubi proximas, sed quoque alias contiguas prioribus, aliasque hisce iterum contiguas, licet minori robore, quae tamen, cum eamdem gravitatem inter se habent, minus elevàri possunt: idcirco superficiem concavam componentes » (ibid., pag. 331).

Figura 168.

Quella *crusta aerea,* della quale si tratta nel principio della citazione,

dette al Musschenbroek motivo a scoprir l'origine delle fallacie del Boyle, e di altri esperimentatori insieme con lui, i quali, se trovarono che il liquido sale più su nei tubi prima bagnati, che negli asciutti, fu perchè si servirono di vetri usati, piuttosto che nuovi (ivi, pag. 281). Ma più devono gli orecchi dei Lettori essere rimasti offesi da quel che soggiunge l'Autore delle forze attrattive del solido, che si fanno sentire al liquido a distanza, anzi a grande distanza: « Agit igitur vis elevans tubi in distantiam, et qùidem in magnam » (ibid. pag. 287), ciò che egli conclude dietro l'esperienza descritta nel capitolo I della sua Dissertazione.

Si narrò come nell'Accademia di Bologna si sperimentasse essere le altezze dei liquidi indipendenti dalle lunghezze dei tubi, e come il Montanari avesse disingannato il Fabry, a cui parvero quelle altezze maggiori nei cannellini più lunghi. Ora il Musschenbroek, rimproverando il Carré, caduto poi nel medesimo errore del Montanari « miror, egli dice, cl. Carreum non consuluisse observationes Honorati Fabry, in *Phys.*, lib. II, atque Sturmium, in *Colleg. curios.*, qui observaverunt quo altius emineret tubulus, super aquae superficiem, eo altius in ipsum adscendere aquam » (ibid., pag. 285).

Che la lunghezza immobile del cannello faccia qualche differenza dalla lunghezza, che se gli aggiunge via via, sollevandolo sempre più sul livello dell'acqua, dove aveva la bocca immersa; non fa maraviglia, e con ciò vengono a conciliarsi le apparenti contrarietà delle esperienze. Ma ben fa più maraviglia che, sopra una tal differenza accidentale, fondasse il Musschenbroek una conclusione tanto importante, qual'è che le forze attrattive si estendano per tutta la lunghezza del tubo, anche molto di sopra al punto, dove è salito il liquido che lo bagna. « Concludimus ex his experimentis vim aut causam elevantem aquam per totam tubi longitudinem esse diffusam. Quo igitur longior tubus existit, eo maior quantitas viriùm elevantium aqùam datur » (ibid., pag. 287), ciò che ben si comprende essere l'errore stesso del Jurin, molto più esagerato. L'Hauksbee invece aveva concluso che son solamente attratte le particelle dell'acqua contigue al vetro, e che gli strati cilindrici esterni, e concentrici alla superficie di contatto, per essere a sensibile distanza, non hanno efficacia in attrarre, e in far sollevare il liquido nell'interno. Lo 's Gravesande pure, in piena conformità con le dottrine del Newton, aveva scritto: « Haec autem attractio minimarum particularum hisce legibus subiicitur, ut in ipso particularum contactu sit per quam magna, et subito decrescat, ita ut, ad distantiam quam minimam, quae sub sensus cadit, non agat » (*Physicae elem.* cit., pag. 18).

Questi Elementi di fisica matematica, de' quali, dal 1719 al 1748, si fecero quattro edizioni, e le *Esperienze fisico-meccaniche* dell'Hauksbee, dall'originale inglese tradotte in varie lingue; cooperarono così in stabilir la Fisica molecolare, che, verso la metà del secolo XVIII, nessuno oramai più dubitava che la salita de' liquidi nei cannellini non fosse per effetto del vetro, che potentemente gli attrae a non sensibile distanza. In tali condizioni trovava appunto la scienza M. Clairaut, il quale, de' tanti che l'avevano trat-

tata, giudicò il Jurin il più eccellente, e perciò raccomandava la dissertazione di lui, inserita nelle ***Filosofiche transazioni,*** a chiunque si volesse erudire intorno alla Storia sperimentale dei fenomeni capillari. « Mais, seggiunge, quoiqu'il y ait beaucoup à profiter dans la lecture de cette piece, j'avoue que je n'ai pas pù être satisfait de la theorie, que M. Jurin y donné, et que j'ai crû que l'examen de cette question demandoit plus de principes, que cet Auteur n'en a employés » (*Theorie de la figure de la Terre,* a Paris 1743, pag. 106).

Il principio impiegato dal Jurin si riduce a quello dell' attrazione, non determinata però nei particolari modi di agire, se non per un argomento logico, e per varii altri tutti sperimentali. Quanto a quello osservava il Clairaut che gli effetti son proporzionali alle cause solamente, quando si risale a una causa prima e unica, ma non quando s' esamina un effetto, risultante dal concorso di più cause particolari (ivi, pag. 108). Quanto agli argomenti sperimentali, e a quello principalmente che suggerì al Jurin l' idea di limitare le forze attrattive del vetro a quel solo anello di lui, che sovrasta immediatamente alla superficie dell' acqua; il Clairaut, considerando i filetti liquidi IK, LM, lungo l' asse dei tubi rappresentati dalle figure 165 e 166, concludeva dalla sua analisi matematica che i due tronchi inferiori, attraendo in alto e in basso con forze eguali le porzioni de' filetti da essi circoscritti, è come se non esistessero, o come se i due tubi procedessero in basso, per tutte le loro altezze IK, LM, colle medesime aperture dei raggi AI, DL, che hanno alle cime (ivi, pag. 125-27).

I modi poi dell' attrazione, proseguiva a ragionare il Clairaut, non si possono determinare, se non col sottoporre a un calcolo esatto tutte le forze attrattive, ciò che se avesse fatto il Jurin si sarebbe facilmente accorto che, pur supponendo esser le forze dell' anello di vetro in ragion costante col suo diametro, « on n'en pourrait pas conclure qu'une colonne de fluide d'un poids proportionnel a cette force seroit suspendue par son moyen » (ivi, pag. 109). Nè alcun altro ancora s' era applicato a questo calcolo esatto. Che se 's Gravesande aveva ritrovata l'equazione alla curva, in cui termina il velo d' acqua, risalito fra i due specchi inclinati; non poteva non sentire che, a condur la sottile dimostrazione, troppo ottuso strumento erano gli Elementi di Euclide e i Conici di Apollonio. Ma in ogni modo gli fu forza arretrarsi, quando nel IV dei citati Scolii si popose di trattare *De motu guttae,* della gocciola cioè dell'olio, che, compresa fra due specchi inclinati, spontaneamente si muove, spandendosi verso l' angolo dell' inclinazione.

Figura 169.

Il Musschenbroek, in tanta necessità, pensò d' invocare il valido aiuto del parallelogrammo delle forze. Siano i due specchi AC, AE (fig. 169), e il centro O della gocciola d' olio sia attratto dalle forze OP, OS. La resultante OB dimostra senza dubbio che il moto della gocciola è diretto

verso l' angolo A, come, trasformandosi le supposte forze attrattive nelle repulsive OD, OH, la resultante OF mostrerebbe che il moto è rivolto in verso contrario, ciò che di fatto s' osserverebbe accadere, se la gocciola O fosse mercurio. Ma tutto questo non è preparazion sufficiente alle conclusioni, che il Musschenbroek stesso soggiunge: « Insuper, quo centrum gravitatis O propius accesserit ad speculorum superficies, eo fortius attrahetur, sed propius accedit, quo gutta magis applanatur, hoc est magis ad A approprinquarit. Adeoque fortius attracta gutta a superficiebus, et obliqua directione, necessario velocius feretur, quae est altera causa accelerati motus in gutta observati. Fortissima quoque speculorum attractio, cum sit in contactu A, necesse est ut gutta secundum hunc contactum expandatur per omnem speculorum latitudinem » (*Dissertationes* cit., pag. 347, 48).

Che la conclusione non sia veramente, come si diceva, compresa nei principii, è facile riconoscerlo, a pensar solamente che, se le forze OP, OS crescono, con l' avvicinarsi che fa la gocciola ad A, la resultante OB invece diminuisce. Ond' è che, anco a spiegar l' accelerazione del moto, le sopra dette dall' Autore non son ragioni assolute, e nè perciò sufficienti. L' insufficienza poi si rende anche più manifesta, osservando che, nella spiegazione di questi fatti, si tien solamente conto dell' attrazione del solido, trascurata quella del liquido in sè medesimo. Di che accortosi il sagace Clairaut, concluse che non si sarebbe potuta esaminar bene la questione dei tubi capillari, se non applicandovi la legge generale dell' equilibrio dei fluidi. « Je vais donc examiner la question des tuyaux capillaires, par les loix generales de l'equilibre des fluides » (*Theorie* cit., pag. 109, 10).

In che questo esame consista, e come cominciassero di qui le gocciole della rugiada, sopra le foglie dei cavoli, a riconoscer loro cognate le stelle erranti per gli eterei spazii celesti, è ciò che ne rimane a dire in quest' ultima parte del nostro discorso.

V.

Il Clairaut era giunto a questa conclusione: che se le parti di una gran mole fluida, rivolgentesi intorno a un asse, come sarebbe il nostro globo terracqueo, o un pianeta, saranno attratte al centro nella semplice ragion diretta delle distanze; il pianeta stesso deve configurarsi in una sferoide ellittica (ivi, pag. 61): cosicchè tutte le sezioni, condotte perpendicolarmente sull' asse di rotazione, son circoli, e la superficie del corpo, che in sè stessa è rotonda, per un breve spazio apparisce piana. Nonostante, intorno agli orli dei piccoli vasi, o a contatto di certi corpi, quella stessa superficie si vede incurvarsi, nè ciò può avvenire, se non perchè alla gravità naturale s' aggiungono altre forze, dal concorso delle quali viene a resultarne una direzione diversa.

In questo ragionamento del Clairaut, molto più espressamente che in quello degli sperimentatori precedenti, viene la Filosofia neutoniana a comprendere nel suo magistero le gocciole dell'acqua, e le moli de'pianeti. Perchè, se l'attrazione al centro dello sferoide è quella, che ne rende regolare la superficie, l'attrazione, agli orli del vaso o al solido immerso deve essere che la perturba. Sottoporre a un calcolo rigoroso queste forze perturbatrici, ciò che nessuno aveva ancora tentato, è l'intenzione dell'Accademico di Parigi.

L'Hauksbee non aveva saputo dir altro, se non che la gravità naturale di una particella d'acqua, sopravvenendo l'attrazione al vetro, perde alquanto del suo proprio momento. Con qual ragione si faccia questa perdita, che pure per un altro liquido, come per esempio il mercurio, o in altre condizioni del vetro potrebb'essere invece un acquisto; il Clairaut lo dimostrava in questo modo: Sia AD (fig. 170) la sezione di un tubo, o di un solido immerso infino al livello MN in qual si voglia liquido, di cui N è una particella a contatto. Questa verrà sollecitata da tre forze: dalla gravità naturale, rappresentata per NO; dall'attrazione al solido, rappresentata per NL, e dall'attrazione verso l'interno della massa liquida, per trovar la misura e la direzion della quale si costruisca il quadrato MO. Nell'incontro K delle due diagonali una molecola ivi costituita, essendo in equilibrio, perchè è ugualmente attratta, e attrae le molecole D, N; può dunque KN prendersi per la direzione, e per la misura della forza, con cui la stessa molecola N è attratta verso l'interno di tutta la mole. Di qui è manifesto come la disposizion naturale, che prenderebbe N nella liquida superficie, quando non avesse altra sollecitazione che dalla NO; vien perturbata dal concorso delle forze KN, NL, la resultante delle quali è NR. E perchè la detta disposizion naturale era perpendicolare a NO, e la perturbazione subita la costringe invece a disporsi perpendicolarmente a NR; è altresì manifesto come il liquido stagnante, di piano che sarebbe stato per sua natura, debba incurvarsi verso il solido AD che l'attrae, in una concava superficie.

Figura 170.

Qui il Clairaut ci richiama a considerar meglio la resultante delle forze perturbatrici, dalla sola direzion della quale nascono i varii effetti. Perchè se, essendo tal direzione secondo NR, la superficie liquida è concava, e se secondo NO è piana; quando invece fosse secondo NH riuscirebbe convessa. Ora la varietà di queste direzioni si vede bene che dipende dal variar del lato NL, o del suo uguale KR, che è uno dei lati, sopra il quale si costruisce il parallelogrammo delle forze; e la variazione si fa intorno al punto C, per accesso o per recesso dal punto K. In C poi è il giusto mezzo della NO, e KC, NC, OC son linee tutte uguali, come raggi del semicircolo circoscritto a KNO, angolo retto. Dunque, quando $NF = KC = NC = \frac{NO}{2}$, ossia, quando

l'attrazione del solido sopra la molecola liquida uguaglia la metà dell'attrazione della molecola stessa al centro dello sferoide terrestre; la superficie è piana. E perchè le resultanti divengono ora NR, ora NH, cioè quella positiva e questa negativa rispetto alla direzion normale NO, secondo che $NL > \frac{NO}{2}$, o $NE < \frac{NO}{2}$; dunque la superficie è concava o convessa, secondo che l'attrazion del solido è maggiore o minore della metà dell'attrazione della molecola liquida al centro dello sferoide terrestre; ossia, secondo che la resultante delle forze perturbatrici è positiva o negativa, rispetto alla verticale.

Da ciò venne il Clairaut ad aprirsi la via di risolvere analiticamente il problema de' fenomeni capillari, assoggettando al calcolo tutte le forze che, sollecitando in basso il filetto liquido IK (fig. 171) lungo l'asse del tubo di vetro, di cui la sezion verticale sia AH, e il raggio interno sia b; lo mantengono in equilibrio col filetto ML, preso in mezzo al liquido, nel quale il detto tubo, infino al livello MP, si supponga essere immerso. Chiamata h l'intensità dell'attrazione del vetro, k quella dell'acqua, una delle principali forze, che sollecitano le molecole componenti il filetto ML, è quella del loro peso p: forza, che perciò sarà espressa da p . ML. S'aggiunga a questa l'attrazion delle molecole sopra sè medesime, la quale essendo in funzione della distanza x dal centro attrattivo, e dovendo avere per coefficiente k, sarà, per una sola particella, misurata da $k\, dx\, \varphi(x)$, e per tutte sommate insieme da $\int k\, dx\, \varphi(x)$. Ond'è che, significandosi con P la pression totale, che il soprastante filetto liquido fa in L; avremo $P = p \,.\, ML + \int k\, dx\, \varphi(x)$.

Figura 171.

Fra le forze sollecitanti il filetto IK si distingueranno quelle, applicate alla parte superiore I, dall'altre applicate verso O, alla parte inferiore. Si consideri la molecola m, alla quale si vedrà essere applicate tre forze: la prima dovuta all'attrazione dell'acqua soggiacente al piano ST, e che, per le cose dette, e ritenute le medesime denominazioni, la tira in basso con una intensità uguale a $k \int dx\, \varphi(x)$; le altre due, che la detta molecola tirano in verso contrario, son dovute all'attrazione delle pareti solide AV, ET, e del menisco liquido YX. Ed essendo quella in funzione del raggio del tubo, e della distanza dal centro di attrazione, e perciò espressa da $\varphi(b, x)$, che faremo uguale a Φ, e questa in funzione del raggio, della detta distanza centrale, e inoltre delle attrazioni del vetro e dell'acqua, e perciò espressa da $\varphi(b, x, h, k)$ che faremo uguale a Φ'; saranno nella somma di tutti i loro

elementi quelle stesse forze rappresentate da $k \int dx \Phi$, $\int dx \Phi'$. « Donc le poids total de toutes les parties voisines de I sera $k \int dx \phi(x) - k \int dx \Phi - \int dx \Phi'$ » (ivi, pag. 117).

Resta a calcolar le forze, che sollecitano le particelle del filetto liquido verso la bocca inferiore del tubo, terminata dal piano DG, a ugual distanza x dal quale considerati due elementi Q, R, si vedrà che son con pari forze attratti in giù dall'acqua soggiacente al piano DG, e in su dal vetro: di modo che, il coefficiente della loro funzione essendo $h - k$, s'avranno le dette forze espresse da $(k - h)\, dx \Phi$, e perciò le forze di tutti gli elementi insieme s'otterranno dal prendere due volte la somma di $(k - h)\, dx \Phi$, ossia da $- 2(h - k)\, dx \Phi$. Dunque, raccogliendo insieme le forze, all'impulso delle quali va soggetto il filetto liquido IK, e aggiuntavi quella della sua gravità naturale p . IK; avremo la pressione Q, ch'egli esercita in K, espressa da

$$Q = p \,.\, IK + k \int dx \phi(x) - k \int dx \Phi - \int dx \Phi' - 2(h - k)\, dx \Phi.$$

Uguagliando insieme i valori di P e di Q, sottraendo l'uno dall'altro, e facendo le assai facili riduzioni, s'ottiene finalmente la formula

$$IK - ML = IU = \frac{(2h - k)\, dx \Phi + \int dx \Phi'}{p}.$$

« On tire de l'expression precedente de IU, dice il Clairaut, une proposition assez singuliere » (ivi, pag. 121): singolarità che si rende anche più manifesta esplicando il concetto dell'Autore, col mettere da ogni parte a riscontro questa soluzione analitica con la geometrica, illustrata dalla nostra CLXX figura. Da k è sempre rappresentata NO, ma da h le lunghezze variabili NL, NF, NE, di una delle componenti: come da Φ' si rappresentano le variabili direzioni NR, NC, NH delle resultanti. Se $k = 2h$, il primo termine dell'espressione di IU è zero. Ma è assai facile vedere che zero è anche il secondo, a cagion di Φ', da cui viene allora a rappresentarsi la direzione verticale NC della resultante. Dunque IU è zero, ossia il liquido, ne' due rami del sifone MLKU, è a perfetto livello, ciò che sempre avviene, quando la superficie del liquido non è perturbata dalla sua natural direzione al centro dello sferoide terrestre, e perciò la formola del Clairaut esprime analiticamente in questo caso l'uguaglianza di livello e d'equilibrio de' liquidi nei vasi comunicanti.

Se k è minore di $2h$, e perciò Φ' rappresenta la direzion della resultante NR, alla destra di NC; ambedue i termini di IU, e perciò IU stessa è positiva, ossia il liquido risalirà sopra il livello MP, che è il caso dell'acqua in un tubo capillare di vetro. Se finalmente k è maggiore di $2h$, e Φ' rappresenta la direzione della resultante a sinistra, IU sarà negativa, ossia il liquido s'abbasserà al di sotto del livello MP, che è il caso del mercurio.

Il Clairaut dice di non volere spingere oltre il suo calcolo « pour sçavoir ce que seroient les quantités Φ et Φ', suivant les differentes fonctions de la distance qu'on pourroit prendre pour exprimer la loi de l'attraction »

(ivi, pag. 121). Ciò ei lasciava allo studio dei Matematici suoi successori, i quali, riconoscendo la difficoltà dell'impresa, pensarono di volgersi ad altro partito. L'equazione della catenaria, o della lamina elastica, o della velaria, felicemente ritrovata per via del nuovo calcolo infinitesimale, ingerì nel Segner e in Tommaso Young la speranza di risolvere il problema dei capillari, assomigliando a quelle curve i menischi che, per la tensione e per la elasticità superficiale dei liquidi, si formano dentro i tubi capillari. Il Laplace invece credè non c'essere altra via diretta, da condursi alla desiderata soluzione, che quella di determinare le funzioni della formula del Clairaut, nella legge di un'attrazione insensibile a sensibili distanze, come nella luce. Di che avendo già trattato nel X libro della Meccanica celeste, a proposito delle rifrazioni astronomiche, pensò di aggiungere al detto libro un Supplemento, in cui le medesime leggi ottiche si applicherebbero ai fenomeni capillari.

Le benefiche inspirazioni, ricevute dal Clairaut, come il Laplace le sentì nell'animo, così l'espresse con le parole: « Clairaut est le premier et jusqu'à présent le seul, qui ait soumis a un calcul rigoureux les phénoménes des tubes capillaires, dans son traité sur la Figure de la Terre » (*Supplement au X livre du traité De mecanique celeste,* T. IV, a Paris 1805, pag. 2). Nonostante fa alcune censure, che a noi per verità non sembrano giuste, come per avere il Clairaut supposto che l'attrazion del vetro si faccia sentire a distanza sul filetto liquido, che riempie l'asse del tubo, contro le notissime esperienze dell'Hauksbee. Vero è che questi, sperimentando con due tubi ugualmente cavi, ma differentemente massicci, « non potè distinguere differenza alcuna tra le altezze, che il liquore in ambi i tubi aveva salite » (*Esperienze fisico-meccan.* cit., pag. 123), e poche pagine appresso, da quelle stesse esperienze e dalle analogie con la calamita, conclude « che l'attrattiva potenza delle piccole particelle della materia opera solamente sopra quei tali corpiccioli, che le toccano, ovvero che siano da loro a una infinitamente piccola distanza rimosse » (ivi, pag. 130). Ma prima di sentenziare che il Clairaut non seppe, o non volle tener conto di queste verità dimostrate, conveniva pensar che la formula scritta da lui sussiste anche nel caso che b, raggio del tubo, sia d'insensibile lunghezza. Il Laplace, e tutti coloro che ripeterono le censure di lui, forse rimasero ingannati dalle dimensioni esagerate, che l'Autore fu costretto di dare alla sua figura. Nè meno ingiusta sembra a noi l'altra accusa, dallo stesso Laplace data al Clairaut, che cioè il gran Geometra « n'à pas expliqué le principal phenomène capillaire, celui de l'ascension et de la depression des liquides dans des tubes tres-étroits, en raison inverse du diametrè de ces tubes » (*Supplement au supplement* cit., pag. 76), considerando che il valore di IU è dato in ragione inversa di p, ossia de' pesi delle colonne liquide, le quali si sa essere proporzionali ai raggi delle basi.

L'ispirazione più principalmente benefica, che dal Clairaut ricevesse il Laplace, fu quella di attendere e di dare importanza ai menischi. « Les phy-

siciens n'ayant consideré jusqu'ici la concavité et la convexité des surfaces des fluides, dans les espaces capillaires, que comme un effet secondaire de la capillarité » (*Supplement* cit., pag. 8). L'Hauksbee anzi e il Jurin riguardarono quelle superficie come piane, e le loro curvità, per le loro dimostrazioni, come indifferenti. Il Laplace invece sentì che risiedeva quivi *la principale cause de ce genre de phenomènes*, cosicchè la stessa attrazione dei tubi capillari, in che facevano i detti fisici consistere quella causa principale, « n'a d'influence sur l'elevation, ou sur l'abaissement des fluides, qu'ils renferment, qu'en determinant l'inclinaison des premiers plans de la surface du fluide interieur, extremement voisins des parois du tube: inclinaison, dont dépend la concavité ou la convexité de cette surface, et la grandeur de son rayon » (ivi, pag. 5).

Fu per questa riconosciuta influenza che il Laplace attese a istituir di proposito, e con la massima diligenza, l'esperienze che gli dovevano prima servir di regola, e poi di conferma alla teoria. Sia ABC (fig. 172) un sifone capillare di vetro, e si tuffi nell'acqua in modo, che il suo ramo più corto AB rimanga tutto sommerso. Siasi elevato il liquido infino in G, nel ramo più lungo: estratto lo strumento si formerà in A una gocciola, e il liquido si vedrà risalire più su di G. Levisi col dito la gocciola, e il liquido si abbasserà sotto G. Si ritorni con una pipetta leggermente a rimetter la gocciola, e il liquido raggiungerà di nuovo il primiero livello.

Figura 172.

Per dimostrare anche più efficacemente gli effetti dei menischi sia, soggiunge il Laplace, ABC (fig. 173) un sifone capillare, dentro cui, tenuto colle braccia verticali, s'equilibri il mercurio. Inclinando lo strumento dalla parte di A, il liquido risale in A′, e scende in C′, dalla parte opposta. Riducendolo alla primiera stazione, si osserva che non perciò il liquido torna al primiero livello orizzontale, ma rimane alquanto più elevato dalla parte di A, dove il menisco s'è fatto anche meno convesso che dall'altra. « Cette differance, dans la convexité des deux surfaces, tient au frottement du mercure contre les parois du tube: les parties de la surface, dans la branche AB, qui se retirent vers A, et qui touchent le tube, sont un peu arretrées par ce frottement, tandis que les parties du milieu de cette surface n'éprouvent point le même obstacle; et de là doit resulter une surface moins convexe; au lieu que le même frottement doit produire un effet contraire sur la surface du mercure de la branche BC. Or de ce que la premiere de ces surfaces est moins convexe que la seconde, il en resulte que le mercure éprouve, par son action sur lui-meme, une moindre pression dans la branche BA, que dans la branche BC, et qui ainsi sa hauteur, dans la premiere de ces deux branches, doit surpasser un peu sa hauteur dans la seconde » (ivi, pag. 61, 62).

Figura 173.

Tale essendo l'efficacia del menisco concavo YIZ, nella figura CLXXI, si ricerca il modo dell'operare di lui, il quale non può consistere in altro, che in attrarre il filetto liquido IK, cosicchè questo, divenuto quasi più leggero, debba sollevarsi, per equilibrar la pressione del filetto LM. « La loi de cette ascension, dans les tubes de differens diametres, depend de l'attraction du ménisque, et ici, comme dans la theorie de la figure des planétes, il y a una dependance reciproque de la figure, et de l'attraction du corps, qui rend leur determination difficile. Pour y parvenir nous allons considerer l'action d'un corps, de figure quelconque, sur une colonne fluide renformée dans un canal infiniment etroit perpendiculaire à se surface, et dont nous prendrons la base pour unité » (ivi, pag. 10).

Si prepara il Laplace la via alla general considerazione di un corpo qualunque, supponendo primieramente che quel corpo sia una sfera di raggio b, compaginata di strati indivisibili concentrici, l'azione d'un de' quali, avente per raggio u, sul filetto, trova essere espressa da $\frac{2\pi udu}{b} . \Psi(b-u)$ dove Ψ è il resultato di quantità dipendenti da $\int df \phi(f)$, intendendosi per $\phi(f)$ la legge dell'attrazione molecolare, alla distanza f. Se invece dell'attrazione dello strato sferico si considera la pressione, esercitata sul filetto liquido in virtù della detta attrazione, è manifesto che $\frac{2\pi udu}{b} . \Psi(b-u)$ deve convertirsi in $-\frac{2\pi udu}{b} . \Psi(b-u)$ e perciò, fatto $b-u=z$, s'avrà l'azione S della sfera intera espressa da $2\pi\int\frac{(b-z)}{b} . dz\Psi z$, ossia da $S'=2\pi\int dz\Psi z= 2\pi\int\frac{zdz}{b} . \Psi z$, esteso l'integrale da $z=o$, infino a $z=b$. Facendosi poi $2\pi\int dz\Psi z=H$, e $2\pi\int zdz\Psi z=K$, si ridurrà la formula alla semplicissima significazione di $S=H-\frac{K}{b}$. Se b è negativo, ossia se la sfera comprende il filetto liquido, e la superficie YIZ concava si trasforma nella convessa Y'IZ', sarà invece $S=K+\frac{H}{b}$. Dunque, « l'action d'un corps, terminé per una portion sensible de surface spherique, sera $K\pm\frac{H}{b}$, le signe + ayant lieu, si la surface est convexe, et le signe — si elle est concave » (ivi, pag. 15).

L'espressione dell'azion della sfera intera s'è applicato ai menischi YIZ, Y'IZ', ossia ai segmenti sferici sensibili, fatti per un piano, a cui il filetto o la colonna liquida IK sia perpendicolare: applicazione, che può nel presente caso farsi a buon diritto, « car la partie de la sfhère, située au-delà de ce plan, etant à une distance sensible de la colonne, sen action sur cette colonne est insensible » (ivi, pag. 14).

La ritrovata formula $K\pm\frac{H}{b}$ è perciò applicabile ai menischi, che si

formano dai vari liquidi, dentro i tubi capillari, ma prima di venire a farne l'applicazione giova, col Laplace, premettere alcune osseervazioni. Resultando $K = H \cdot \frac{z}{b}$, e $\frac{z}{b}$ essendo un rotto proprio, è manifesto che il valore di S è sempre notabilmente più piccolo del primo. Si noti inoltre il diverso ufficio rappresentativo, che hanno i due termini componenti il detto valore di S. « K represente l'action d'un corps, terminé par une surface plane, car alors b etant infini, le terme $\frac{H}{b}$ disparait » (ivi), ond'è che resta particolarmente al termine $\frac{H}{b}$, essendo b finito, l'ufficio di rappresentare l'azion del menisco. Ed essendo una tale azione in ragion reciproca del raggio della curvatura, ne consegue manifestamente che, nel caso di $K - \frac{H}{b}$, ossia quando il menisco è concavo, che la pressione cresce insieme col crescer del raggio, mentre, nel caso di $K + \frac{H}{b}$ ossia, quando il menisco è convesso, crescendo il raggio, la pressione invece diminuisce.

Si può graficamente così rappresentare l'espressione propria a ciascuno dei due detti termini. Sia il tubo ABCD (fig. 174) e nel filetto EF, lungo l'asse, si consideri la molecola S fra gli archi simmetrici GEH, IRK, che ne limitano la sfera dell'attrazione. Si conduca al piano LM parallelo il piano NO, e all'arco AEB simmetrico l'arco PRQ. È manifesto che, sopra la molecola S, non agisce per attrazione se non che il liquido sottoposto, venga egli limitato dal piano NO, o dal menisco PRQ, simmetrico al concavo AEB, o dal menisco IRK, simmetrico al convesso GEH. Nel primo caso, essendo NO piano e perciò il raggio b della formula infinito; non rimane che il termine K, da cui vien perciò rappresentata l'azione del liquido NODC. Nel secondo caso, tutta la forza attrattiva risiede nel liquido PRQDC, uguale a ND, diminuito di PRQON, a cui perciò nella formula corrisponde il termine $- \frac{K}{b}$. Nel terzo caso finalmente l'azione s'estende al liquido IRKDC, ossia al liquido ND, insieme col liquido INROK, a cui nella formula corrisponde il termine $+ \frac{K}{b}$. Come poi, trasformandosi col diminuire del raggio l'arco PRQ in P'RQ', e l'arco IRK in I'RK', l'azione diminuisca nel primo caso e cresca nel secondo; e come il liquido NOQRP sia piccolissimo, rispetto al liquido ND, a quel modo si dimostrò $\frac{H}{b}$ esser piccolissimo rispetto a K; son cose tanto parventi alla vista, da non aver bisogno di prove.

Figura 174.

Ma si ascolti il Laplace stesso, che nella prefazione al citato *Supple-*

mento così discorre intorno al carattere proprio a ciascuno dei due termini, di che si comporrebbe la sua formula: « Son expression analityque est composée de deux termes: le premier, beaucoup plus grand que le second, exprime l'action de la masse, terminée par une surface plane; et je pense que de ce terme dépendent la suspension du mercure, dans un tube de barometre, a une hauteur deux ou trois fois plus grande que celle, qui est due à la pression de l'atmosphère, le pouvoir refringent de corps diaphanes la cohesion, et generalement les affinités chimiques. Le second terme exprime la partie de l'action due à la sphericité de la surface, c'est-a-dire l'action du menisque, compris entre cette surface, et le plan qui la touche. Cette action s'ajoute a la precedente, ou s'en tranche, suivant que la surface est convexe ou concave. Elle est reciproque au rayon de la surface spherique: il est visible en effet que, plus ce rayon est petit, plus le menisque est considerable, pres du point de contingence. C'est a ce second terme, qu'est due l'action capillaire, qui diffère ainsi des affinité chimiques representées par le premier terme » (pag. 3, 4).

Figura 175.

Le varie forme, sotto cui si presentano queste azioni capillari, si possono ridurre a quelle, che si osservano ne' due vasi di vetro comunicanti ABC (fig. 175) e DEF (fig. 176) nel primo de' quali sia l'acqua, e nel secondo il mercurio. Resulta costantemente da così fatte osservazioni che, nel ramo del tubo più largo, della figura 175, il livello del liquido è più basso che nel cannello più stretto, mentre, nel sifone rappresentato dalla figura 176, le dette altezze di livello si rispondono al contrario. La ragion del fatto sarebbe manifesta, quando il concavo GH premesse in giù il liquido sottoposto, con più forza del concavo IK, e il convesso LM premesse invece, nella medesima direzione, con minor forza del convesso NO. Ma tale è giusto il responso che ne dà la formula del Laplace interpetrata. Le colonne liquide infatti, e infinitamente strette, PQ, RS, possono, con le loro estremità superiori, terminare o in una superficie piana, o nel respettivo menisco, secondo che maggiore o minore è il diametro del tubo. Se la superficie è piana, la pressione S in P è $S = K$, e nel mezzo di IK è $S' = K - \frac{H}{b'}$. Se la superficie è concava, la pressione in P è $S = K - \frac{H}{b}$, e nel mezzo di IK è $S' = K - \frac{H}{b'}$. Ma perchè b, raggio dell'arco GH, è maggiore di b', raggio dell'arco IK; è dunque il portato della formula che sempre GH preme in giù maggiormente che IK, d'onde avviene quella differente altezza di livello, che s'è detto osservarsi per esperienza.

Figura 176.

Se la colonnetta liquida RS, nella figura 176, termina in R, a una su-

perficie piana, abbiamo $S = K$, $S' = K + \frac{H}{b'}$: se poi termina alla convessità del menisco, sono invece l'equazioni $S = K + \frac{H}{b}$, $S' = K + \frac{H}{b'}$. E perche b, raggio della curvatura LRM, è maggiore di b', raggio della curvatura NO, è dunque manifesto che in R è sempre minor la pressione, che nel mezzo del medesimo arco NO, e per conseguenza quella delle due colonne liquide sottoposte deve rimanere, come di fatto s'osserva che rimane, più sollevata di questa.

La resultante della forza maggiore sulla minore, ne' due descritti sifoni, non è visibile in atto perchè, per l'uguaglianza de' momenti idrostatici, nei due rami si fa l'equilibrio, a quel modo che da un peso di due libbre non si vede sollevare il peso di una libbra sola, posto a una distanza doppia dal centro della bilancia. Ma se, come nella bilancia di braccia uguali, si potessero disporre i liquidi nei recipienti, si vedrebbero attualmente i menischi GH, NO di maggiori potenze spingere le colonne alla parte opposta, dove le resistenze si sono dimostrate minori. La desiderata disposizione la trovò bene il Laplace in una esperienza antica, e della quale il Musschenbroek, benchè s'aiutasse col parallelogrammo delle forze, non riuscì, come vedemmo, a dare una dimostrazione assoluta.

« Considerons maintenant une petite colonne de fluide, renformée dans un tube conique capillaire, ouvert par ses deux extremité. Soit ABCD (fig. 177) ce tube, et MM'N'N le colonne fluide. Supposons d'abord l'axe OE du tube horizontal, O étant le sommet du cône prolongé par la pensée. Supposons de plus la surface du fluide concave. Il viessible que le tube, etant plus etroit en p qu'en p', le rayon de courbure de sa surface est plus petit, dans le premier point, que dans le second. En nominant donc b et b' ces rayons l'action du fluide en p, sur un canal infiniment etroit pp', sera $K - \frac{H}{b}$, et en p' cette action sera $K - \frac{H}{b}$: ainsi b' étant plus grand que b, cette action sera plus grande en p' qu'en p, et par conséquent le fluide renformé dans le canal tendra a se mouvroir vers le sommet O du cône. Ce serait le contraire, si la surface du fluide était convexe, car alors ces actions seraient respectivement $K + \frac{H}{b}$, et $K - \frac{H}{b'}$. L'action du fluide sur le canal est donc alors plus grande en p qu'en p', et par consequent le fluide tend a se mouvoir de p vers p' (ivi, pag. 32, 33), ce que (ripeteremo il detto dal Laplace in altri simili propositi) l'experience indique encore » (ivi, pag. 25).

Figura 177.

A così fatte matematiche ragioni l'autore del Supplemento al X libro della Meccanica celeste riduceva il moto dell' ascesa e della discesa de' li-

quidi nei tubi capillari, non rimanendogli a far altro che dimostrare come conseguissero dalla teoria i particolari accidenti, che si osservano in simili esperienze, e particolarmente quello del vedere le dette ascese e discese farsi con lunghezze, che sempre stanno in reciproca ragione dei raggi. Attribuito ad H il solito valore, e intendendosi per θ, nella figura 171, l' angolo IYV, che il liquido, la gravità del quale sia g, fa con la parete del tubo di raggio l; il Laplace, nel caso che esso liquido salga, ne ritrova l' altezza q espressa dall' equazione $q = \frac{H}{g} \cdot \frac{\cos\theta}{l}$. Tale espressione analitica completamente risponde ai fatti, la verità dei quali sappiamo oramai che dipende dalla figura della superficie di livello, ossia dall' angolo θ, che, potend' essere o minore o uguale o maggiore di novanta gradi, fa sì che la detta superficie ora sia concava, ora piana, ora convessa. Nel primo caso $\cos\theta$ è positivo, e positivo con esso anche q, e ciò vuol dire che il liquido s' alza al di sopra dell' ordinario livello idrostatico. Nel secondo caso $\cos\theta$ e q sono zero, o sia il liquido non s' alza nè s' abbassa: nel terzo caso finalmente $\cos\theta$, e perciò q, son negativi, e ciò significa che il liquido si abbassa.

Per concluderne poi di qui che, o avvenga un' elevazione o un abbassamento, sempre le distanze dal livello ordinario son reciprocamente proporzionali alle grandezze dei raggi, preso un tubo di raggio l' diverso da l, e in cui l' altezza della salita sia q', avremo $q : q' = \frac{H}{g} \cdot \frac{\cos\theta}{l} : \frac{H}{g} \cdot \frac{\cos\theta'}{l'}$, ossia, nel caso che medesimo sia il liquido, e medesima la materia del tubo, $q : q' = l' \cos\theta : l \cos\theta'$.

Si osservi ora che θ e θ' son, nella figura 170, l' angolo formato dalla NR (condotta perpendicolare alla tangente la curvità dell' arginetto nel punto N) con essa tangente: la quale NR essendo la resultante delle NL, NK, non varia direzione, mentre che invariabili rimangano le materie del solido e del liquido, nè dipende affatto dallo spazio, in cui s' è descritto il quadrato MO, o dalla distanza della parete AO all' altra opposta del vaso: e insomma, trattandosi di vasi cilindrici, quali sono i tubi che contempliamo, è affatto indipendente dalla grandezza dei loro diametri. Il Laplace faceva le medesime osservazioni con quest' altro, forse men facile, e meno chiaro discorso: « La surface du tube peut donc être considerée comme etant plane a tres-peu-pres, dans un rayon egal a celui de sa sphère d'activité sensible. Le fluide dans cette intervalle s'abaissera donc ou s'elevera depuis cette surface, a tres-peu-pres comme si elle etait plane. Au-de-la ce fluide, n'etant plus soumis sensiblement qu'à la pesanteur et a son action sur lui-meme, sa surface sera à-peu-pres celle d'un segment sphèrique, dont les plans extrêmes etant ceux de la surface fluide, aux limites de la sphère d'activité sensible du tube, seront à tres-peu-pres dans le divers tubes egalement inclinés à leurs parois, d'ou il suit que tous ces segmens seroint semblables » (pag. 4, 5).

Se dunque θ e θ' sono uguali, $q : q' = l' : l$, secondo che, per corrispondere con l' esperienza, doveva resultarne dalla teoria. Come poi ciò re-

sultasse anche dalla formula del Clairaut, fu da noi già fatto notare, contro il giudizio che ne dette lo stesso Laplace, il quale ebbe nonostante ragione, quando disse che quel grande Geometra non aveva nella sua formula inseriti i principii, dai quali far conseguire un'altra legge, che s'osserva costantemente nella quantità dell'ascesa de' liquidi su per spazii strettissimi, in colonne parallelepipede, come fra due lamine parallele di vetro, pochissimo fra sè distanti. L'impotenza di dimostrar la qual legge fece il Laplace derivare dal non aver saputo il Clairaut spiegare co' suoi principii le proporzioni delle salite de' liquidi, nei tubi cilindrici, in virtù di alcune proprie e ben definite leggi dell'attrazione. « La connaissance de ces lois est cependant le point le plus delicat, et le plus important de cette theorie: elle est indispensable pour lier entre eux les divers phénomènes capillaires, et Clairaut en eût lui-meme reconnu la necessité, s'il eût voulu, par exemple, passer des tubes aux espaces capillaires renformés entre des plans paralleles, et deduire de l'analyse le rapport d'egalité, que l'experience indique entre l'ascension du fluide dans un tube cylindrique, et son ascension entre deux plans paralleles, dont la distance mutuelle est égale au demi-diametre du tube, ce que personne encore n'a tenté d'expliquer » (ivi, pag. 2).

Di giungere alla quale spiegazione il Laplace si preparava le vie, applicando l'analisi precedente a determinar l'altezza, a cui può giungere un liquido, dentro l'angusto spazio interposto fra la superficie convessa di un cilindro solido, e la concava di un tubo a lui concentrico, e ambedue composte della stessa materia. Se l sia il raggio della sezione del tubo, e l' quello della sezion del cilindro, rappresentando H, g, θ i medesimi valori della formula precedente, il Laplace giunge a determinare la quantità q' della richiesta altezza, per via dell'equazione $q' = \frac{H}{g} \cdot \frac{\cos\theta}{l - l'}$, la quale, paragonata con quell'altra di q, che dianzi l'Autore stesso ritrovava; gli fa legittimamente argomentare essere l'altezza del liquido dentro l'anello la medesima, che dentro un tubo cilindrico, avente raggio uguale a $l - l'$. Giunto alla qual conclusione, è notabile che il Laplace confidi al corollario seguente il merito e i vanti della sua scoperta: « En supposant infinis les rayon du tube et du cylindre, on avra le cas de deux plans verticaus et paralleles tresprecues l'un de l'autre: le theorema precedent a donc encore lieu dans ce cas, que nous allons traiter par une analyse particuliere » (ivi, pag. 28).

Da questa storia argomenteranno forse i Lettori che le speculazioni analitiche del Laplace, quanto sono ingegnose, altrettanto sian semplici. Vero è bene che, de' calcoli di lui, abbiamo riferite le sole conclusioni, ma chi volesse ritesserne i processi non ci troverebbe difficoltà, pur che egli avesse notizia delle regole elementari del calcolo infinitesimale. Nonostante, chiunque si metta a svolgere le pagine del citato *Supplemento*, in ritrovarle così per tutto cincischiate di simboli algebrici e d'equazioni, involte in grappe corpulente, e in parentesi, riformerebbe il giudizio intorno alla semplicità delle supposte regole elementari.

Di qui coglieranno i curiosi occasione di domandare: se quel suntuoso macchinamento di calcoli fu scelto dall'Autore, per fare sfoggio della sua arte analitica, o perchè veramente fosse di necessità richiesto dall'indole del soggetto. Per rispondere a ciò, giova rammemorare quel che altrove osservammo dell'onnipotenza, che s'incominciò ad attribuire all'analisi matematica, dopo l'Eulero. Per quel che poi particolarmente riguarda il Laplace, non si vuol dimenticare l'esempio, che ne dette nella dimostrazione del parallelogrammo delle forze: e come questa, condotta per via del calcolo differenziale, riuscì inutile, anzi dannosa; così potrebb'essere che inutili e dannosi riuscissero certi processi, nel trattato delle azioni capillari. Si vorrà dunque dire che fu questa un'arte dell'Autore, per soggiogare gl'ingegni? Veramente una tal'arte è molto in voga presso certi filosofi, e certi poeti, che si fanno ammirare, per non essere intesi, e per saper, con un gioco di prospettiva, far apparire gli oggetti così lontani, da non si credere accessibili alle braccia di tutti, i quali perciò si rassegnano a riconoscersi pigmei, umiliandosi a quelli, che, rispetto a loro, debbon dunque esser giganti.

Comunque sia, il Laplace trovò molti che rimasero così soggiogati, fra i quali il Rumfort basti per tutti. Gettandosi in faccia al valoroso Fisico che la pellicola superficiale de' liquidi veniva a dissiparsi, come un fantasma, innanzi alle verità dimostrate dal Laplace; rispondeva che la *coesione* fra le minime particelle, necessaria al formarsi le dette pellicole, non differiva in sostanza dall'attrazione molecolare. Che se non ne aveva dimostrate le leggi, ingenuamente confessava esserne causa la così poco profonda conoscenza, che trovava in sè dell'alta analisi matematica. « Je dois pourtant avouer que je ne suis pas assez versé dans la haute Geometrie, pour pouvoir bien comprendre les calculs de M. De la Place sur ce sujet, et je me garderai bien de les juger. Il faudroit sans doute avoir une connoissance tres-profonde des methodes analityques, pour sentir la force de ses demonstrations » (*Bibl. Brit., mois de Mai 1807, Sciences et Arts*, pag. 3).

Quel che però a noi più importa è di narrare le sorti, che le teorie del Laplace incontrarono in Italia: sorti ch'essendo state varie ci contenteremo di veder rappresentate negli scritti de' due valenti fisici e matematici, Giovacchino Pessuti, e Fabrizio Mossotti.

Il dì 22 Maggio 1808 la Società italiana delle Scienze riceveva la Memoria del Pessuti intorno alla *Teoria dell'azion capillare del signor De-la-Place, ridotta alla più semplice ed elementare Geometria.* Diceva nel proemio l'Autore di essersi messo all'opera, in grazia di coloro che, non avendo le sottigliezze dell'analisi sublime così familiari, erano perciò impediti di gustar le bellezze delle verità dimostrate dall'Autore della Meccanica celeste. Ma accadde per verità al Pessuti come a chi troppo largamente promette. La semplice Geometria elementare, essendo strumento troppo ottuso a penetrar la durezza del soggetto; non potè nemmeno il Nostro fare a meno di introdurre qualche equazione differenziale, con i suoi integrali, chi sa la regola delle quali operazioni non trova difficoltà nel tener dietro ai passi del

Matematico francese, benchè siano più lunghi, e più intricati. Nè dall' altra parte ci deliberano da questa pena parecchie analisi geometriche della detta Memoria, il merito della quale consiste nell' aver dato miglior ordine al metodo, d' onde vengono a scoprirsi certe fallacie, e a scansarsi alcuni errori, ne' quali nessuno forse, prima del Pessuti, avrebbe sospettato mai fosse caduto un matematico come il Laplace.

Nel citato *Supplemento* fa l' Autore conseguir dalla sua analisi generale la soluzion del problema, fisicamente risoluto già dal Borelli, il quale però non aveva ancora osservato che quell' attrarsi scambievole de' leggieri corpuscoli sull' acqua, era proprio anche a due lastre di vetro, poste nelle medesime condizioni.

Figura 178.

Siano NR, MB (fig. 178) i profili delle due dette lastre, fra le quali, standosi elle prossime, salga sopra il naturale livello VPV' il liquido infino in NOM, formando all' esterno gli arginetti VZ, V'Z'. Il Laplace dimostra che la pressione del liquido sopra la NR, per farla aderire alla MB, uguaglia il peso di una mezza colonna parallelepipeda di liquido, avente per base il rettangolo di NZ nella larghezza della lastra, e per altezza NG + GZ. Dopo che immediatamente così soggiunge: « Un resultat semblable a lieu pour le plan MB, on a donc ainsi la force, avec la quelle les deux plans tendent a se rapprocher, et l' on voit que cette force eroit en raison inverse de leur distance mutuelle » (pag. 44).

Ma si contiene in queste parole un' errore manifesto. Chiamata infatti L la larghezza della lamina, la forza F della pressione è dunque, secondo il Laplace, uguale a $\frac{L \, . \, NZ \, (NG + GZ)}{2} = \frac{L \, . \, NZ \, (NZ + 2 \, GZ)}{2}$. Accostandosi di più o scostandosi NR da MB, e perciò il livello da N alzandosi o abbassandosi in N', la nuova forza che ne resulta sarà uguale a $\frac{L \, . \, N'Z \, (N'Z + 2 \, GZ)}{2}$, e perciò avremo $F : F' = NZ \, (NZ + 2 \, GZ) : N'Z \, (N'Z + 2 \, GZ)$. E perchè GZ, che è quantità piccolissima rispetto a NZ e a N'Z, può trascurarsi; $F : F' = NZ^2 : N'Z^2$. Considerando poi che, essendo uguali gli arginetti dalla parte di dentro e da quella di fuori, $NL = ZG$, e perciò $NZ = OP$, $N'Z = O'P$: e che inoltre OP, OP', altezze delle colonne liquide fra le due lastre, stanno reciprocamente come le D', D, loro mutue distanze; s' otterrà finalmente $F : F' = D'^2 : D^2$. E di qui appar manifesto che le forze impellenti le lastre al contatto sono in ragion dei quadrati, e non in semplice *raison inverse de leur distance mutuelle.*

Il Pessuti si conferma nella verità di questa legge, per analogia di ciò che si osserva in tutte le attrazioni a sensibile distanza, e attribuisce l' asserzione del signor De la Place, che lo fa stupire, *o a una svista o a un*

errore di stampa. (*Memorie* cit., T. XIV, P. I, Verona 1809, pag. 142 in nota). Comunque sia, non sembra a noi che valgano queste scuse là, dove il Laplace stesso deduce, dal valore di $q' = \frac{H}{g} \cdot \frac{\cos\theta'}{l - l'}$, la quantità dell'altezza, a cui giunge il liquido fra due lastre parallele, supponendo che l e l', raggi, siano di lunghezza infinita. Perch' essendo gl' infiniti uguali, la loro differenza $l - l'$ è zero, e il non si concluder nulla dall' equazione dà segno manifesto che il metodo è sbagliato.

L' origine dello sbaglio è dall' avere il Laplace giudicata la formula del Clairaut difettosa, in dimostrare le proporzioni dell' ascesa de' liquidi in due tubi di vario diametro, e in mezzo a due lastre, poste a più o men prossima distanza fra loro. Ma principalmente è a riconoscersi quella origine dall' aver voluto far dipendere la dimostrazione dei due fatti distinti da una medesima analisi generale. Il bisogno di questa analisi non si faceva però giustamente sentire, se non colà, dove, dai semmenti di sfera o dai menischi, si faceva trapasso ad altra qualità di figure, come sarebbe quella, che prende la liquida superficie fra due lastre di vetro, molto prossime e parallele.

Che del resto la particolar formula del Clairaut, non solo era sufficiente, ma porgeva il mezzo più semplice e più diretto di dimostrare che, nei tubi assai stretti, le altezze son reciprocamento proporzionali ai raggi delle sezioni, come conseguenza immediata delle forze attrattive dei menischi. Il Laplace invece volle ciò dedurre dalla formula generale, che concludeva il valore di quelle stesse forze attrattive per qualunque genere di superficie, e giunse, come si sa, a dar l' altezza della colonna liquida nell' interno del tubo, espressa dal prodotto della costante H, nel coseno di θ, diviso per il raggio. Per fare apparir poi la relazione, che questa legge della salita nei tubi cilindrici ha con la legge della salita nell' interstizio di due lastre parallele, collega i due fatti con quello della salita su per lo spazio annulare, lasciato fra un cilindro e il tubo che lo circonda, perchè questi, mentre partecipano delle proprietà de' cannelli, essendo piccoli i raggi, si rendono poi facilmente alle condizioni delle lastre parallele, supponendo quegli stessi raggi grandissimi o infiniti. Ma come in questo caso divenga muta di ogni espressione la formula del Laplace, già fu detto, e di ciò accortosi il Pessuti, pur serbandosi fedele alle dottrine del grande Matematico francese, dette altr' ordine al metodo di lui, e, se non sempre più semplice, lo ridusse certamente a più logica ragione.

Come, dal caso particolare che la superficie attraente sia in figura di semmento sferico, si deduca la quantità dell' altezza del liquido, in un cannello cilindrico, molto più facilmente che deducendola dalla general formula del Laplace; il Pessuti lo dimostra con un esempio, che si può, col seguente discorso, rendere anche più semplice e più spedito. Sia nel tubo AF (fig. 179) il solito filetto DQ, comunicante, per mezzo del canaliculo QR, con RI, terminato in I a un punto della GH, superficie del liquido, in cui si suppone il detto tubo essere immerso. Tenendosi per ragione idrostatica IR con LQ

in equilibrio, dunque DL non preme niente sopra la sua base L, ciò che dev' essere, perchè alla forza del peso di lui è uguale e contraria l' azion del menisco. Ma questa è $\frac{K}{b}$, e quello, cioe il peso della porzione DL, chiamata g la gravità specifica del liquido, è manifestamente g . DL; dunque $\frac{K}{b} = g \,.\, DL$, ossia $DL = \frac{K}{g \,.\, b}$.

Come poi questa espressione semplicissima risponda alle varie condizioni del problema, non meno di quell' altra, che il Laplace ricavò con calcolo sì laborioso dalla sua formula generale; si vedrà facilmente per ognuno, che voglia mettersi a farne la prova. Se b infatti che risponde al raggio DC, disegnato nella figura, è infinito (ciò che significa essere la superficie piana) DL è zero. E se b è negativo, che vuol dire trasformarsi la superficie di concava in convessa, anche DL ha valor negativo, ossia, come nel mercurio si osserverebbe, avremmo una depressione della colonnetta liquida sotto il livello di GH, in luogo di un alzamento.

Figura 179.

Con la medesima semplicità vien portato, da questo indirizzo, il Pessuti a concludere le ragioni delle altezze, in due tubi, reciproche alle lunghezze dei raggi. Perchè, preso insieme con l' AF, un altro tubo NM, in cui l' altezza del liquido viene espressa per $XM = \frac{K}{g \,.\, b'}$, essendo $b' = PX$, raggio della curvatura del menisco NXO; si giunge alla proporzione DL : XM = PX : CD. E perchè i raggi PX, CD, per la similitudine degli archi NXO, ADB, stanno come le respettive corde, che sono i diametri dei tubi; dunque DL : XM = NO : AB.

Il teorema della salita del liquido, fra due lamine parallele, è di un ordine superiore a questo, e perciò saggiamente il Pessuti ne distinse la dimostrazione, facendola dipendere da principii più complicati, secondo il complicarsi della figura, che là era un semmento di sfera o un menisco, e qua un semmento di cilindro o una doccia. Nella sfera basta la sezione di un piano, essendo la curvatura simmetrica intorno a un asse solo. Ma, dove manca una tale semplicità di simmetria, ci vogliono due sezioni perpendicolari, e perciò due saranno i raggi delle curvature, o delle osculazioni, che debbono considerarsi. Di qui è che il Laplace formulava così quel suo principio generale, per altre più semplici vie dimostrato poi dal nostro Pessuti:

« Dans toutes les lois, qui rendent l'attraction insensible à des distances sensibles, l'action d'un corps terminé par une surface courbe, sur un canal interieur infiniment etroit, perpendiculaire a cette surface, dans un point quelconque; est egale à la demi-somme des actions sur le meme canal de deux sphères, qui auraient pour rayons le plus grand, et le plus petit des rayons osculateurs de la surface a ce point » (*Supplement* cit., pag. 4). E perciò sarà per simboli questo principio espresso da $\frac{H}{z}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{b'}\right)$. dove H è la solita costante, e b, b' i due detti raggi osculatori.

Rappresenti ora ABCD (fig. 180) un piccolo tratto della doccia, secondo la quale si dispone il livello del liquido, fra le due lastre, e si consideri l'azione attrattiva di lei nel punto I, uno de' raggi osculatori al quale, cioè b sarà quello del circolo, a cui appartiene l'arco BIC. Ma l'altro raggio, rappresentato da b' e diretto secondo la IK, tornerà infinito, essendo EF una linea retta. Dunque in questo caso $\frac{1}{b'}$ sparisce dalla formula, la quale perciò si riduce ad $\frac{H}{2b}$.

Ciò stante, si applichi l'azione della superficie ABCD in attrarre il filetto IG in mezzo alla colonna parallelepipeda AM, e si consideri insieme il menisco NOP, il raggio di curvatura del quale uguagli quello di BC, applicato ad attrarre nel punto O il filetto OQ, dentro il cilindro NR. Essendo la superficie, nel vaso dell'immersione, TV, e SG in equilibrio idrostatico con LH, il peso della porzione IS, che, ritenute le denominazioni di sopra, è g . IK, vien sostenuto dall'azion contraria della superficie a doccia, nel punto I. E perchè l'intensità di quest'azione ha, come s' è detto, per misura $\frac{H}{2b}$; dunque g . IS $= \frac{H}{2b}$.

Figura 180.

Similmente, essendo XQ equilibrato da YQ, e il peso della porzione OX, che è uguale a g . OX, sostenuto dall'azione attrattiva del menisco nel punto O, con intensità espressa da $\frac{H}{b}$; s'avrà g . OX $= \frac{H}{b}$, e perciò IS : OX $=$ 1 : 2. Abbiasi poi un altro tubo cilindrico, di diametro uguale alla metà di NP, e in cui salga il medesimo liquido all'altezza A: sarà per la nota legge sperimentale OX : A $=$ 2 : 1, la qual proporzione, moltiplicata per la precedente, dà IS . OX $=$ A . OX, ossia IS $=$ A. Ciò vuol dire tale essere l'al-

tezza della colonna parallelepipeda AM, e di tutte le altre simili, in che può distinguersi il liquido, salito fra due lamine parallele, quale in un tubo cilindrico, avente un raggio pari alla distanza fra le lamine stesse, conforme a ciò che fu primo a dimostrare il Laplace, e che fu l' oggetto delle sue compiacenze.

L' altro simile teorema delle salite de' liquidi su per gl' interstizi annulari; dallo stesso Laplace introdotto, per collegare insieme gli effetti, che si osservano nei tubi cilindrici, con quelli, che si osservano nelle lamine parallele, diviene per il Pessuti indipendente, e può riguardarsi come nn corollario delle azioni attrattive della liquida superficie fra le lamine stesse. È manifesto infatti valere la medesima dimostrazione, sia quando la base della superficie a doccia è un rettangolo, sia quando ella invece è un trapezio, per essere il lato del poligono inscritto al tubo sempre maggiore del corrispondente lato del poligono circoscritto al cilindro concentrico, fra cui e lo stesso tubo si forma l' anello.

Non è che, sebben rese così più dimestiche, le teorie del Laplace sodisfacessero in tutto ai nostri Fisici e Matematici. Ma la fama dell' Autore, il periglioso gorgo, toccato in ogni più riposto seno del suo fondo, e lo stesso magnifico apparato dell' analisi infinitesimale, concorsero tutt' insieme a diffondere anche fra noi le dottrine del Matematico francese, più efficacemente dei commentarii fattivi dal Pessuti. Esaminatasi poi, con mente più riposata, la sottile questione, la facile onda dei plausi s' arretrò al soffiare avverso delle censure, intanto che il Mossotti (*Lezioni di Fisica matemat.*, T. I, Firenze 1843, pag. 130) giudicò non aver fatto altro il Laplace che *adombrare, con poca esattezza,* la teoria del Joung, ripresa dal Poisson, e condotta alla sua perfezione.

Il quinto libro del *Traité de Macanique* è dal Poisson riserbato all' Idrostatica, e nel secondo capitolo si propone di trovar l' equazion generale dell' equilibrio dei fluidi, le particelle de' quali, prese d' insensibile grandezza, si possono riguardare, egli dice, *comme une masse continue, dont la densité est constante,* benchè anch' essi fluidi, come tutte le altre sostanze, e i corpi solidi, nel complesso della loro mole, siano composti *des molecoles disjointes et separées par des espaces vides* (Bruxelles 1838, pag. 366). Dentro la massa fluida ABCD (fig. 181) si consideri un punto M, riferito ai tre assi ortogonali Ox, Oy, Oz dalle ordinate x, y, z, e siano X, Y, Z le forze date, che lo sollecitano secondo quelle tre direzioni: chiamata ρ la densità del fluido, la pressione p sofferta dal detto punto M è per il Poisson espressa dall'equazione $dp = \rho\,(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz)$.

Figura 181.

« Lorsque le point M (osserva poi l' Autore) est situé a la surface du fluide, ou qu'il n'en est eloigné que d'une distance moindre que le rayon

d'activité des forces moleculaires, on doit avoir égard a ces forces, et à la variation rapide de la densité superficielle, dans le calcul des composantes X, Y, Z, et par suite de la valeur de p, déduite de la formule. Il en resulte une influence des forces moleculaires sur la figure du liquide en equilibre, qui n'est pas sensible en general, et qui ne le devient que dans les espaces capillaires. On ny aura point égard dans ce Traité, et, pour tout ce qui concerne les phenomènes de la capillarité, je renverrai à la *Nouvelle theorie de l'action capillaire,* que j'ai publiée il y a deux ans » (ivi, pag. 375).

Abbiamo voluto trascrivere nella sua integrità questo passo, perchè contiene in germe la teoria, che il Poisson dava delle azioni capillari, per vedere lo svolgimento della quale converrebbe consultare il trattato, che vi sì cita, e donde apparirebbero i criteri, a cui s' informò il giudizio del Mossotti. Ma di questa consultazione dobbiam lasciare agli studiosi ogni cura, per non dilungarci di troppo dai termini, che sono stati imposti alla nostra Storia.

CAPITOLO VI.

Delle prime speculazioni ed esperienze d'Idrodinamica

SOMMARIO

I. Delle leggi idrodinamiche incluse nei teoremi idrostatici di Galileo, e spiegate dal Castelli nel primo libro Della misura delle acque correnti. — II. Delle relazioni tra il Discorso galileiano intorno i galleggianti, e il primo libro Della misura delle acque correnti: della pubblicazione di questo libro, di cui si volle dire che la scienza non era nuova — III. Della legge delle velocità proporzionali alle altezze, assegnata dal Castelli nel secondo libro Della misura delle acque correnti, di cui si difende la proprietà contro le accuse di plagio. — IV. Delle prime rivelazioni, e delle prime proposte relative alla legge delle velocità proporzionali alle radici delle altezze.

I.

L'ascesa dei liquidi nei tubi capillari, e la loro discesa rispetto al livello del più largo vaso, dentro cui si siano immersi, o la differente altezza, a cui essi liquidi giungono, essendo il cannello e il vaso continuati, si notarono da lungo tempo come fatti eccezionali alla legge idrostatica, che costantemente s'osserva in tutti i fluidi comunicanti. Altri fatti però occorsero ad osservarsi, che fanno alla detta legge un'eccezione anche più singolare, per cui richiamarono a sè l'attenziòne dei Fisici moderni.

Vincenzo Brunacci incomincia così un suo opuscolo che, insieme con altri scritti in diverse occasioni, fu pubblicato dal Silvestri di Milano, dopo la *Memoria sulla dispensa delle acque* del medesimo Autore: « Dal sapersi dimostrato nella Idraulica che in due vasi comunicanti il fluido si pone al livello; dal vedersi sempre verificata questa legge negli sperimenti instituiti a bella posta, e riferiti in tutte le Scuole; è dessa passata, per così dire, in proverbio, in guisa che, anche gl'ignari delle più semplici dottrine delle acque correnti, ogni momento te la ripetono. Ma è ella poi vera, anco quando la

comunicazione da un vaso all' altro è oltremodo difficile ed impedita? » (*Biblioteca scelta,* T. CCVIII, Milano 1827, pag. 151).

Che il fatto comunemente asserito non si verifichi, nel caso che alla libera comunicazione si frapponga qualche impedimento, il Brunacci lo dimostra con tre varie esperienze, nelle quali l' acqua non può comunicare da un vaso all' altro, se non che attraversando strati ora di terra, ora di sabbia, ora di ghiaia. Nè a diverse cause da questa, cioè dalla comunicazione impedita, attribuisce il fatto delle pozzanghere, che si osservano a piè degli argini, e sul fondo delle navi, dove l' acqua, che dee filtrare attraverso ai pori della terra e alle commessure del legno, rimane di tanto inferiore al livello del fiume.

Altre simili esperienze, descritte dall' Hauksbee e confermate dal Newton, avevano condotto a resultati tutt' affatto contrari, ma è da osservare che, sebbene l' acqua, su per il tubo pieno di cenere, incontra non lieve la resistenza, com' apparisce dal vedere la velocità della sua ascesa sempre più ritardata; viene a superarsi nulladimeno una tal resistenza dall' attrazione molecolare, che tanto si fa maggiore, quanto la cenere stessa dentro il tubo è più fortemente compressa.

In qualunque modo, anche il dislivello, che si osserva ne' tubi capillari, si può ridurre al principio della comunicazione impedita. Ne' vasi infatti, rappresentati dalle figure 175 e 176 intercalate qui addietro, il livello GH dell' acqua non risale infino al livello IK, perchè il menisco maggiore, anche maggiormente ne impedisce il moto. In simil guisa il mercurio NO non raggiunge il livello del mercurio LM, perchè nella canna più stretta trova maggiore la resistenza. Sempre dunque il dislivello idrostatico è un effetto delle resistenze, siano queste dovute alle azioni capillari o ad altre cause meccaniche. Quindi è che, negli esperimenti instituiti a bella posta e riferiti in tutte le Scuole, i liquidi si costituiscono ad ugual livello, perch' essendo i vasi piccoli, e perciò i moti brevi, gl' impedimenti sono insensibili. Ma nei grandi condotti, come sarebbero per esempio quelli costruiti per menar l' acqua da un colle vicino sulla piazza di una città, non è possibile far sì che l' acqua stessa, nei getti e nelle conserve, giunga alla precisa altezza da cui fu scesa.

A mezzo il secolo XVI sembra che gl' ingneri d' acque, anch' essi illusi dall' esperienze delle Scuole, non avessero fatto una tale avvertenza, per cui spesso rimasero senza effetto le loro imprese, con grave danno del pubblico e dei privati. Sorse allora il Cardano,. con grande zelo, a fargli ravvedere dei loro errori, osservando che altrimenti avviene nei lunghi condotti, ne' quali l' acqua prima scende e poi sale, da quel che avvien nei sifoni da travasare, ne' quali il liquido prima sale e poi scende. « Si autem aqua descendat primo, deinde ascendat ut in figura sequenti 182 ex A in B, inde in E, et postmodum in C et in D; tunc pervenire poterit si D minus

Figura 182.

distet a linea BC, quam A locus ex quo descendit. Sed oportet in singulis spatiis certam esse differentiam altitudinis A et D. Quanto enim longior via fuerit eo maior differentia A et D, iuxta altitudinis mensuram, esse debet. Hinc errores quorumdam, qui, ad libramentum eum conati essent aquas deducere, maximas iacturas impensarum susceperunt. In singulis igitur millibus passuum A altius palmo esse debet quam D, ut in decem millibus passuum decem palmis » (*De subtilitate,* Lugduni 1580, pag. 25).

Notabile è però la causa, che il Cardano assegna a questo rimaner l'acqua che sale, al di sotto di quella che scende, un palmo per miglio. E benchè, accennando al bisogno di ristorar l'impeto perduto, sembri voler dar qualche parte alle resistenze, la ragion principale nulladimeno ei la riconosce dall'evidente rotondità dell'acqua, la quale dalla superficie degli orci pieni è manifesta. « Causa huius est aquae rotunditas evidens, quae etiam in urceorum superficie apparet. Unde ad libramentum, licet A sit altius quam D (non tamen erit altius, quandoque loco medio inter A et D) indiget etiam impetu quodam. Sed haec nunc praeter intentum quasi sunt: volui tamen, ob magnitudinem periculi et erroris frequentiam, haec subiecisse » (ibid.).

Se O, nella medesima figura 182, è il centro della sfera dell'acqua, e AO, DO sono i raggi, che ne misurano le distanze, apparisce chiaro perchè, secondo il Cardano, il punto D sia costituito in più umile luogo di A. L'errore dunque dipende dalle illusioni, che la rotondità del mare suol fare agli occhi dei naviganti, ond'è che il Porta non ebbe tutti i torti a riconoscere per una pazzia questa vantata sottilità di pensieri. « Cardano dice che la superficie del mare sia rotonda, e si riconosce per gli orcioli pieni. Ma io non so com'egli possa lasciarsi uscir di bocca tante pazzie » (Spiritali, Napoli 1606, pag. 23).

In ogni modo, non curandoci per ora delle teorie, dietro i fatti, da così lungo tempo osservati negli equilibri idrostatici, si può dunque concludere che i liquidi soggiacciono alle medesime leggi dei solidi, i quali risalirebbero alla medesima altezza da cui scesero, sempre che se ne rimovessero tutti gl'impedimenti. E perchè questo è uno dei principii fondamentali della Dinamica nuova sembrerebbe che a Galileo si dovesse presentare spontenea l'applicazione di quello stesso principio, a rinnovellare l'Idrodinamica. Tanto più che, a ingerire una tale opinione, predisponeva le menti qualche passo, da noi citato a suo luogo dai dialoghi dei due Massimi Sistemi, in cui l'Autore, per confermare il supposto che, nella scesa, il solido acquista tant'impeto, da risalire alla medesima altezza perpendicolare; adduceva per argomento il ridursi l'acqua, ne' due rami del sifone, allo stesso livello. E veramente da questa esperienza fatta in vasi piccoli, e conferita con ciò che altrimenti s'osserva nei lunghi condotti, s'ebbero, come vedremo, le prime rivelazioni d'Idrodinamica nuova. Apparirono però più tardi di quel che non pareva prometterci Galileo, il quale ebbe a trovare non poche difficoltà, a riconoscer che il liquido, nella sua mole continuata, giunto in fondo al sifone, acquista quell'impeto, che si concepirebbe da una sfera solida in sè

raccolta e distinta. Di qui è che, rimanendogli circoscritti i pensieri dentro gl' insegnamenti della Statica antica, secondo cui le pressioni fatte sul fondo del vaso son misurate dal numero degli strati sopraincumbenti, o dalle semplici altezze; l' Idrodinamica non venne perciò promossa da lui, nè dallo stesso Castelli se non che assai debolmente. La conclusione che si pronunzia ora da noi così sentenziosa, ci verrà dimostrata dalla Storia, al più ordinato svolgimento della quale convien premettere alcune considerazioni intorno allo stato della Scienza antica, per vedere com' ella preparasse i progressi alla nuova.

La Dinamica riconosce le sue prime e più antiche origini dal modo usato di misurare i momenti, e quelle che poi si dissero quantità di moto, dal prodotto della massa per la velocità impressa. In Aristotile si trova questo principio sotto la forma di quell' altro, più noto oggidì col nome di principio delle velocità virtuali, applicato a dimostrar l' equilibrio nelle Macchine, ma il Nemorario fu che l' estese ai gravi naturalmente cadenti. E perchè dal numero dei corpi gravi non si escludono i liquidi, s' intende come la Dinamica e l' Idrodinamica, infin da quei tempi, nascessero gemelle. Dalla detta misura universale dei momenti, applicata al moto dell' acque, conseguiva legittimamente, e quale verità immediata, doversi la quantità de' flussi e delle correnti misurare dal prodotto delle velocità per le sezioni, d' onde, supposte le quantità uguali, resultava dimostrata la legge fondamentale idrodinamica del rispondersi le velocità e le sezioni in ragione contraria. Similmente, dall' essere, in eguale quantità di discesa perpendicolare, uguali i momenti di due moli uguali, si concludeva legittimamente che da due bocche uguali uscivano nel medesimo tempo quantità uguali d' acqua, comunque fossero i canali inclinati. Quale esplicazione avessero questi principii, e quali applicazioni ne facessero gl' Idraulici del secolo XVI, alla dispensa delle acque e al regolamento dei fiumi, di disse nel capitolo primo di questo Tomo e basta il già detto quivi a rappresentare lo stato, in cui si trovava la Scienza poco tempo prima di quella sua, ch' ebbe il nome di restaurazione. Ci esprimiamo così, perchè in verità fu piuttosto una demolizione, come or ora vedremo, dop' avere accennato ai progressi, che naturalmente s' aspettava da un tale stato di cose.

È assai facile intendere che quei progressi consisterebbero nel sostituire la vera legge delle velocità, acceleratrici il moto delle acque, a quella, che i Matematici del secolo XVI assegnavano alle cadute di tutti i corpi gravi. Si sa dalla Storia della Meccanica che costoro ammettevano le dette velocità proporzionali agli spazi, e non eccettuando, com' era giusto, da questa generalità i liquidi, ne conclusero legittimamente essere proporzionali alle semplici altezze le velocità delle acque correnti. Galileo, dimostrando che gli spazi passati non serbano altrimenti la proporzione delle velocità semplici, ma dei loro quadrati, aveva rinnovellata la Dinamica, e, se procedeva con la logica degli antichi, avrebbe nello stesso tempo rinnovellata altresì l' Idrodinamica, argomentando che, per essere i liquidi corpi come tutti gli altri

gravi, le velocità delle loro cadute perpendicolari, non avrebbero dovuto corrispondere con le semplici altezze, ma con le loro radici. Questi erano i progressi che la Scienza del moto delle acque s' aspettava da Galileo, e ora è da narrare come ne rimanesse defraudata.

S' accennava di sopra a una demolizione, alla quale soggiacque la Dinamica, miseramente avvolta fra le rovine dell' edifizio peripatetico. Dal Benedetti Galileo, e da Galileo il Cartesio prese l' esempio, ma ambedue gli arditi rinnovatori trapassarono le intenzioni del Matematico veneziano, che da quella distruzione avrebbe prudentemente voluto salvare il buono, e non disperdere i materiali utili, ma servirsene alla costruzione del nuovo edifizio. Che del buono e dell' utile, particolarmente rispetto all' Idrodinamica, veramente ci fosse, lo sanno oramai bene i nostri Lettori, ai quali additammo gli esempi, datine dai discepoli del Nemorario, rimasti segnatamente impressi nelle opere del Cardano. Ma Galileo non vuol nulla saper di costoro, i quali non scrissero, intorno alla Scienza, a parer suo, fuor che favole e romanzi, cosicchè sopra un' area più libera vuol esserne ricostruito l' edifizio da' suoi fondamenti, in disparte, e lontano dall' edifizio peripatetico, che non avesse a nuocere colle rovine e coll' ombra.

La prima mano alla costruzione fu data col Discorso intorno alle cose che stanno in su l' acqua, o che in quella si muovono. Ci avverte in principio l' Autore che di ciò fu trattato già da Archimede, ma ch' egli viene a confermarne la verità delle dimostrazioni *con metodo differente, e con altri mezzi* (Alb. XII, 13). Quel metodo però, che consiste nel fare i ragguagliamenti tra la gravità e la velocità, confessa che non è nuovo, ma che *fu considerato da Aristotile come principio, nelle sue Questioni meccaniche* (ivi, pag. 16) ed è precisamente il principio delle velocità virtuali, che Galileo vuole applicare all' equilibrio tra i liquidi e i solidi immersi, e perciò tutta la novità si farebbe consistere in così fatte applicazioni.

Ma era ella questa propriamente una novità? Potrebbe forse ritenersi per tale, rispetto al particolar modo di dimostrare i teoremi di Archimede, ma nella sua universalità quel metodo l' avevano usato i Matematici del secolo precedente, con applicar la misura dei momenti a ogni genere di questioni idrostatiche. I teoremi di Galileo si può dire insomma che fossero un corollario di proposizioni precedentemente già dimostrate, e dal non aver riconosciuto l' ordine assiomatico di questo processo logico si può dir che dipenda tutta l' imperfezione dell' opera data all' Idrodinamica da lui stesso. Ma a voler che avesse riconosciuto ciò bisognava non avesse disprezzate, così come fece, le tradizioni precedenti, o che non le avesse accolte solo in parte ma intere: non si doveva trattener nelle Questioni di Aristotile, ma considerare gli svolgimenti, che avevano avuto dai Discepoli del Nemorario, quali furono per esempio il Tartaglia, il Cardano e il Buteone. Le voci di costoro risonavano allora alte per tutto il mondo scientifico, e per quanto Galileo si turasse le orecchie, o ne rifuggisse lontano, non era possibile che non gli rimanessero impresse l' arie, se non le parole, del canto. Come poteva, nel

trattar de' proietti, usare il linguaggio stesso introdotto nell' arte dal Tartaglia, senza risentirne l' eco delle dottrine? E nella legge delle cadute dei gravi lungo i piani inclinati, o nell' uso della Bilancetta idrostatica, com' è credibile che, inconsapevole affatto, si riscontrasse nei teoremi e nelle invenzioni del rude Matematico di Brescia?

Ma non si può tacere in questo proposito un esempio offertoci dal Buteone. Fra le Opere geometriche di lui, applicate a questioni giuridiche, si legge un capitoletto intitolato *Geometriae cognitionem Jureconsulto necessariam,* a dimostrare la qual necessità propone questo caso curioso: Tizio, essendo in viaggio, lascia a Lucio un sacco, formato d' un' assicella rotonda per fondo, intorno alla quale essendo cucita una tela, tenuto ritto, figurava un cilindro; perchè glie lo empisse di grano, dandogli libertà, se gli fosse tornato comodo, di metter la medesima misura in altri sacchi. Ora, Lucio, misurato il fondo di quello portatogli da Tizio, e trovatolo sedici piedi di circonferenza, e sei di altezza della tela, empì quattro sacchi della medesima forma, ma di quattro piedi di circonferenza ciascuno e ugualmente alti, e tornato il compratore gli disse, nell' atto di volerglieli consegnare, che i quattro piccoli facevano insieme la misura stessa del grande, secondo la richiesta. Tizio, per qualche esperienza che ne aveva, sospettò che vi fosse inganno, ma quell' altro badava a dire che la cosa era certa, come si può essere certi d' aver sedici da quattro via quattro. « Sed quid faciat, soggiunge il Buteone, aut quo se vertat Titius, volens contra Lucium agere depositi? Nusquam enim patronum sibi, nisi sit idem Geometriae peritus inveniet, qui causam tam apparenter malam defendere velit, aut certe possit. Sed ponamus invenisse: is igitur apud Praetorem causam sui clientis sustinebit in hunc modum. Dolo malo fecit Lucius, illustrissime Praeses, qui solum quadrantem depositi pro toto reddere falsis argumentis praetendit: hoc est quatuor saccos frumenti pro sexdecim quot habuit depositum. Hoc autem ita demonstro » (*Opera geometrica,* Lugduni 1554, pag. 136).

La dimostrazione, che fa l' avvocato di Tizio innanzi al Pretore, è condotta facilmente così, dietro le regole più elementari della Stereometria. Si chiami S il sacco grande, col fondo circolare di raggio R, *ss* si chiamino i quattro sacchi più piccoli, col fondo di raggio r ciascuno, e sia A l' altezza uguale per tutti. Dalle due equazioni $S = 8 . R . A$, $ss = 4 . 2r . A$, verrà istituita la proporzione $S : ss = R : r$. E perchè i raggi stanno come le circonferenze, ossia nel caso proposto come 16 a 4; dunque $S : ss = 16 : 4 = 4 : 1$, d' onde viene a decidersi aver avuto Tizio ragione di reclamar contro Lucio, non contenendo i quattro sacchi piccoli, se non che la quarta parte del grano, che si sarebbe contenuta nel grande.

Ora si sovverranno i Lettori che, nella prima giornata delle due Scienze nuove, Galileo risolveva un problema assai simile a questo, d' onde viene a rendere « la ragione di un accidente, che non senza maraviglia vien sentito dal popolo, ed è come possa essere che il medesimo pezzo di tela, più lungo per un verso che per l' altro, se se ne facesse un sacco da tenervi dentro

del grano, come costumano di fare con un fondo di tavola, terrà più, servendoci per l' altezza del sacco della minor misura della tela, e con l' altra circondando la tavola del fondo, che facendo per l' opposito » (Alb. XIII, 59).

Non diremo che Galileo perdesse i suoi sonni a meditar sulle opere geometriche del Buteone, ma sì che egli, riprendendo la solita immagine, sentì nelle orecchie spirarsi l' aria o le intonazioni, se non le precise parole del canto, che penetravano allora per tutto, anche attraverso alle più salde pareti. Dall' altra parte era in quell' aria certa armonia, la quale si sarebbe tanto meglio notata, in mezzo alle stonature: e il carattere scientifico del Discorso intorno i galleggianti non si potrebbe forse ritrar meglio, che col dire aver Galileo a quell' aria languida e incerta adattate le proprie parole, che, non rendendo intero il costrutto, non fa maraviglia s' egli stesso talvolta non ne riconosce l' ampiezza del significato.

Nella V proposizione idrostatica del citato Discorso galileiano, secondo l' esposizione, che analiticamente se ne fece da noi nella seconda parte del capitolo secondo di questo Tomo, chiamando v la velocità dell' abbassamento della piccolissima mole o della sezione s dell' acqua contenuta nel vaso, in cui si suppone essere immerso il solido, V la velocità dell' abbassamento della grandissima mole, o della sua sezione S; vedemmo che il ragionamento dell' Autore portava a concludere $v : V = S : s$, ossia che, avendosi quantità d' acqua uguali, le velocità stanno reciprocamente alle sezioni.

Questa medesima legge anche più immediatamente si concludeva dalla dimostrazione, che in questo stesso Discorso si dà dell' equilibrio nel sifone tra l' acqua contenuta nel vaso più largo, e nella canna con lui continuata, perchè quel che quivi si dice « essere la salita IH (fig. 183) tanto maggiore della scesa LD, quant' è l' ampiezza ML del vaso maggiore della larghezza IG della canna » (Alb. XII, 25, 26); si traduce, per essere gli spazi proporzionali alle velocità, nella formula che esse velocità son reciproche delle sezioni. Ora, che Galileo, tutto intento a dimostrare le proposizioni idrostatiche di Archimede, con metodo diverso, non si accorgesse che da questo stesso metodo veniva condotto a dimostrare altresì una legge idrodinamica fondamentale; è quel che da noi s' asseriva, e che si rappresenterà come cosa di fatto, dop' avere investigate le cause di una tale incoscienza.

Figura 183.

Queste cause si riducono da noi, come s' accennava di sopra, e come fu notato in altro proposito, al non aver saputo Galileo formulare nella sua universalità quella massima legge dinamica, dalla quale conseguivano e la teoria statica dei momenti, e le ragioni della comunicazione dei moti. Di qui avvenne che il Nostro rimanesse tanto inferiore a Giovan Marco, nel confutare l' errore aristotelico delle velocità proporzionali alle masse, e che tanto imperfettamente

discorresse della forza della percossa. La statica stessa dei momenti, che Galileo non sdegnò di ricevere da Aristotile, e della quale unica fece l'applicazione alle sue questioni idrostatiche, era nella rinnovellata scienza così dubbiosa, che il Nardi e poi tutti i suoi condiscepoli finirono per rifiutarla. Dicevano come si sa che, nel trattare di così fatte questioni idrostatiche, di un effetto in atto s'adduceva una cagione in potenza, e che non era logico dal moto argomentare alla quiete. Il Maestro non aveva che rispondere a queste difficoltà, e perciò non a torto il Viviani, ne' Dialoghi delle due Scienze nuove, e il Nardi, nel Discorso intorno i galleggianti, volevano fargli sostituire a quello delle velocità virtuali altro più ragionevole principio, e non aveva Galileo che si rispondere perch'era persuaso che il moto e la quiete fossero due posizioni contrarie. I precedenti Maestri però, ch'ei disprezzava, avevano invece insegnato non esser altro la quiete che il termine del moto, per cui successive e non contrarie son le due posizioni, e l'argomentar l'una dall'altra è anzi logica necessità, dalla quale il volgo stesso è menato, nel pesare specialmente gli oggetti preziosi. I venditori infatti non s'assicurano dell'equilibrio, se non col fare ondeggiare le braccia della bilancia o far sollevare l'ago della stadera, onde anch'essi non argomentano alla quiete, se non che dagli inizi o dai termini del moto. Di qui si può comprendere quanto sani e saldi fondamenti avesse ne' matematici antichi il principio delle velocità virtuali, e come di una simile certezza fisica e matematica partecipasse per loro la legge della comunicazione dei moti: fondamentale certezza che, come mancò a Galileo, così venne a mancare nella massima parte de' suoi seguaci.

Il più insigne esempio di ciò l'abbiamo nel Castelli. Egli dava nel 1628 alla luce in Roma il suo primo libro *Della misura delle acque correnti,* annunziando che il mondo era stato fin allora in errore, intorno al determinar giustamente la quantità del moto nei fluidi. Per ridurre però alla verità gli erranti, non risale alla Scienza meccanica, che avrebbe potuto dare alle sue invenzioni una certezza matematica, ma si contenta di quella sola certezza fisica, che gli poteva derivare dall'esperienza. Dop'avere infatti accennato, in sul principio del libro, ai dubbi che gli nacquero dal ripensare al modo comunemente usato dai periti e dagli ingegneri per misurar la medesima acqua corrente ora nei fossi, ora nelle cascate; ringrazia il Ciampoli d'avergli dato generosamente « occasione, alli anni passati, di tentare, con esatta esperienza, quanto passava intorno a questo particolare » (Edizione del Manolessi, Bologna 1660, pag. 4). E dietro questa esperienza, senza proporre altro principio fondamentale, ne concludeva doversi misurare l'acqua, che esce dalla bocca di un canale o che passa per la sezione di un fiume, non già dalla sezione sola, com'allora si faceva da tutti, ma dal prodotto di lei per la velocità impressa, onde « essendo verissimo che in diverse parti del medesimo fiume o alveo di acqua corrente sempre passano eguali quantità d'acqua in tempi uguali, ed essendo ancora vero che in diverse parti il medesimo fiume può avere varie o diverse velocità; ne seguirà per necessaria

conseguenza che, dove averà il fiume minore velocità, sarà di maggior misura, ed in quelle parti, nelle quali averà maggior velocità, sarà di minor misura, ed insomma le velocità di diverse parti dell' istesso fiume averanno eternamente reciproca e scambievole proporzione con le loro misure » (ivi, pag. 7).

Nello stesso Trattato geometrico, aggiunto nella fine del libro, la proposizione II, dalla quale facilmente si svolgono tutte le altre, ha il suo fondamento nei cinque pronunziati premessi, i quali sono altrettanti fatti particolarmente osservati, e insigniti perciò di quella sola certezza fisica, che può essere a loro partecipata dall' esperienza. Sperimentale dunque, benchè sotto le apparenze geometriche, è quella stessa seconda proposizione, che dal Castelli si mette in questa forma: « Se saranno due sezioni di fiumi, la quantità dell' acqua che passa per la prima, a quella che passa per la seconda, ha la proporzione composta delle proporzioni della prima sezione alla seconda, e della velocità per la prima, alla velocità per la seconda » (ivi, pag. 65).

Del medesimo carattere sperimentale rimangono perciò impresse tutte le proposizioni, che conseguon da questa, la dimostrazion delle quali, che secondo il metodo usato dall' Autore riesce prolissa, intralciata così com' è di mezzi termini geometrici, si può rendere, con l' analisi, facilissima e spedita. Chiamate infatti Q, S, V; q, s, v le due diverse quantità, sezioni, e velocità respettive, l' annunziata proposizione seconda è conclusa nella formula (1) $Q : q = S . V : s . v$. Che se $Q = q$, dalla proporzionalità, che ne consegue, $S : s = v : V$, viene immediatamente a dimostrarsi la terza proposizion del Castelli, ch' è tale: « Se saranno due sezioni ineguali, per le quali passino quantità d' acqua eguali, in tempi eguali; le sezioni hanno fra di loro reciproca proporzione delle loro velocità » (ivi, pag. 67).

Seguitando pure a supporre $Q = q$, se, intendendosi per A, a le altezze, e per L, l le larghezze respettive delle due sezioni, si faccia $S = A , L$, $s = a . l$; dalla citata proporzione (1) si deriva l' equazione $A . L. V = a . l . v$, e da questa la nuova proporzione $a : A = L . V : l . v$, la quale è dimostrativa della quarta proposizione, dal Castelli formulata in tal guisa: « Se un fiume entrerà in un altro fiume, l' altezza del primo nel proprio alveo, all' altezza che farà nel secondo alveo, ha la proporzione composta delle proporzioni della larghezza dell' alveo del secondo, alla larghezza dell' alveo del primo, e della velocità, acquistata nell' alveo del secondo, e quella, che aveva nel proprio e primo alveo » (ivi, pag. 79).

La proporzione (2) $Q : q = A . L . V : a . l. v$, che si ottiene sostituendo i valori di S, s nella (1), trattandosi del medesimo fiume, ed essendo perciò $L = l$; si riduce nell' altra $Q : q = A . V : a . v$, dalla quale è significata la V^a proposizione, che dal Castelli è così espressa: « Se un fiume scaricherà una quantità d' acqua in un tempo, e poi gli sopravverrà una piena, la quantità dell' acqua, che si scarica in altrettanto tempo nella piena, a quella che si scaricava prima, mentre il fiume era basso; ha la proporzione composta delle proporzioni della velocità della piena alla velocità della prima acqua, e dell' altezza della piena all' altezza della prima acqua » (ivi, pag. 72).

Nella sopra scritta proporzione (2) suppongasi $Q = q$, ed $L = l$, trattandosi al solito del medesimo torrente: essa verrà a ridursi all'equazione $A . V = a . v$, la quale, sotto la forma proporzionale $A : a = v : V$, dimostrerà la VI proposizione del Castelli, che dice: « Se due piene uguali del medesimo torrente entreranno in un fiume, in diversi tempi, l' altezze fatte dal torrente nel fiume averanno fra di loro la proporzione reciproca delle velocità acquistate nel fiume » (ivi, pag. 74).

Questo trattatello geometrico della Misura delle acque correnti, che fu come si disse pubblicato nel 1628, era stato già composto nel Novembre del 1625, ne' primi giorni del qual mese il Castelli conferiva i frutti delle sue proprie esperienze con Galileo, a cui diceva che, dovendosi misurar l'acqua che passa per un canale compostamente dalla velocità e dalla sezione, essendo le quantità uguali, velocità e sezioni si debbono necessariamente corrispondere in ragione contraria. Il dì 12 di quel medesimo mese, tornato il Castelli a Pisa, col pensiero tutto rivolto alla Geometria delle acque, della quale, nei passati familiari colloqui in Firenze, aveva manifestato il principio; soggiungeva, per lettera al suo proprio Maestro, un tale avviso: « In questi giorni ho dimostrato geometricamente la seguente proposizione, con assai facilità: *Che la quantità di acqua, che scorre per un fiume, mentre è con una altezza d'acqua, alla quantità dell'acqua che scorre nel medesimo fiume, mentre si ritroverà in un'altra altezza d'acqua; ha la proporzione composta della velocità alla velocità, e dell' altezza all' altezza* » (MSS. Gal., P. VI, T. X, fol. 216).

La proposizione così annunziata si riconosce bene per quella che, nel trattatello a stampa, ricorre in ordine la V[a], e preso così l'indirizzo era facile progredire alla dimostrazione delle altre proposizioni, delle quali, pochi giorni dopo, il Castelli mandava a Galileo il solo pronunziato. Queste proposizioni, in cui consisteva quel progresso idraulico, di che il Castelli stesso si compiaceva nel darne avviso al Maestro, erano tre: cioè la IV e la VI del trattatello geometrico, alle quali se n' aggiungeva un' altra, che poi, nella ristampa del libro, fu dall'Autore inserita nella XII appendice, sotto la forma: « Se sarà un vaso d' acqua di qualsivoglia grandezza, e che abbia un emissario, per il quale si scarichi la sua acqua; qual proporzione ha la superficie del vaso alla misura della sezione dell' emissario, tale averà la velocità delle acque per l'emissario all'abbassamento del lago » (*Della misura delle acque correnti* cit., pag. 44.)

Figura 184.

La dimostrazione, usandovi il metodo analitico, non presentava difficoltà punto maggiori delle altre. Sia infatti un vaso AG (fig. 184) dal quale si scarichi l'acqua per il tubo addizionale IH. Chiamisi S la sezione CD del vaso, s la sezione IG del tubo. Se in un dato tempo, per l'esito da questo, l'acqua si sia abbassata da D in F dentro il vaso, la quantità $Q = S . DF$ è quella medesima dell'acqua uscita nel medesimo

tempo dal tubo, la quale è misurata da $Q = s \cdot V$. chiamandosi con V la velocità propria dell'efflusso. E perchè queste due quantità debbono essere evidentemente uguali, sarà dunque $S \cdot DF = s \cdot V$, ossia $S : s = V : DF$, secondo che si proponeva di dimostrare il Castelli.

Nonostante parve a Galileo la dimostrazione di questa, e delle due precedenti, men facile a ritrovarsi di quella prima annunziatagli da Pisa, nella lettera del dì 12 Novembre, e il dì 21 appresso se ne esprimeva così con lo stesso Castelli: « Mi rallegro assai del progresso idraulico, e aspetterò con desiderio le tre ultime proposizioni con le loro dimostrazioni: dico di queste tre, perchè la prima è assai chiara, atteso che, stante la medesima altezza, l'acqua che passa è come la velocità, e, stante la medesima velocità, l'acque che passano son come l'altezze, e però, mutate altezze e velocità, l'acque che passano hanno la proporzione composta delle due dette » (Alb. VI, 305, 6).

Il desiderio, manifestatosi nel principio di queste parole, non tardò molto a essere sodisfatto. A mezzo Dicembre il Discorso della misura delle acque correnti, con alcuni corollari, aggiuntevi le dimostrazioni geometriche, era fatto recapitar manoscritto a Firenze nelle mani di Mario Guiducci, affinchè lo presentasse a Galileo, il quale in una lettera del dì 27 da Bellosguardo così scriveva all'Autore: « Non ho ancor veduto l'ultime sue scritture: ma intendo che sono in mano del signor Mario, e le vedrò presto. Io ancora vò ghiribizzando, e tra gli altri problemi sono attorno all'investigare come cammini il negozio dell'accelerarsi l'acqua, nel dover passare per un canale più stretto, ancorchè il letto abbia l'istessa declività nel largo e nell'angusto » (ivi, pag. 308).

II.

Si rileva dai riferiti documenti che a Galileo giunsero nuove queste speculazioni idrauliche, e che il Castelli gli dette occasione di rivolgervi allora intorno la mente. Quelle applicazioni della Geometria al moto delle acque gli fecero nascere il pensiero di altre simili applicazioni, che si potrebbero fare delle leggi geometriche, già da sè dimostrate intorno ai moti locali, e in cui vedeva, secondo che egli stesso si esprime, la chiave per aprire ingressi ad accidenti maggiori. Gli sovvenne di qui quella prima idea di riguardar le acque dei fiumi, correnti per il pendio de' loro alvei, come corpi gravi, che scendono lungo piani inclinati: idea, che più tardi gli si svolse nella lettera allo Staccoli, ma che intanto, manifestata al Castelli, questi così rispondeva agl' impulsi, che di proseguire per l'intrapresa via gli venivano dal Maestro: « Rendo molte grazie a V. S., che si sia degnata di mandarmi le sue considerazioni intorno al moto de' fiumi, e maggiore sarà il mio obbligo, se lei applicherà la mente a quelle chiavi per aprire ingressi ad accidenti maggiori, come mi accenna nella sua » (Campori, Carteggio cit., pag. 231).

Il problema, intorno al quale diceva dianzi Galileo di andare ghiribizzando, si collegava con la memoria di speculazioni anteriori, e che gli avevan preoccupata la mente, in fin da quando volle rendersi, del flusso e riflusso del mare, una ragione, alla quale si riferisce, fra le altre considerazioni che si leggono nell' ultimo dialogo dei due Massimi sistemi, anche la seguente: « Inoltre, considerando come la medesima quantità d' acqua mossa, benchè lentamente, per un alveo spazioso, nel dover poi passare per luogo ristretto, per necessità scorre con impeto grande; non avremo difficoltà d' intendere la causa delle gran correnti, che si fanno nello stretto canale, che separa la Calabria dalla Sicilia, poichè tutta l' acqua, che dall' ampiezza dell' isola e dal Golfo ionico vien sostenuta nella parte del mare orientale, benchè in quello, per la sua ampiezza, lentamente discenda verso occidente, tuttavia nel restringersi nel Bosforo, fra Scilla e Cariddi, rapidamente cala, e fa grandissima agitazione. Simile alla quale, e molto maggiore, s' intende esser tra l' Affrica e la grande isola di S. Lorenzo » (Alb. I, 470).

Ai fatti così semplicemente descritti si riferiva la proposizione III del trattatello geometrico del Castelli, e in sentirsela così formulare Galileo tornò a ghiribizzare intorno alle ragioni di quegli stessi fatti, osservati negli stretti di mare, e negli alvei dei fiumi, con quali effetti vedremo tra poco. Ma principalmente efficaci sulla mente del Maestro furono que' privati colloqui che, nei primi giorni del Novembre 1625, ebbe con esso lui lo stesso Castelli, quando gli scopriva le ragioni dell' essersi fin allora trascurate le velocità nella misura delle acque correnti: ragioni, che poi gli venne a ripetere in pubblico confermandole con queste parole: « Forse tale mancamento è stato commesso per essere riputata la lunghezza dell' acqua corrente in un certo modo infinita, mentre non finisce mai di passare, e come infinita è stata giudicata incomprensibile, e tale che non se ne possa avere determinata notizia, e per tanto non è stato di essa tenuto conto alcuno » (*Copia di lettera al sig. G. Galilei aggiunta al libro della Misura delle acque correnti,* Bologna 1660, pag. 58).

Fra il numero degli illusi, rispetto al reputare impossibile di misurar l' acqua fluente, per essere d' indefinita lunghezza, ebbe Galileo a riconoscere anche sè stesso, ripensando che aveva disperato d' ottener la quantità dell' acqua cadente fra l' una e l' altra delle due secchie, descritte, in sul cominciar del suo Dialogo, per la misura della forza della percossa. I teoremi del Castelli invece mostravano che il misurare la data quantità dell' acqua nella troscia si riduceva a una assai semplice questione di Geometria. Ma in ripensare a ciò Galileo s' accorse che i medesimi teoremi erano inclusi in quegli altri, da tanto tempo scritti nel Discorso intorno i galleggianti, d' ond' egli prese animo di risolvere il problema, innanzi al quale erasi arretrato il Salviati, derivandolo non dalle altrui, ma dalle sue proprie dottrine. Documento importantissimo di ciò son le cose seguenti, che Galileo stesso, aspettando il tempo di distenderle in dialogo, scriveva così, come si direbbe, in punta di penna:

« *Per poter misurare e pesare la quantità dell'acqua, compresa in aria tra le due secchie.* »

« Quando tu sollevi il solido M (fig. 185) dal vaso, l'acqua gli entra di sotto a riempire il vacuo lasciato, e così avviene a lei come se, da un cannone largo quanto il vaso, entrasse per uno stretto quanto il solido. Ma io t'ho dimostrato, nel mio Discorso delle cose che galleggiano, che l'abbassamento della superficie AC è superato dall'alzamento della superficie EF, quanto questa in larghezza è superata da quella; dunque potrai tenere per cosa certa e dimostrata che, quando l'acqua da un cannone largo entra in un più stretto, vi si muove dentro tanto più veloce a quella proporzione, che lo stretto entra nel largo. »

Figura 185.

« Vedrai farsi la cosa più manifesta nel moto dell'acqua dentro il vaso MLB (fig. 183 qui addietro), che tu puoi immaginare larghissimo, e nella angustissima canna AHC, che gli è congiunta. Metti uno zaffo e pigialo in giù, come tu faresti in uno schizzatoio, sicchè l'acqua nel vaso così sforzata s'abbassi da L in D, risalendo da I in H alla parte opposta. Non si può dubitare che i due cilindri MD, HG non siano uguali. Ma in cilindri uguali le basi corrispondono contrariamente alle altezze, le quali son la misura delle velocità, come le basi son la misura delle larghezze o delle sezioni; dunque le velocità, con cui si muovono l'acque, nel largo e nello stretto, son reciproche delle sezioni. »

« Di qui caverai la risposta a un bel quesito: Immagina che, dopo di aver pigiato lo zaffo, tu non avessi avvertito o non ti ricordassi più a qual punto giungeva l'acqua, quietandosi nei due vasi, e che tu volessi ora ritrovarlo per regola geometrica......... »

« Questo che io t'ho concluso dal mio nuovo modo di dimostrare le proposizioni di Archimede, con conferire insieme i momenti dell'acqua che sale, con quella che scende, ho io tante volte osservato in natura nell'acqua dei ruscelli o delle fosse aperte per i campi, le quali acque essendo sparse vanno pigramente, ma, come elle sono entrate nello stretto della fossa si mettono a correre con furia improvvisa, e, se alla fossa s'attraversasse un sasso o altro ostacolo, sfogano mormorando l'ira e, raddoppiando la fretta, fuggono via. Simile assottigliamento di parti s'osserva nelle trosce cadenti per l'aria libera. E a quel modo che restringendosi lo spazio ne consegue augumento di velocità, così dal farsi augumento di velocità s'argomenta doversi restringere lo spazio. »

Figura 186.

« Sia ora la secchia CBD (fig. 186) col foro aperto in B, da cui cada la trescia BH. Sia l'altezza del cilindro, nel primo tempo dell'effusione, BE: nel secondo tempo

sarà EF, tripla di BE, nel terzo sarà FG, quintupla della stessa BE, e così seguitando col progresso de' numeri impari ab unitate, come io ho dimostrato essere l'affrettamento di tutti i gravi cadenti. Intorno a FE, a FG ecc. dovendo essere la medesima acqua, che intorno a BE, si vedrà che i cilindri tanto debbono diminuire le basi, quanto sono cresciute le altezze, e così la base del cilindro EF dovrà essere tre volte più piccola della B, e la base del cilindro FG cinque volte più piccola, e così sempre con simile progresso. »

« La quantità dunque dell'acqua che è nella troscia BG s'averà dalla somma dei detti cilindri, e universalmente la mole d'acqua, contenuta in qualsivoglia effusione come in BH, se tu la vorrai conferire col cilindro sopra il foro B, e avente la medesima altezza BH; potrai facilmente conseguire la desiderata proporzione facendo la detta mole al cilindro come l'AB a quella, che è media proporzionale tra la stessa AB, o tra la BE che suppongo essere ad AB uguale, e la BH. »

Queste note, prese così in fretta, le abbiamo trascritte dal volume, altre volte citato, *Roba del gran Galileo, in parte copiata dagli originali, e in parte dettata da lui cieco a me Vincenzio Viviani, mentre dimoravo nella sua casa di Arcetri.* Poche pagine appresso si trova messa in dialogo la sostanza di queste note, e in principio vi si legge *ad mentem Galilei,* come in capo a esse note leggevasi *di questo ho l'originale.* Ma fra la prima copia di tale scrittura originale, e la stesura del Dialogo dovette intercedere un certo spazio di tempo, della succession del quale ci rimangono le vestigia nei fatti seguenti.

Essendo il dialogo della forza della percossa, che Galileo aveva cominciato a scrivere, rimasto ignoto a tutti, come si sa dalla Storia, nel cap. III del Tomo precedente da noi narrata; il Viviani non era ancora entrato addentro nel significato di quelle parole: *Per poter misurare e pesare la quantità dell'acqua, compresa in aria fra le due secchie.* Ond'è che, credendolo un problema astratto proposto a sè medesimo da Galileo, per sodisfare a una delle sue solite filosofiche curiosità, non si dette a principio altra cura che di compiere, e d'illustrare la scrittura del suo proprio Maestro. Il quesito di ritrovare il punto, infino a cui nella cannella scenderebbe l'acqua, tenutavi sollevata violentemente dalla pression dello zaffo, sopra l'acqua del vaso più grande; mancava della sua risposta, e il Viviani vi supplì in questa maniera: « Se nel sifone ABC (fig. 183 qui poco addietro) fosse un tal fluido, il quale in una parte di esso sifone stesse all'altezza AD, e nell'altra si reggesse, con usar qualche artifizio che molti ce ne sono, all'altezza C superiore al livello AD; cercasi, posto tal fluido in libertà, nel librarsi nell'uno e nell'altro cannello, a qual segno sia per arrivare. »

« Prolunghisi il livello AD in EF, e fàcciasi come la grossezza del cannello AD, alla grossezza del cannello HC, cioè come il cerchio AD al cerchio HC, ovvero EF (supposti i cannelli cilindrici e di note grossezze) così l'altezza CG alla GF; ovvero dividasi l'altezza CF in G nella proporzione dei detti cerchi: che il punto G sarà il punto cercato. Poichè prodotto il li-

vello GILM, sta il cilindro AL al cilindro EG come la base AD alla EF, ovvero, per costruzione, come la GC alla GF, ovvero, come il cilindro CI al cilindro EG. Dunque i cilindri AL, CI, cioè le moli del fluido, sono uguali, e però ecc. » (MSS. Gal. Disc., T. CX, fol. 53).

Quanto al misurar l'acqua, compresa nella troscia, Galileo non aveva messo altro che la conclusione, e il Viviani si studiò di ritrovarne, così ragionando, i principii: « Esto infundibulum CBD (nell'ultima figura 186) aqua indeficienter plenum, ex cuius fundo B perforato effluat aqua, sitque fluxus altitudo vel BE, vel BF, vel BG, vel BH: quaeritur aquae quantitas, quae semper extra vas reperitur. »

« Sit altitudo aquae in infundibulo secundum imaginarium cylindrum BA, aequalis BE, eiusdem vero sit tripla EF, quintupla FG, septupla BH etc., secundum proportionem accelerationis motus naturalis, a Galileo assignatum. Quo tempore aliqua pars aquae permeat intervallum BE, eodem vel aequali permeat alia spacia EE, FG, GH. Ergo moles aquae, in singulis partibus effusionis BE, EF, FG, GH sunt aequales. Ipsae autem ad cylindrum aqueum, cuius basis sit foramen B, altitudo vero BH, eam habent rationem, quam numerus BE, EF, FG, GH etc. ad quadratum eiusdem numeri. Ita ut tandem universaliter quaecumque moles aquae, in qualibet effusione BH contenta, ad cylindrum aqueum eiusdem altitudinis BH, super basi foraminis erecti, eam habeat rationem quam altitudo AB, ad eam quae inter AB et BH sit media proportionalis » (ibid., T. CXXXV, fol. 15).

Tale è la conclusione di Galileo, alla quale sta bene che si siano ritrovati i principii. Ma quei principii non erano legittimi, ne la soluzion del problema idrodinamico, data dallo stesso Galileo, era la vera, com'appariva manifesto a chiunque avesse conferito queste dottrine con quelle *De motu aquarum,* allora già insegnate dal Torricelli, dalla VI proposizion del quale resultava che la troscia non piglia forma di un cono, ma di un conoide, quale si descriverebbe dal rivolgersi intorno all'asse BH, come a suo asintoto principale, un'iperbola biquadratica. Al qual difetto della soluzione galileiana accennava il Viviani con queste parole, con le quali egli terminava la riferita illustrazione: « Num autem hoc verum sit, diligenter expende, et ideo ad doctrinam Torricellii *De motu aquarum* te conferas » (ibid.).

Qualunque si fosse l'intenzione, ch'ebbe il Viviani di spiegare così i pensieri del suo proprio Maestro, era tuttavia lontano dall'indovinare che se ne sarebbe un giorno servito per quel Dialogo della forza della percossa, di cui anch'egli a que' tempi deplorava, col Torricelli e col principe Leopoldo dei Medici, la irreparabile iattura. Ma pervenutogli, per quelle avventure che si narrarono a suo tempo, il detto Dialogo alle mani, ebbe a leggervi la proposta, messa in bocca all'Aproino, che quando fosse possibile misurare e pesare la quantità dell'acqua, compresa in aria fra' due secchi appesi alla bilancia, si potrebbe anche sicuramente affermare « la tal percossa esser potente ad operar gravitando quello che opera un peso uguale a dieci o dodici libbre d'acqua cadente » (Alb. XIII, 331). Ma perchè il Salviati reputava la

misura di quell' acqua in aria impossibile, si volge a immaginar altre esperienze, per agevolarsi la strada all' intera cognizione desiderata.

Or il Viviani, risovvenendosi, in legger ciò, di quel che aveva, parecchi anni prima, letto nell' originale, fatto poi copiare fra l' altra *Roba* nel citato volume; intese che Galileo aveva finalmente ritrovata ne' suoi propri teoremi idrostatici la chiave a quell' entrata, ch' egli aveva creduto prima impossibile, e che perciò avrebbe riformato in quella parte il suo Dialogo, sostituendo alle confessate difficoltà la diretta risoluzion del problema. Il proposito però non fu mandato ad effetto (forse perchè Galileo pensò alla forza della percossa molto meno di quel che volle fare apparire) e perciò attese a supplirvi il Viviani, dialogizzando le note del suo Maestro, ed esplicandole così, come le abbiamo lette, e con fedeltà ricopiate dal manoscritto.

« Aproino. — *Il discorso di V. S. è puntualmente conforme a quello che facemmo noi di subito sopra la veduta esperienza; ed a noi ancora parve di poter concludere che l' operazione della sola velocità, acquistata per la caduta di quella quantità di acqua, dall' altezza delle due braccia, operasse nell' aggravare senza il peso dell' acqua quel medesimo appunto, che il peso dell' acqua senza l' impeto della percossa. Sicchè, quando si potesse misurare e pesare la quantità dell' acqua compresa in aria tra i vasi, si potesse sicuramente affermare la tal percossa esser potente ad operare gravitando quello, che opera un peso uguale a dieci o dodici libbre dell' acqua cadente* » (Alb. XIII, 311).

« Salviati. — Piacemi molto l' arguta invenzione, e benchè da voi signor Aproino, si creda di dovervi incontrare grande difficoltà quanto al poter misurare la mole dell' acqua, compresa in aria tra i vasi, io ho nonostante pensato al modo di ritrovare dimostrativamente, e con una certa precisione, quella desiderata misura. E per primo e principal fondamento di quella speculazione io vi porrò innanzi a considerare il fatto, che la troscia si va sempre più assottigliando, com' ella si dilunga sempre più dal suo principio, cosicchè non mantiene la sua prima figura di cilindro, ma s' assottiglia via via, affusolandosi, per così dire, e riducendosi nell' aspetto di un cono. »

« Aproino. — Questo io penserei che avvenga per lo continuo accrescersi la velocità, nelle particelle dell' acqua, secondo che più e più si dipartono dal principio del moto, ma come da ciò direttamente consegua quell' assottigliamento, che sempre si osserva, cadendo l' acqua da una doccia per aria, io non so per me trovare così ragionevole discorso, che me lo persuada. »

« Salviati. — Non mancherebbe questo ragionevole fondamento al vostro discorso, quando voi ritornaste col pensiero sopra ciò, che il nostro Accademico ha dimostrato nel suo libro delle cose che stanno, o che si muovon per l' acqua, dov' ei riduce, come nella libbra, quel loro stare o quel loro muoversi alle ragioni dei momenti, composti come sepete, delle velocità e delle moli. Il metodo, affatto nuovo a chi non aveva saputo scostarsi dai processi antichi di Archimede, portava a conseguenze ammirande e nuove,

intorno al misurare, per via dei momenti, le quantità di un'acqua che corre. Perchè se i detti momenti stanno compostamente come le velocità e le moli, essendo essi momenti uguali, necessariamente le velocità debbono in ragione contraria, corrispondere colle moli. Ora io vi dico che questa applicazione della Scienza meccanica all'acque fu fatta dal nostro Accademico, nel suo Discorso intorno ai galleggianti, dove con vari esempi conclude che, passando una medesima quantità d'acqua da un cannone più largo in un più stretto, tanto ella acquista velocità nel correre, quanto ella viene a diminuir nella mole. »

« Aproino. — Voi mi fate stupir veramente, perchè, sebbene io abbia letto e riletto il Discorso del nostro Amico, non ci ho trovato mai, nè perciò m'è rimasto memoria di queste cose. »

« Sagredo. — E a me pure succede lo stesso, nè so risovvenirmi d'altro, ora che ci ripenso, se non che lì si tratta di vasi e di solidi immersi. »

« Salviati. — È vero che per lo più si rappresentano que' vasi e que' solidi in figura di prismi, ma la dimostrazione correrebbe ugualmente bene, quando fossero cilindri. Supponete perciò che sia cilindrico il solido M (nella figura 185) e cilindrico il vaso AD, nell'acqua del quale s'intenda essere immerso. Sollevandosi il detto solido, l'acqua che sottentra in suo luogo è come se, da un tubo largo quanto AC, entrasse in uno stretto quanto EF. Ora il nostro Accademico dimostra che l'alzamento della superficie EF, che seguita l'alzamento del solido, all'abbassamento della superficie AC, ha la medesima proporzione, che la superficie AC alla superficie EF. Ma da queste superficie son misurate le larghezze delle sezioni dei tubi, e da quegli alzamenti e abbassamenti le velocità dell'acque per essi tubi correnti; dunque le velocità stanno in reciproca ragione delle sezioni. Voi avreste però potuta ritrovare la dimostrazione anche più esplicita di questa legge in que' due vasi, uno dei quali larghissimo come MLB (nella passata figura 183) e l'altro con lui continuato e angusto come la cannella BHC, secondo che lo stesso nostro Accademico descrive nel citato Discorso, concludendo esser la salita IH tanto maggiore della discesa MA, quant'è l'ampiezza ML del vaso maggiore della larghezza HC della canna, la qual conclùsione si riduce dunque a dire quel che si diceva di sopra, che cioè le velocità stanno in ragion reciproca delle sezioni. »

« Sagredo. — Il signor Salviati ha fatto il miracolo di restituire la vista ai ciechi, intanto che ora vedo, per vostro benefizio, come, essendo livellato in ML e in IG il liquido nei due vasi, se io introducessi nella bocca di questo o di quello uno zaffo, e se con esso premendo facessi violentemente abbassare il liquido sottoposto nell'uno; potrei con certa regola geometrica sapere quanto fosse per sollevarsi nell'altro. Come per esempio, se nel vaso grande io facessi l'abbassamento da M in A, potrei sapere l'alzamento giusto IH, che gli corrisponde nel vaso piccolo, perchè stando, per le cose dimostrate dal nostro Accademico, IG a LM, come AM a IH, ed essendomi le prime tre quantità, com'io presuppongo, note, mi sarà nota anche insieme la IH loro quarta proporzionale. »

« SALVIATI. — Si potrebbe anzi, signor Sagredo, sciogliere, con questa medesima scienza suggeritaci dal nostro Amico, il problema inverso, non men bello o meno curioso. Supponete che, in forza dello zaffo da voi cacciato nel maggior vaso infino ad AD, il liquido nel minore si sia violentemente sollevato in HC, e che, lasciato poi a un tratto in libertà, col rimovere il detto zaffo, voi voleste, non avendoci fatto prima avvertenza, ritrovare il segno, in cui scendendo esso liquido si fermerà, dop' aver fatti i soliti ondeggiamenti. Prolungate il livello AD in EF, e l'altezza FC dividete in G per modo, che stia CG a GF come la sezione o il circolo AD alla sezione o al circolo EF. Poi, dal punto G conducete la orizzontale GILM, che ne' punti segnati da lei si costituiranno le cercate superficie nei due vasi. »

« SAGREDO. — Mi par che tutto si riduca a dimostrare che il cilindro d' acqua CI, di che si scema la canna, è uguale al cilindro d' acqua DM, di che s' accresce il vaso, nè la dimostrazione mi si presenta molto difficile. Perchè il cilindro AL, al cilindro EG di pari altezza, sta come la base AD alla base EF, ossia, per la costruzione del signor Salviati, come la CG alla GF, e anche come CG moltiplicata per la base IG, alla GF moltiplicata per la medesima IC, o per la sua uguale EF. Ma l'altezza CG, moltiplicata per la base IG, dà la misura del cilindro IC, e l'altezza GF, moltiplicata per la base EF, dà la misura del cilindro EG; dunque il cilindro AL sta al cilindro EG come il cilindro CI sta al medesimo cilindro EG, e perciò, essendo i conseguenti uguali, saranno anche insieme uguali gli antecedenti, cioè il cilindro AM uguale al cilindro CI, come si richiedeva per confermare la verità della soluzione di questo problema, data dal nostro signor Salviati.

« APROINO. — Bellissime verità mi avete scoperte intorno ai mirabili effetti, che produce nell' acqua il moto più o meno veloce, ma di questi effetti non mi avete ancora, signor Salviati, dichiarato quello, che da me maggiormente si desiderava, come cioè si possa misurare e pesare la quantità dell' acqua cadente fra le due secchie. »

« SALVIATI. — Il problema proposto dal signor Sagredo, e quell' altro simile, che mi ha fatto sovvenire a quel proposito, hanno interrotto il filo del nostro discorso, che mi avrebbe direttamente guidato a sodisfare il vostro principal desiderio. Vi ricorderete, signor Aproino, che voi diceste poter essere la maggiore velocità, acquistata dalle particelle dell' acqua nel cadere, causa efficiente dell' assottigliarsi la troscia: e come dalla scienza del nostro Accademico s' è ricavato che, restringendosi le sezioni crescono a quella proporzione le velocità; così, per la conversa, argomenteremo che, crescendo le velocità, a quella medesima ragione, diminuiscono le sezioni. Per dichiararvi anche meglio il mio pensiero, sia CBD (nella figura 186 ultimamente impressa) la secchia di sopra, col foro aperto in B, da cui cada l' acqua intorno all' asse verticale BH. Essendo BA l' altezza del liquido nel vaso, consideriamo il cilindro AB, che nel primo tempo dell' effusione giunga in E, da un' altezza BE, uguale ad AB. Nel secondo tempo passerà lo spazio EF triplo di BE, nel terzo lo spazio FG quintuplo di BE, e così seguitando, secondo la

legge dal nostro Accademico scoperta, e dimostrata in tutti i gravi cadenti. Essendo ora intorno EF, intorno FG, e intorno a tutte le altre parti rimanenti la medesima quantità d'acqua, che intorno a BE, dovrà in E la sezione o la base del cilindro successivo tanto restringersi, quanto l'altezza EF è cresciuta sopra la BE, e in F restringersi ancora più che in E, quanto la FG sopra la EF è cresciuta di grandezza. Così proseguendo il discorso, averemo le ragioni dell'assottigliarsi sempre più l'acqua, com'ella si va sempre più dilungando dal fondo B della secchia. »

« SAGREDO. — Di modo che, supponendo che il termine sia G, l'acqua compresa in aria fra G e B è tanta, quant'è quella dei tre cilindri, intorno gli assi BE, EF, FG; ossia quant'è nel cilindro BE, preso tre volte, essendo a lui, per supposizione, i cilindri intorno EF, FG ciascuno uguali di mole. Se s'avesse poi da conferire questa quantità d'acqua, contenuta nella troscia, con la quantità contenuta nel cilindro sopra la medesima base B, e con l'altezza BG; imperocchè tale altezza è nove volte più grande della BE, diremo dunque che quella, cioè la troscia, sta al cilindro a lei circoscritto, come tre sta a nove. »

« SALVIATI. — Così è la verità, come voi, signor Sagredo, da buon matematico ragionando, l'avete conclusa. Se supponete inoltre che i cilindri o le parti dello spazio, passato nella caduta in tempi uguali, sian quattro, il vostro ragionamento v'avrebbe portato a concludere che la troscia sta al cilindro, come quattro sta a sedici, e universalmente, come il numero delle parti sta al quadrato di questo stesso numero. Che se voi voleste ridurvi alla ragione geometrica, direte che, per qualunque effusione BH, la mole d'acqua al cilindro circoscritto sta come l'altezza AB del livello nel vaso, a quella che è media proporzionale tra la stessa AB e la BH. »

« SAGREDO. — Questa vostra data ragione geometrica io la credo verissima, ma perchè la non mi appare così manifesta, non vi dispiaccia, signor Salviati, di condurmela dai suoi principii. »

« SALVIATI. — Vi farò a questo effetto dunque prima considerare che il numero delle parti cilindriche, nelle quali s'è divisa mentalmente la troscia, è dato dalla radice del numero delle parti, tutte uguali ad AB, che entrano nella lunghezza di essa troscia. Così voi vedete come nella lunghezza BF, che è quattro volte AB, e nella lunghezza BG, che è nove volte la stessa AB, entrano due e tre parti, che sono i numeri corrispondenti alle radici di quattro e di nove. E perciò, in universale argomentando, diremo che, se la lunghezza sia qualunque BH, il numero delle parti sarà dato dalla radice di BH, divisa per la radice di AB. Ora, poichè fu convenuto che la troscia sta al cilindro come il numero delle parti sta al suo quadrato, o come l'unità sta al medesimo numero; anche diremo stare le due dette quantità d'acqua cadente come l'unità alla radice di BH, divisa per la radice di AB, o come la radice di AB alla radice di BH, o finalmente come l'AB sta alla radice di BH, moltiplicata per la radice di AB. Ma alla radice di BH moltiplicata per la radice di AB s'uguaglia la linea, che media fra BH e AB;

dunque la troscia sta al cilindro a lei circoscritto come l'AB sta a quella, che è media proporzionale tra la stessa AB e la BH. »

« APROINO. — Il signor Sagredo mostra di aver avuto sodisfazione con gli atti, e io la confermo con le parole, quanto all'approvare la verità della vostra ultima conclusione geometrica, ma non per ciò mi si viene a rimovere un dubbio, che mi nasce da un'altra parte. Voi, signor Salviati, supponete che l'altezza AB del livello, per qualunque tempo dell'effusione, si mantenga costante, ossia ammettete che il vaso non iscemi, come farebbe se ricevesse dentro sè tant'acqua nuova, quant'è quella che ha versato di fuori. Tal supposizione però non si verifica delle due secchie, quali io vi dissi che il nostro Accademico aveva immaginate, per conseguire qualche notizia della recondita fòrza della percossa. »

« SALVIATI. — Si potrebbe nonostante far la secchia tanto larga, rispetto al foro, che per quell'istante dell'effusione, richiesto per l'effetto principale dell'esperienza, il livello s'abbassasse così poco, da riguardarlo come invariato. »

« APROINO. — Vi si potrebbe senza difficoltà concedere questo che voi volete, ma altro anco di più richiede il vostro discorso, a danno del buon esito della esperienza, ed è che l'acqua nella secchia sia pochissimo fonda. Perchè, a voler ridurre la continuità della troscia a que' vostri cilindri, e affinchè spariscano quegli addentellati nell'uniformità della superficie contermina all'acqua cadente, convien che dei detti cilindri la lunghezza sia piccolissima, intanto che quella, che serve a loro per unità di misura, e che è uguale all'altezza del livello, fosse quasi insensibile, e insomma, per aggiustar le cose alla vostra dimostrazione, il liquido dovrebb'essere così poco nel vaso, da ricoprirne appena appena la superficie del fondo. »

« SALVIATI. — Comunque sia, poichè sento che vi arreca ancora qualche ambiguità la difficultà del misurare la quantità dell'acqua cadente; potremo » ecc., come nella edizion dell'Albèri, alla pagina sopra citata.

Se avesse avuto il Viviani occasione di pubblicare egli stesso il Dialogo della forza della percossa, non è dubbio che vi avrebbe, insieme con altre parti, forse meno importanti, ridotto anche questa. Ma perchè l'ufficio era riserbato al Bonaventuri, se questi non integrò così come sarebbesi desiderato la sua edizione, è da credere non fosse per altro, se non perchè il Grandi, che doveva aver letto questo dialogismo fra le carte ricevute dal Panzanini, non lo esibì all'amico editore, qualunque poi se ne fosse il motivo.

Ma è da tornare al Castelli, che attendendo in questo tempo con grande alacrità a dar perfezione al suo manoscritto Della misura delle acque correnti, incominciava così, il dì primo del 1626, una sua lettera indirizzata da Pisa a Galileo: « Non scrissi a V. S., per l'ordinario passato, perchè non avevo ricevuta la sua de' 27, e non avendo cosa di nuovo, se non due Appendice al mio trattatello del moto de' fiumi, che mandai al sig. Mario, pregandolo le comunicasse a V. S. In una toccavo un particolare scritto da Giulio Frontino, antico scrittore illustre *De Aquaeductibus Romae,* nel quale

mi pare che Frontino possa avere errato nella misura dell'acqua, per non aver considerata la velocità, e tocco volentieri questo punto, perchè insieme vengo a significare che il mio pensiero non è stato messo in campo da nessuno ancora. Nell'altra Appendice noto il mancamento specificatamente degli ingegneri del nostro tempo, e più di quei di Ferrara, i quali, nel concludere l'alzamento che può fare il Reno in Po, non tengono conto della variazione della velocità » (Campori, Carteggio cit., pag. 253).

A queste prime Appendici ne aggiunse il Castelli altre, che gli sovvennero via via, intanto che si ridussero al numero di XI, quasi scolii al Discorso della misura delle acque correnti. Gli amici di Firenze avevano dimostrato gran desiderio di veder questo Discorso, che avevano letto manoscritto, uscir fuori per le stampe, le quali poi ebbero effetto per le premure di quegli altri amici di Roma, e specialmente de' due monsignori Ciampoli e Corsini, che fecero conoscere l'utilità e l'importanza di quelle nuove scritture idrauliche ai così detti Padroni, quali erano allora papa Urbano VIII, e i principi Barberini. Il dì 16 Settembre 1628 il Castelli dava da Roma in una lettera a Galileo questo annunzio: « Oggi ho avuto ordine dai Padroni di far stampare la mia scrittura dell'Acqua, e fa la spesa la Camera » (ivi, pag. 272). Sul finir di quell'anno infatti usciva in Roma, dalla Stamperia Camerale, alla luce il Discorso della misura delle acque correnti, con XVI corollari e XI appendici, dedicato a papa Urbano VIII, aggiuntevi le Dimostrazioni geometriche dedicate al principe don Taddeo Barberini.

Nella lettera del dì 16 Settembre, ora citata, soggiungeva il Castelli a Galileo, dop'avergli annunziato l'ordine di stampare la sua scrittura: « Stampata che sarà, glie ne manderò copia, e vedrà una moltitudine di stravaganti particolari, tutti dipendenti dal medesimo principio. Son però stato necessitato ridurla a chiarezza tale, che possa essere intesa ancora da quelli, che non hanno mai inteso niente di bello » (ivi). Il dì 17 del seguente Novembre tornava a scrivere: « Per l'ordinario che viene, non avendo potuto finire, per diversi rispetti, manderò il mio trattato Della misura delle acque correnti, e ne manderò alcune copie a V. S., da distribuire a cotesti signori miei Padroni » (MSS. Gal., P. I, T. IX, fol. 133). Nell'ultima settimana del detto mese, poche copie ancora essendone tirate, ne mandò a Galileo tre: una, perchè se la ritenesse per sè, e delle altre due facesse presente al Granduca, e al principe don Lorenzo dei Medici. Verso la fine di Dicembre, essendo oramai le copie finite di tirar tutte, ne furono da Roma spedite a Galileo 50 copie, perchè a nome dell'Autore, le dispensasse fra gli amici e studiosi padroni suoi di Toscana. « Mando a V. S. cinquanta copie della mia Scrittura, acciò le dispensi a quei Signori miei padroni che lei sa che sono la mia corona » (Alb. IX, 141).

Non è tempo ancora di riferire particolarmente i giudizi, che si fecero dell'Opera, così diffusa: basti il dire che fu ricevuta con ammirazione, e salutata in generale quale rivelazion benefica di una scienza utilissima e nuova. « La Scrittura, scriveva Galileo all'Autore nel Gennaio 1629, è piaciuta a

tutti che l' hanno letta, e quà si trattava di ristamparla, ma intendo che ella non se ne contenta » (Alb. VI, 324). Nel 1634 però, mutato consiglio, il Castelli stesso iniziava le trattative di questa seconda edizione, da farsi in Firenze, come apparisce da queste parole, che il dì primo Novembre di quell' anno scriveva di Roma in una sua lettera a Galileo: « Gli ho dato ordine (al padre Francesco, cioè a don Famiano Michelini) che tratti col signor Andrea Arrighetti di fargli stampare il mio Discorso della misura delle acque correnti, e perchè forse vi sarà qualche aggiunta e di postille e di scolii, supplico V. S. farmi grazia ed onore di qualche particolare, che avesse osservato in questa materia » (Campori, Carteggio cit., pag. 417).

Queste trattative però non ebbero effetto, e la nuova edizione indugiò ancora per qualche anno, infintantochè nel 1639 non si fece anch' essa in Roma dalla stamperia di Francesco Cavalli. Le appendici vi son ridotto al numero di XIII, e si fa ad esse succedere la « Copia di lettera al signor Galileo Galilei, primo Filosofo del serenissimo Granduca di Toscana. » Nei primi di Agosto ricevè copia del nuovo libro Galileo stesso, che il dì 8, da Arcetri, così rispondeva all' Autore: « Mentre stavo aspettando lettere dalla P. V. Reverendissima, m' è pervenuto il trattato Delle acque correnti da lei ristampato, con l' aggiunta della sua curiosissima e ingegnosa Lettera, da lei a me scritta in proposito del lago Trasimeno, e del Diluvio universale registrato nelle Sacre carte. Per lo che la ringrazio della memoria che tiene di me, e del procurare che il mio nome non s' estingua, ma si vada continuando nella memoria delle future genti » (Alb. VII, 232).

Detto ciò che riguarda la pubblicazione, è tempo di soggiungere i giudizi, che particolarmente si dettero dell' Opera nuova, incominciando da quelli stessi richiesti dall' Autore. Dopo Galileo, uno de' più stimati in questa Scienza, che si ritrovassero allora in Italia, era Giovan Batista Baliani. Con lui il Castelli, mentre attendeva a perfezionare il suo manoscritto, si volle consigliare intorno alle leggi delle velocità, da applicarsi più propriamente al moto dell' acqua, mandandogli nello stesso tempo quelle due prime Appendici, mandate già a Galileo, intorno all' errore in che era incorso Frontino, e in cui incorrevano tuttavia gli ingegneri moderni, rispetto all' alzamento, che farebbero le piene, mettendosi in Po il Reno. Il Baliani dunque, dop' aver fatto osservare che i liquidi, per aver le parti disgiunte, non vanno nello stesso modo come i solidi, soggiungeva: « La penna mi ha trasportato forse troppo avanti, mentre che io voleva solo accennare il dubbio che io ho avuto in quella seconda Appendice, come che del resto non mi paia che al suo discorso, tanto circa le dimostrazioni, come a' corollari e prime Appendice, vi sia che aggiungere » (Alb. IX, 142, 43).

Ma era naturale che, più di quegli del Baliani, premessero al Castelli i giudizi di Galileo, il quale sebben fosse, per le sue proprie esperienze, persuaso pur troppo che ne' tempi anteriori era a tutti rimasto incomprensibile il modo di misurar l' acque, per esssere il loro corso indeficiente; dubitava nulladimeno se il riconoscer gli effetti della velocità, in quelle misure, fosse

pensiero del tutto nuovo. Il dubbio prese forma definita, quando in quella copia del libro, che dicemmo avergli mandata il Castelli stesso nell'ultima settimana del Novembre 1728, lesse attentamente la quarta Appendice, dalla quale resultava che non tutti gl'ingegneri e i periti dovevano aver trascurato di considerare le velocità, se agli effetti di loro, mettendosi il Reno in Po, attribuivano il non farsi alzamento nessuno d'acqua. Al qual dubbio il Castelli, che aveva prima assolutamente asserito *non essere il suo pensiero stato messo in campo da nessuno ancora,* rispondeva così, limitando il suo asserto: « Quanto allo scrupolo, che V. S. mi scrive, che nella quarta Appendice pare che io ammetta che altri abbiano avuto considerazione della velocità, mentre noto che alcuni hanno avuto pensiero che, mettendosi il Reno in Po non sarebbe cresciuto il Po; sappia che io non nego che non sia stata avvertita la velocità nell'acqua, ma dico bene che non è stata mai bene intésa, e nel particolare di quell'Appendice tocco di un Bolognese, il quale semplicemente dice che il Reno non farebbe crescere il Po, mettendo certe considerazioni ridicole, senza considerare la forza della velocità » (Alb. IX, 141).

Questo discorso non mancò di produrre il suo effetto. Tanto è vero che, proponendosi una questione simile, quando si trattava degli alzamenti, che farebbero nel Bisenzio le acque dell'Ormannoro, Galileo la risolveva espressamente invocando gli avvertimenti, dati in questo proposito agl'ingegneri dal padre don Benedetto Castelli. « Quanto all'ovviare (si legge in una nota autografa) che sopraggiungendo le piene di Bisenzio proprio non trovino occupato parte dell'alveo loro dall'acque dell'Ormannoro, che ciò possa esser di qualche poco di profitto come si propone; concorro a dire che tal giovamento sarebbe poco, anzi pochissimo, e quasi insensibile. E qui è da notarsi quel gravissimo errore mai stato avvertito da alcuno degli ingegneri antichi e moderni, ma scoperto dal M. R. padre don Benedetto Castelli, nel suo trattato Del corso dei fiumi, il quale errore era che, entrando un fiume in un altro, con acqua, che sia verbigrazia la terza parte di quella del principale; debba accrescergli la terza parte di più della prima altezza: cosa che è falsissima, imperocchè l'acqua sopravveniente, con alzar la prima, gli dà tanto maggior pendenza ed impeto, cioè velocità, che amendue si smaltiscono e scaricano con poco più d'alzamento. Onde al nostro proposito quell'acqua dell'Ormannoro, la quale averà alzato quella di Bisenzio, avanti l'arrivo della sua piena, per esempio, un braccio, non importerà talvolta, in far ricrescere la sopravvegnente piena di Bisenzio, quattro dita, con tanta furia verrà quella di Bisenzio, e porterà seco quella dell'Ormannoro » (MSS. Gal., P. V, T. III, fol. 16).

Dagli scrupoli però, così facilmente in Galileo rimossi, e dai dubbi, così prestamente risoluti nel Baliani, si passò presto per altri a censure più gravi. In quella lettera del dì primo Novembre 1634, dopo le cose riferite più sopra, il Castelli così soggiungeva: « Mi viene anco scritto di Firenze che il signor Aggiunti ci ha notati alcuni errori gravi, presi da me, e che se ne dichiara assai largamente. Mi pare strano che con me non ne abbia mai trattato: mi

consolo però dall'intendere che i miei pensieri sono conosciuti veri, e le sue obiezioni per false, e tanto mi basta » (Campori, Carteggio cit., pag. 417).

Quali erano particolarmente gli errori notati dall'Aggiunti? Il Castelli stesso mostra di averne avuto un'assai vaga notizia, la quale, se non si riduce ne' termini precisi, non è possibile decidere se le apposte censure siano state dettate da un retto giudizio, o da qualche malevolenza verso l'Autore. E perchè la questione è di non lieve importanza, giova rapidamente risalire a trattarla dai suoi principii.

La prima e più efficace occasione di pensare al moto delle acque l'ebbe senza dubbio anche l'Aggiunti da quelle proposizioni geometriche, e da quel progresso idraulico, che nella sua propria casa si sentì leggere, in Firenze, da Galileo, il quale giusto di lì rispondeva al Castelli: « Scrivo in fretta in casa del signor Niccolò Aggiunti » (Alb. VI, 306) insieme col quale finiva per baciargli le mani. Intorno all'argomento, che nelle condizioni, in cui trovavasi allora la rinnovata Scuola sperimentale, si presentava sotto l'aspetto di una novità curiosa e di sì grande importanza; era naturalissimo che si rivolgessero a speculare Galileo e l'Aggiunti, comunicandosi insieme i loro propri pensieri. De' frutti di questa comunione di studii, benchè non molti se n'abbiano i documenti, si potrebbero pure addurre alcuni prestantissimi esempi, fra quali il primo sia quello delle leggi de' momenti de' gravi sopra i piani inclinati, applicate dall'uno de' due ora commemorati all'equilibrio dei liquidi ne' sifoni ritorti, e dall'altro al corso dell'acqua per l'alveo dei fiumi.

Si sovverrano forse i nostri Lettori che, rappresentandosi con BA, BE (fig. 187) i due rami del sifone, dimostrava l'Aggiunti equilibrarvisi dentro il liquido, perchè sui punti A ed E della medesima linea orizontale preme ugualmente: e per dimostrar ciò considerava i due corpi d'acqua BA, BE come due solidi d'ugual materia, e di pari grossezza, attestati in B, i quali solidi diceva che, avendo in premere ugual momento, necessariamente perciò rimangono in equilibrio. Ora, dietro le poste condizioni, è manifesto che il principio, da cui fa l'Aggiunti dipendere la sua conclusione, è il teorema meccanico dell'uguaglianza dei momenti di due solidi, quandò le loro gravità assolute son proporzionali alle lunghezze dei piani inclinati. Immaginando infatti il liquido esser ridotto in tante minime sfere, di raggio tutte uguali, è chiaro che queste tanto son più di numero, e perciò di peso, quanto maggiori son le lunghezze dei tubi. Il teorema famoso dello Stevino avrebbe ritrovato in queste sferette d'acqua più propria, e più elegante conferma sperimentale, che negli anelli della catena.

Figura 187.

Simile al discorso dell'Aggiunti era quell'altro, che faceva Galileo, per provare che, essendo BA, BE due alvei, come il tortuoso e il diritto, in cui si voleva ridurre il Bisenzio, « tanto scarica il più lungo e meno declive, quanto il più corto e il più pendente: cioè tanto il tortuoso quanto il diritto »

(Alb. VI, 357). Avendo le quantità la ragion composta degl' impeti e delle sezioni, che son manifestamente uguali, dovendo avere il Bisenzio corretto il medesimo sbocco, tutto riducevasi a dimostrare che in A e in E, cioè agli sbocchi dell' alveo diritto e del tortuoso, giunge sempre la piena con impeti uguali: e per dimostrar ciò, Galileo ricorre e applica, come l' Aggiunti, all' acque le leggi de' momenti dei solidi sopra piani ugualmente cadenti, benchè variamente inclinati. E perchè pareva agli avversari duro il concedere che, essendo tanto più l' acqua nel canale BE che nel BA, ne dovesse nonostante giungere una medesima quantità allo sbocco: o ammettendosi pure le dottrine del Castelli, professate anche qui, perchè non pareva possibile che, essendo in A l' acqua tanto più precipitosa che in E, dovessero nulladimeno avere in ambedue i casi l' impeto stesso; Galileo risolveva il liquido in tante sfere, e supposto che in BA ne fossero quattro, e in BE otto, diceva non dovere far maraviglia se l' ultima sfera in A ha impeto quanto l' ultima sfera in E, perchè, sebben quella abbia la metà del pendio, questa è incalzata e premuta da un doppio numero di sfere, ond' è manifesto come, compensandosi le parti, si vengano qua e là nella composizione a ragguagliare i momenti.

Un altro esempio del comunicarsi insieme Galileo e l' Aggiunti, intorno al moto delle acque, i loro pensieri, l' abbiamo nella proposta, e nella soluzione di un problema, che nell' Idraulica vedremo essere dei principali, « come cioè cammini il negozio dell' accelerarsi l' acqua nel dover passare in un canale più stretto » (Alb. VI, 303). Intorno a ciò sappiamo che ghiribizzava Galileo, infin da quando il primo libro del Castelli correva per Firenze manoscritto, e lo leggeva l' Aggiunti insieme con Galileo stesso, che a quella occasione e in quel tempo, essendogli sovvenuto il sopraddetto problema idraulico, intanto che ci ripensava egli fra sè, ne proponeva la soluzione al discepolo e all' amico. L' investigare quali fossero i pensieri d' ambedue è la presente nostra intenzione, e fra' documenti, dietro i quali ella s' indirizza, per quel che principalmente riguarda Galileo, uno ci se ne presenta, da cui si vede ch' egli, in mezzo a tante incertezze, ricercava ne' fatti qualche scorta più fida. L' osservazione di questi fatti, non fidandosi forse degli occhi propri, la raccomandava alla sperimentata diligenza del Castelli, che in tal proposito così rispondeva: « Del resto, quanto al problema, che V. S. m' accenna, potrei dirli quello che ho considerato qui in Pisa nelle piene d'Arno, mentre l' acqua passa sotto gli archi dei ponti, minore sezione di quelle che sono avanti il ponte, e dopo passato il ponte. Ma perchè ci vorrebbe piuttosto comodità di voce, che di penna, mi riserbo a dirle questo con alcune altre cosette a bocca » (Campori, Carteggio cit., pag. 253, 54). Ma perchè quel che disse a bocca il Castelli a Galileo non ci è noto, il primo documento de' pensieri, ch' ebbe esso Galileo intorno all' accelerarsi l' acqua, passando per uno stretto, si ricava da una lettera, nella quale s' espone il dubbio, natogli in leggere, nel corollario XI della misura delle acque correnti, l' articolo VI. Quivi s' accusa dall' Autore di debolezza l' ingegnere Giovanni Fon-

tana, per aver detto che passasse sotto il ponte Quattrocapi cento cinquant'una canna d'acqua premuta, quasi fosse bambagia o lana (Ediz. cit., pag. 19). Ora a Galileo, che aveva anch'egli pensato doversi attribuire l'acceleramento dell'acqua sotto il ponte a qualche pressione, parve l'accusa del Castelli inconsiderata, potendo esser premute anche le materie, che non cedono, come cede la bambagia o la lana: anzi il non cedere è talvolta condizione richiesta al moto progressivo, com'avviene del nocciolo di ciriegia premuto dalle dita.

A questo esempio, che tante volte ricorre in Aristotile e nei seguaci di lui, pare si riducesse per Galileo a principio la desiderata soluzione, alla quale però sentiva di non potere acquietarsi, per aver troppo del peripatetico e del volgare. Rivolgendosi perciò a cercare qualche altra cosa di meglio, pensò a quelle pressioni, che si fanno perpendicolarmente dall'acqua, sopra l'acqua che le soggiace, o che si producono dall'embolo dello stantuffo dentro una canna, secondo qualunque direzione: pensiero, natogli senza dubbio dalla languida risonanza di quelle tradizioni, alle quali l'Innovator baldanzoso protestava di voler chiuder le orecchie. Le relazioni che, per logica e naturale necessità, passano fra il nuovo e l'antico, appariranno in seguito più manifeste, ma intanto è bene riferire quel documento di lettera, che il dì 8 Gennaio 1629 Galileo scriveva al Castelli: « Per diligenza usata, così egli comincia, non ho potuto ritrovare le cinquanta copie, che scrive mandarmi della sua Scrittura, ed essa non mi dice niente dove io debba far capo per ritrovarle: però supplisca con altra sua. Feci presentare le due al serenissimo Granduca, e principe don Lorenzo, da Vincenzio mio figlio, essendo che li tempi contrarissimi alla mia sanità m'hanno tenuto finora per tre settimane con doglie acerbissime. La Scrittura è piaciuta assai a tutti che l'hanno letta, e qua si trattava di ristamparla, ma intendo ch'ella non se ne contenta. Io la rileggerò più volte, e se mi parrà alcuna cosa da notarsi l'avviserò, in occasione che bisognasse ristamparla, e per ora mi sovviene di quell'acqua premuta, che ella interpetra come condensata, dalla quale opposizione potrebbe l'Autore difendersi che non è necessario che l'acqua premuta si condensi, per scappar con maggior impeto, siccome il nocciolo di ciriegia, premuto dalle dita, scappa con velocità senza condensarsi, e l'acqua stessa premuta nello schizzatoio salta anche in su, e compressa dal proprio peso esce dalla botte velocemente » (Alb. VI, 323, 24).

Dopo due settimane il Castelli rispondeva a questa di Roma così, dimostrando di non esser ben penetrato addentro al pensiero di Galileo: « Quanto a quella difficoltà, che fa dell'acqua premuta, non credo che il Fontana possa pretendere quella fuga, che V. S. pensa: prima, perchè non l'ha detto, e di più, se lo voleva dire, e se intendeva questo punto della velocità, fu in tutto vanissima l'opera sua di quelle misure. Ma rispondendo più vivamente dico che in tal senso non è vero che l'acqua occupi minor loco, per essere premuta, come dice il Fontana, ma per essere veloce, come dico io » (ivi, IX, 147). Ripetiamo che il Castelli, così rispondendo, non aveva penetrato il pensiero di Galileo, qual'era, non d'investigar la ragione perchè l'acqua

occupi minor luogo, ciò che egli non dubitava d'attribuire alla sopravvenuta velocità, ma di ricercar la causa, che produce una tale velocità, e per cui di fatto passa tutta la piena sotto l'arco del ponte. Dichiaratosi perciò meglio col Castelli, e significatogli espressamente non potere la ricercata causa dipender da altro, che da qualche pressione, comunque ella avvenga, e in qualunque modo si faccia; avendo esso Castelli allora ben inteso lo stato della questione, vi rivolse sopra il pensiero, e per lettera del 24 Febbraio 1629 annunziava così di averla risoluta: « Io credo di avere incontrate alcune cose belle in risposta di quell'acqua premuta, le quali non ho ancora ben disteso in netto, ed avrei estremo bisogno d'esserle per quattro o sei giorni appresso, ma in ogni modo spero, per l'ordinario che viene, mandarle l'ossatura del mio pensiero, che credo che le sarà di gusto » (Campori, Casteggio cit., pag. 279).

Ignoriamo se queste speranze avessero effetto, e non si potendo perciò dire ai Lettori qual si fosse propriamente il pensiero del Castelli, passeremo a riferire quello di Galileo, che si è intanto risoluto di mezzo ai dubbi, e di questa risoluzione ci è rimasto spiegatissimo documento. Ripudiata l'ipotesi che l'acqua possa scivolare, premuta dalle pile del ponte, come, fra le dita che lo premono, schizza il nocciolo di ciriegia; non rimaneva a Galileo di scegliere, in quelle sue prime speculazioni, se non che fra l'ipotesi degli Idraulici contemporanei di Leonardo da Vinci, che cioè le pressioni nascessero dal peso dell'acqua sollevatosi prima d'entrar nello stretto, o fra quell'altra ipotesi del Cardano, che cioè le moli stesse sollevatesi precedentemente, incalzino via via e sospingano al moto le susseguenti. Ma poi ripudiò anche queste ragioni, per attenersi a una sua propria nuovamente pensata, e che è gran parte dell'Idraulica galileiana; quella vogliam dire che gli accrescimenti delle velocità, piuttosto che alla pendenza dell'alveo, si debbano attribuire alla pendenza della superficie. Nella maggior pendenza dunque, che prende l'acqua in passar sotto gli archi dei ponti, Galileo riconosceva la causa di quella maggior velocità, che fa smaltire la piena come se corresse libera fra le aperte sponde del fiume. « Forse potrebbe accadere (così leggesi nel trattato allo Staccoli intorno al regolare il Bisenzio) che l'acqua rigurgitando, rigonfiasse alquanto sulle svolte: ma questo non diminuirà punto la sua velocità, perchè tale alzamento le servirà per far divenire la sua pendenza maggiore nella parte del canale seguente, dove col crescer velocità verrà a compensare il ritardamento patito sul principio della svolta, operando un effetto simile a quello, che noi giornalmente vediamo accader nei fiumi assai colmi, mentre nel passare sotto gli archi dei ponti, urtando nelle pile o imposte di detti archi, gli conviene ristringere l'acque, le quali rialzandosi nelle parti di sopra si fanno pendenza tale sotto gli archi, che correndovi velocissimamente senza scapito alcuno, continovando il corso loro non consumano un sol momento di tempo di più nel loro intero viaggio, che se avessero avuto il canale libero » (Alb. VI, 366, 67).

Così veniva finalmente risoluto da Galileo il problema del crescersi le

velocità, diminuendosi le sezioni, intorno al quale era stato per lungo tempo in così gran travaglio. E come l'ebbe risoluto, lo conferì negli amichevoli colloqui con l'Aggiunti, che ebbe presto, ripensandoci meglio, a scoprire in quella soluzione qualche difetto, sembrandogli derivata piuttosto da particolari osservazioni, che da leggi universali. L'acqua diceva non s'affretta solamente sotto gli archi dei ponti in tempo di piena, ma e nello stretto di piccoli canali, dove l'alzamento della superficie che precede l'entrata, e il pendio di quella che succede son di tanto poco momento, da non si potere attribuire a loro la causa di così repentina sollecitazione di moto.

Non potendosi dunque, proseguiva l'Aggiunti a ragionare, fare in tali accidentalità di superficie consistere un effetto tanto essenziale, convien ridursi a più alti principii. Si sa dalle Storie passate che egli fu il primo e l'unico, nella Scuola galileiana, a formulare le leggi della comunicazione dei moti, derivandole dal modo di misurar le forze compostamente per la velocità, e per la quantità di materia. Di qui veniva a formularsi la proposizione, in particolar modo da lui stesso poi dimostrata: *La medesima velocità, nelle maggiori e minori quantità di materia, opera più o meno potentemente, secondo la proporzione di essa materia.* Che se le potenze o le forze sollecitanti al moto sono uguali, velocità dunque e quantità di materia si risponderanno costantemente in ragione contraria. Ecco a quali principii essenziali s'informava, e da quale appropriata universalità di ragioni faceva l'Aggiunti dipendere la soluzion del problema: La potenza che incalza la piena è la medesima nel largo dell'alveo e sotto l'arco del ponte: ma perchè qui la quantità di materia è diminuita, necessariamente consegue che a quella proporzione la velocità invece s'accresca.

La principal proposizione, dalla quale svolgevasi il progresso idraulico del Castelli, veniva così dimostrata dai suoi veri principii, e a ciò intendevano le critiche dell'Aggiunti. Non è vero ch'egli avesse, come fu riferito da malevoli o da male informati all'Autore della Misura delle acque correnti, notati errori nel libro di lui: non si dubitava per niente della verità delle conclusioni, ma si diceva solo che mancavano di fondamento, perchè i semplici fatti osservati e l'esperienze non possono partecipare alle proposizioni quella certezza geometrica, della quale presumeva di averle insignite lo stesso Castelli. Noi, mentre da una parte confermiamo che l'Aggiunti, in tal proposito, aveva ragione, non possiamo non deplorare dall'altra i danni dalla morte recati ai progressi della Scienza italiana, la quale sarebbe venuta per lui a dare così per tempo le leggi della percossa e del corso dei fiumi, non dimostrate dietro alcune fisiche proprietà dei solidi e dei liquidi, com'avevano fatto Galileo e il Castelli, ma concluse da quella universalità di principii, da cui dipendono le ragioni del moto in ogni sorta di corpi gravi.

Le censure dell'Aggiunti, come si vede, erano cose di bene altra importanza, da que' primi dubbi mossi da Galileo intorno a certe storiche improprietà, che alcuno avrebbe potuto notar facilmente nel libro del Castelli. Bench'esso Galileo sembrasse rimaner sodisfatto delle risposte, forse non si

rimosse mai dalla mente di lui la persuasione che a nessuno fosse prima sovvenuto il pensiero d' applicare le velocità alla misura delle acque correnti. Dai documenti poco addietro citati apparisce che il Castelli stesso ebbe a temperare quella sua prima sentenza, così assolutamente pronunziata, intorno alla novità della sua Scienza idraulica, e quasi presentisse nell'animo che le osservazioni amorevoli del Maestro si sarebbero nel più libero giudizio dei posteri convertite in accuse acerbe di plagio; è sollecito di dichiararsi ch' ei non nega essere le velocità state prima avvertite, ma vuol dir solamente che non furono bene intese e spiegate. Aveva infatti appena finito di rispondere in fretta a Galileo, giustificandosi dell'accusa data all'ingegnere Fontana, che così caldamente soggiunge: « La voglio solo pregare che osservi la cautela, con la quale io cammino nella mia scrittura, di dire sempre che non è stata bene intesa, pienamente spiegata, al vivo penetrata, e simili cose, la velocità dell' acqua e la sua forza in fare scemare la misura » (Alb. IX, 146, 47).

Nonostante queste cautele, rimase la scrittura del Castelli improntata di tale presunzione, che, non potendola alcuni patire, non risparmiarono perciò all'Autore quella presentita acerbità delle censure. Raffaello Fabbretti, nel suo trattato *De aquis et aquaeductibus veteris Romae,* non poteva naturalmente dispensarsi dal commemorare Giulio Sesto Frontino, dai citati passi del quale argomentando alla principale importanza, che dall' antico Prefetto romano si dava alle velocità nel dispensar l' acque, secondo la loro più giusta misura; conclude con l' ironia di queste parole: « Unde explodendum esse dicimus p. Castelli, quasi Frontinus magnum illud suum theorema, ex velocitate aquae modum ipsius variare ignoraverit » (*De aquis* cit., Romae 1680, pag. 128). Segue poi il Fabbretti a citar da Frontino l' articolo, in cui, dop' aver narrato com' avesse raccolte varie misure d' acqua, in vari stati e condizioni di un medesimo acquedotto; soggiunge: « cuius rei ratio est quod vis aquae rapacior, ut ex largo et celeri flumine excepta, *velocitate ipsa ampliat modum* » (ibid.). E perchè insomma, a giudizio dello stesso Fabbretti, non ha fatto altro il Castelli che stemperare in lunghe e noiose parole il laconico linguaggio dello Scrittore antico, per dare di ciò una prova ai Lettori, vuol che confrontino quel che si legge, nel proemio del Moderno, dell' acqua che, uscendo da due cannelle soprapposte, la più alta getta men della più bassa a proporzion dell' altezza; con questo che Frontino, fatta la medesima supposizione, potentemente condensa in tali parole: « *Inferior plus trahit, superius minus ducit quia cursus aquae ab inferiori rapitur* » (ibid.).

Dopo il Fabbretti venne il Poleni, che divulgando, come altrove dicemmo, la scrittura geometrica del Buteone, *De fluentis aquae mensura,* ebbe intenzione di rammentare a chi l' aveva oramai dimenticato come, infino dal 1554, che vuol dire 74 anni prima del Castelli, era in Francia divulgato un libro, in cui s' insegnava il più giusto modo di dispensar l' acqua, misurandone la velocità del corso con l' orologio alla mano, non importa s' egli era una cles-

sidra antica, invece di un pendolo nuovo. All' ultimo il Venturi, mandando il fiato dalla sua propria trachea nella muta laringe dell' Arconati, annunziava al mondo scientifico, stupito, che la Scienza idraulica del Castelli, tutt'altro ch' essere a quel tempo nuova, si trovava più ampiamente e più sottilmente trattata nei manoscritti di Leonardo da Vinci. La piccola scintilla, in Parigi, secondò quella gran fiamma, che trovò pascolo così gradito nella penna di tanti scrittori, alcuni de' quali, per vendetta dell' usurpazione e per amor di giustizia, proposero che l' essere le velocità in reciproca ragione delle sezioni si dovesse dire dall' ora in poi legge di Leonardo da Vinci, e non più del Castelli.

Vorremmo volentieri sussurrar nelle orecchie di cotesti zelanti che più giusto sarebbe stato appellare la detta legge idraulica dal nome del Cardano, il quale non la scrisse in private carte disperse, ma in bei volumoni in folio stampati, se non ci premesse maggiore curiosità di domandare, perchè mai, volendosi in ogni modo far la rivendicazione a favore di un nome famoso, non preferissero costoro a Leonardo lontano, e dal partecipare con gli studii del Castelli sì alieno, il più prossimo e immediato magistero di Galileo. Dai teoremi idrostatici di lui infatti vedemmo come scendesse per facile corollario la legge delle velocità reciproche delle sezioni. Anzi è notabile che Galileo stesso, nelle sì frequenti conferenze ch' egli ebbe col Castelli intorno al moto dell' acqua, non ne facesse mai motto, e lasciasse intera al Discepolo la compiacenza di quel ch' egli diceva pensiero suo nuovo. Nemmeno il Viviani, anche dopo aver vedute le note, nelle quali Galileo si proponeva di risolvere il problema della quantità d' acqua compresa nella troscia, accennò mai, che da noi si sappia, alle relazioni che passano fra le dottrine del Discorso intorno i galleggianti, e il libro della Misura delle acque correnti.

Unico forse il Montanari, in mezzo alla numerosa Scuola galileiana, indicò le dette relazioni nel suo dialogo intitolato *Le forze di Eolo,* là dove, dai momenti nella stadera passando ai momenti nel sifone idrostatico, afferma che le loro leggi, dimostrate da Galileo nel suo strumento, son quelle stesse applicate poi dal Castelli al corso dei fiumi. « Leggete, dice nel Dialogo citato il Montanari stesso all' interlocutor suo Gozzadini, a carte 15 delle Galleggianti, ove il Galileo mostra come la forza, ossia il momento dell' acqua stagnante in un vaso grande, che comunica con altro vaso angusto, e seco s' equilibra in orizonte, non per altro s' eguaglia al momento di quella del vaso più angusto, se non perchè l' acqua, nel vaso più angusto, quando dovesse moversi, e cedere alla pressione del maggiore, si moverebbe ad alto con velocità, appunto tanto più grande dell' abbassamento che ella farebbe nel vaso maggiore, quanto è più grande la superficie del maggiore di quella del minore. Onde, a causa di questa reciproca proporzione della poca velocità nel primo, alla molta nel secondo, e dell' angusta sezione del secondo vaso alla più ampia e capace del primo; si mantengono in equilibrio. Ed a maggior chiarezza notate ancora ciò che dimostra l' abate Castelli, nelle sue *Acque correnti,* ove fa vedere che un fiume, correndo per un canale

or più largo or più stretto, ad ogni modo passa in tempi uguali ugual quantità d' acqua per le sezioni medesime, ancorchè tanto disuguali, mercecchè nella sezione più angusta egli per appunto altrettanto più veloce si muove che nell' ampla, quanto questa è più grande di quella. Onde potiamo dire che tutta la forza e momento di quel fiume, che era diffusa nell' alveo più amplo, al passar per un altro più angusto si converte in tanta maggior velocità, quanta è la diminuzione che gli accade nell' ampiezza » (Parma 1694, pag. 146, 47).

L' osservazione giustissima del Montanari sfuggì ai magnificatori di Galileo, che perciò a lei sostituirono giudizi senza criterio. Il Nelli per esempio asserì e confermò che « il Trattato sopra la misura delle acque correnti, pubblicato dal Castelli, è parto dell' ingegno di Galileo, e che questo Filosofo permesse a quel Monaco di pubblicarlo col suo nome, come fece della scrittura contro Lodovico delle Colombe » (*Vita di Galileo,* Losanna 1793, pag. 490). L' Albèri, in nota a pag. 324 del T. VI della sua Edizione completa, ridusse a miglior senno l' asserzione inconsiderata, ma ambedue troppo alla lettera interpetrarono l' espressione: *se le cose che sono scritte nell' operetta son vere, come io credo, ella sa che l' opera è sua* (Alb. IX, 146): espressione, che poteva ridursi al suo vero significato, collazionandola con quest' altra, dallo stesso Castelli precedentemente usata nello scrivere al medesimo Galileo: *ho cercato di seguitare i vestigi di V. S., alla quale, se nella mia Scrittura ci è cosa di buono, tutto riferisco* (ivi, pag. 141).

Del resto la questione del mio e del tuo, relativamente alla risposta contro Lodovico delle Colombe, è decisa dalle seguenti parole, scritte a Galileo il dì 21 Gennaio 1615 dal Castelli, a proposito della pubblicazione della citata Scrittura apologetica: « Mi vien fatta istanza grandissima del mio libro, se però si può chiamar mio, dove V. S. ha posto tanto del suo » (MSS. Gal., P. III, T. VII, fol. 40): come l' altra questione, relativa al trattato delle acque correnti, resta con non minor certezza decisa dai fatti sopra narrati, dai quali apparisce che Galileo si mostrò nuovo alle proposte del Castelli, e ricevè da esse, a speculare intorno al moto delle acque, l' occasione e l' impulso. Le quali cose, quando fossero state considerate dal Zendrini, non si sarebbe fatto maraviglia, nella sua prefazione al Trattato delle acque correnti, che la repubblica di Venezia, allora in gran sollecitudine e dispendio di dare un nuovo alveo al Po e alla Brenta, non avesse consultato mai intorno a ciò Galileo, suo celebre matematico nello studio di Padova (*Autori che trattano del moto delle acque,* T. VIII, Firenze 1770, pag. XIII).

La scienza era da' suoi principii matematici dimostrata nelle Scuole, ai tempi di Leonardo da Vinci, e le dimostrazioni scientifiche venivano divulgate dai libri del Cardano e del Buteone, ma intanto, non solamente in Venezia e nel rimanente d' Italia, ma anche appresso le altre nazioni erano le opere idrauliche affidate alla pratica dei così detti Periti ingegneri, e nella dispensa delle acque si duravano a commettere i medesimi errori, così nel Delfinato, patria del Buteone, come nella Lombardia, patria del nostro Ca-

stelli. Qualunque siano perciò le censure, date al Matematico di Papa Urbano VIII, nessuno potrà negare che da lui primo e solo cominciò la scienza a dar regola all'arte: da lui primo e solo s'imparò a far con giustizia la dispensa delle acque.

Ma, esaminando più diligentemente, quelle censure si trovano concluse nel dire che la scienza del Castelli non era nuova. Il detto verissimo, e confermato già dalla Storia, non dissente dal concedere che il Castelli abbia fatto rivivere una cosa morta, ciò che alcuni riducono a qualche clandestino connubio con le vecchie tradizioni, repudiate allora da tutti, e perciò da tutti dimenticate. La falsità però di questa opinione si scopre, ripensando alle origini tanto diverse per la scienza degli Autori antichi, e per quella del moderno Scrittore, cosicchè questi potè con coscienza pura asserire che il suo pensiero, se non così nudo come lo presentava anche Frontino, almeno qual si dava ordinato a sistema, era nuovo. Mentre infatti l'Idraulica di Leonardo e del Cardano s'informava ai principii matematici del Nemorario, quella del Castelli non ebbe altro fondamento che nella osservazione di alcuni fatti presenti, e dai quali con rammarico si conosceva doverne non legger danno seguitare al pubblico e ai privati. Da questa medesima diversa origine di principii s'argomenta altresì all'indipendenza del Castelli dal magistero di Galileo, il quale, non dai fatti, ma dalle leggi dei momenti dimostrando le ragioni degli equilibrii idrostatici, dava altro modo a dedur che le velocità hanno reciproca ragione delle sezioni.

Tale essendosi dunque la conclusione, alla quale siamo stati condotti dal confrontare la scienza antica con la nuova, per quel che semplicemente riguarda la considerazione delle velocità nella misura delle acque correnti; ci rimane, come soggetto anche di maggiore importanza, a proseguire il confronto, tra le leggi assegnate a quelle medesime velocità nell'Idraulica trattata da Leonardo e dal Cardano, e in quella nuovamente restaurata dal Castelli.

III.

Come le leggi delle velocità nei solidi ebbero una trattazione diversa, ora considerandoli nelle loro libere cadute, ora nelle loro scese lungo i piani inclinati; così per analogia dev'essere stato delle acque. Diremo perciò distintamente delle proporzioni delle velocità assegnate dai varii autori al moto di esse acque, sia quando scendono o salgono nel fluire dai vasi, in trosce e in zampilli, sia quando scorrono per le pendenze dei canali o per gli alvei dei fiumi.

Per quel che riguarda le trosce, anche gli antichi, come s'ha da alcune note di Leonardo da Vinci, attribuivano il loro assottigliarsi agl'incrementi successivi delle velocità, le quali non dubitarono di far proporzionali agli spazi, a quel modo che facevano per tutti gli altri corpi gravi cadenti. Sco-

pertosi poi che esse velocità stanno invece come le radici degli spazi, pareva certissima l'applicazione della nuova legge anche ai liquidi. Galileo infatti ne porgeva l'esempio nel risolvere il problema, per noi fatto noto, della quantità d'acqua compresa nella troscia cadente dalla secchia, per la misura della forza della percossa, e nel segnar la scala degli spazi sempre più brevi, passati dalle gocciole separate, quanto più zampillando salgono in alto, dove il moto è più lento (V. nel nostro V Tomo a pag. 217).

Il Castelli però lascia i Lettori in una incertezza penosa. Nel XV corollario del suo primo libro, applicando la proposizione, da sè generalmente dimostrata, a spiegar quell'assottigliarsi, che si osserva nelle acque cadenti; dice un tal fatto da null'altro dipendere, che dall'acquisto di maggior velocità dell'acqua nel seguitare a cadere, « essendo notissima conclusione appresso i Filosofi che i corpi gravi cadenti, quanto più si scostano dal principio del loro movimento, tanto più acquistano di velocità, e perciò l'acqua, come corpo grave cadendo, si va velocitando, e però scema di misura e si rassottiglia (*Della misura delle acque* cit., pag. 28). Qui la legge della velocità, rispetto al tempo e allo spazio, non è determinata, e non si dubiterebbe doversi intendere per que' Filosofi i peripatetici (che pure ammettevano tanto più velocitarsi i cadenti, quanto più si dilungano dal principio del moto) piuttosto che Galileo, quando a intender così non consigliasse il pensiero che doveva esser già partecipata al Castelli, dal suo proprio Maestro, la scoperta legge dei moti accelerati. Nè da altro che dal pensar così dee essere il Barattieri stato indotto a scriver queste parole: « Può nascerè ancora qualche difficoltà nel considerare quell'effetto, che si concede a' pesi gravi cadenti, che si fanno più veloci quanto più si discostano dal suo principio, pensando forse che si abbi da considerare che segua tal effetto, anche nel corso delle acque correnti dei fiumi, come appunto pare che ne sia il pensiero dell'abbate Castelli, al XV de' suoi corollari, e del sig. Bagliani, quando nel proemio de' suoi Liquidi mostra che tale aumento non solo si faccia, ma che segua, crescendo la sua velocità con la regola delle progressioni aritmetiche. » Così il Barattieri (*Architettura delle acque*, P. I, Piacenza 1697, pag. 169, 70) senza dichiararsi che il Baliani certamente intendeva, che quelle progressioni aritmetiche erano de' numeri impari ab unitate.

In ogni modo, come nel corollario XV *pare* che il Castelli ammetta velocitarsi l'acqua, che liberamente cade, a proporzione delle radici delle altezze; così *pare* che nel Proemio ammetta essere le velocità degli efflussi dai vasi proporzionali alle semplici altezze dei livelli. « Esca, egli dice, l'acqua per due cannelle uguali d'ampiezza, una posta nella parte inferiore del vaso, e l'altra nella parte superiore: è manifesto che, nel tempo, nel quale dalla parte superiore uscirà una determinata misura d'acqua, dalla parte inferiore usciranno quattro, cinque e assai più delle medesime misure, secondo che sarà maggior la differenza dell'altezza delle cannelle, e la lontananza della superiore cannella dalla superficie o livello dell'acqua del vaso » (*Della misura ecc.*, pag. 5).

Elia Lombardini argutamente notò che in questa proposizione si contiene un errore manifesto, « non già di stampa, ma di concetto, dovendo essere maggiore l'efflusso della cannella inferiore, al confronto della superiore, quanto *minore* e non *maggiore* è la distanza di questa dalla superficie della conserva » (*Dell' origine e del progresso dell' Idraulica in Italia,* Milano 1872, pag. 48). Noi saremmo inclinati ad attribuir l'errore, se non alla stampa, a una certa sbadataggine nell' Autore, occasionata senza dubbio dall' esser certo da una parte *che l' acqua per la cannella inferiore corre e passa con assai maggiore velocità, di quello che fa per la superiore,* e dal non potere intendere dall' altra *qual si sia la cagione di questo negozio.* Ma che una tale ignoranza, così dallo Scrittore stesso confessata, consista nel non aver egli saputo intendere che la botte, quanto è più piena, per aver maggior carico di sopra, tanto getta con più impeto dalla cannella; non si consentirà al Lombardini da nessuno, che non voglia fare il Castelli piu stupido dei villici e dei canovai.

Il mistero dunque non riguardava propriamente le pressioni, fatte secondo le altezze perpendicolari. Quel che non sapeva intendere il Castelli era come quelle pressioni, che dietro la prima supposizione archimedea aveva creduto non poter essere che perpendicolari, si rivolgessero poi orizzontalmente, anzi per tutti i versi. Così viene a scoprirsi la radice del male, che non in altro s' asconde, se non in que' difetti, ne' quali si rimaneva la dominante Idrostatica galileiana, e della quale, come fu imbevuto il Castelli, così ritroveremo il Cavalieri, insieme con gli altri della medesima Scuola infino al Torricelli, che felicemente applicò all' Idrodinamica la dottrina steviniana dell' uguaglianza delle pressioni.

Il concetto nonostante di una tale uguaglianza essendo balenato per la mente degli Idraulici del secolo precedente, fu potissima causa dell' essere, intorno al modo di risolvere così fatte questioni, rimasti superiori al Discepolo di Galileo i seguaci del Nemorario. Questi trovarono assai facile spiegare, come fra gli altri fece il Cardano, « cur aquae, a lateribus etiam stantium paludum, per rimas tabularum impetum secum afferant, cum aqua, quae sursum est, et a lateribus premat, ideoque etiam, absque alio cursu impetum faciat et impellat. Velociter igitur aqua fertur per angusta foramina iuxta proportionem prementis aquae, ad eam quae protruditur » (*De rerum var.* cit., pag. 69). La pressione dunque dell' acqua *quae sursum est,* si riflette con egual forza anche *a lateribus,* ed ecco come riuscisse facile al Cardano spiegare il fatto, rimasto inesplicabile al Castelli, del correr maggiormente veloce l'acqua nella cannella inferiore che nella superiore; e nel medesimo tempo ecco aperta la via di dimostrare come, essendo le due cannelle uguali, le quantità dell' acqua, versate da quella di sotto e da quella di sopra, sian proporzionali alle loro respettive distanze dal supremo livello.

Leonardo, nella potente sobrietà del suo proprio linguaggio, va, anche più direttamente, a coglier nel segno. Dop' avere stabilito che le pressioni perpendicolari crescono come le altezze del liquido soprapposto, rispetto alle

orizzontali conclude che, in ogni grado d'altezza del liquido, la cannella *acquista gradi di distantia nel gettar da lontano:* che vuol dire essere le velocità del corso, dentro la cannella orizzontale, proporzionali alle altezze. Di qui riuscì a concludere, con tutta quella precision di linguaggio scientifico che tanto si fa desiderar nel Castelli, la proposizione altrove da noi citata: *Dell' acqua, che non manca di una ordinata altezza nella sua superficie, tale sarà la quantità dell' acqua, che versa per un dato spiracolo in un dato tempo, quale quella della data altezza di esso spiracolo.* Cosicchè, se l'altezza sopra lo spiracolo B è la metà di quella sopra lo spiracolo G, *dico,* soggiunge quivi Leonardo, *che G verserà due tanti più di B, nel medesimo tempo, perchè ha due tanti più di peso d' acqua sopra di sè.*

Passiamo ora a narrare le varie opinioni intorno alle leggi del velocitarsi l'acqua, nei canali inclinati, e dentro l'alveo dei fiumi. Il Cardano, in conformità co' principii già professati, pronunziò dell' acqua corrente per un canale inclinato che *quanto magis a principio ortus distiterit* (prese le distanze secondo le cadenti perpendicolari) *eo velocius movebit.* E così vedemmo anche Leonardo applicare al corso dei fiumi la legge delle velocità proporzionali alle altezze perpendicolari, secondo gl'insegnamenti dati a lui, e a tutti gli altri di que' tempi, dal gran Maestro *De ponderibus.*

Venuto l'altro grande Maestro ad assegnare ai cadenti altre leggi, il Castelli, anche in questo caso, incominciò a dubitare se fosse la nuova legge scoperta applicabile al moto dell'acque. Volle perciò, in tali dubbi, aver consiglio con Giovan Batista Baliani, il quale rispose che, da qualche accenno avutone da Galileo, venne a incontrarsi, senza cercarla, nella proposizione che i corpi di moto naturale vanno aumentando le loro velocità, con la progressione dei numeri impari, e soggiungeva non creder questa legge applicabile all' acque, se non fosse per qualche loro breve corso e assai poco inclinato, come il fosso di un mulino. Ma trattandosi di un canale lungo o di un fiume, che declini circa sei o otto per cento, « non mi pare, egli dice, che l'acqua si vada aumentando di velocità con quella proporzione, che correrebbe una palla sferica in un piano perfettamente declinante. So che il fiume terminando al mare non casca, ma ritrova intoppo dell' acqua, che lo va trattenendo, onde l'acqua del fiume, per questo trattenimento, fa anche resistenza a quella di dietro: però non mi pare che questa sia bastante ragione per un tal effetto » (Alb. IX, 142).

Parve anche al Castelli ragionevole l'opinione del suo dotto amico, ma così incerto come rimaneva in assegnare ai liquidi una legge delle velocità, che fosse a loro tutta propria, scansò di entrare nei fatti particolari. Anche Galileo sentì questa difficoltà, ripensando alle differenze del moto, che son tra i solidi e i liquidi, a' quali ultimi applicò diversa legge, secondo il diverso riguardo che aveva, ora alla sola corpulenza delle loro escrescenze, ora al solo impeto delle loro cadute.

Dop'aver dimostrato all'ingegner Bartolotti che una sfera solida ha uguale velocità sopra due piani, benchè variamente inclinati, purchè sia scesa per

un uguale spazio perpendicolare; soggiunge che « sebbene tali conseguenze ben seguano nei mobili solidi, nei fluidi credo che procedano assai differentemente » (Alb. VI, 361). Imperocchè, posta la detta sfera sopra un piano perfettamente orizontale, non si muove nè dall'una parte nè dall'altra, ma resta in quiete, mentre, immaginando una mole sferica d'acqua, questa si dissolverà spianandosi per tutti i versi. « E se le bocche del canale, soggiunge, saranno aperte, scolerà fuora tutta, salvo che quella minima particella, che rimane solamente bagnando il fondo del canale.... essendo che l'acqua nello spianarsi acquista pendio » (ivi).

Questa pendenza della superficie nulladimeno non parve a Galileo in tutti i casi sufficiente ragione del moto, vedendosi, per esempio nelle piene dell'Arno, non aver proporzione il declivio superficiale dell'acqua, verso la gran velocità, che le si vede acquistare nel corso. « Bisogna dunque, conclude, ricorrere ad altro, per causa del grande augumento nella velocità, che all'accrescimento della pendenza, e dire che pur una delle potenti ragioni è che, nell'accrescere in tal modo la pendenza, s'accresce sommamente la mole e il cumulo dell'acqua, la quale, gravitando e premendo sopra le parti precedenti, col peso delle susseguenti, le spinge impetuosamente » (ivi, pag. 364). Or perchè le prementi gravità crescono come le altezze, si può concludere da queste galileiane dottrine che le crescenti acque del fiume ne fanno crescere la velocità, a proporzion delle semplici altezze.

Trattandosi però delle accelerazioni, che in esse acque sopraggiungono per effetto delle sole cadute, è un fatto che Galileo assegna a loro la ragion delle radici delle altezze, applicandovi i teoremi dimostrati in quel, ch'egli stesso cita, suo *Libro del moto.* Proposto infatti il caso che l'alveo d'inclinato si faccia orizontale, « non temerei, egli dice, che l'acqua fosse per allentare il suo corso, essendo sicuro che nel piano orizontale (quando non vi sieno impedimenti esterni ed accidentari) la velocità, concepita dal mobile nel moto precedente sopra un piano declive, si conserva uniforme e tale, che nel piano passerà spazio doppio del passato nell'inclinato, in tempo uguale al tempo del passaggio per l'inclinato, mentre il suo principio fu dallo stato di quiete, come io dimostro nel mio soprannominato libro del moto (ivi, pag. 371). Dal qual libro aveva poco prima citato il teorema del brachistocronismo per gli archi, rispetto alle corde suttese, applicandolo agli alvei e alle svolte dei fiumi.

In queste applicazioni della dinamica dei solidi, a quella dei fluidi, sta come accennammo la chiave, che Galileo diceva d'aver trovata, *per aprire ingressi ad accidenti maggiori* di quegli stessi scoperti dal Castelli, ma non si vedrà volgersi dentro la chiusura libera e spedita, se non che nelle mani del Baliani e del Borelli, dopo che il Torricelli sarà venuto a inciderne sottilmente gl'ingegni. Forse Galileo scansò le incertezze e si dispensò dalle cure di dare espressione più propria al teorema delle velocità delle acque cadenti, proporzionali alle radici delle altezze, perchè ciò non pareva richiedersi dall'intenzion sua principale, qual'era di dimostrar che il Bisenzio, cosi per l'alveo tortuoso, come per il raddirizzato, giunge ugualmente veloce al me-

desimo sbocco. Vedemmo come la conclusione fosse già scesa dalla Dinamica vecchia, la quale pronunziò per bocca di Leonardo che *la obliquità del corso dell' acqua adopera come fussi perpendicolare,* qualunque poi si fosse il modo del così adoperare. Mentre però Leonardo non pronunziava che una proposizione astratta, Galileo la intendeva in concreto, non rimovendosi dall' opinione « che l' acqua si serva per canale ugualissimo della stessa sua acqua ambiente, sicchè scorre per un letto o condotto sommamente terso e polito » (MSS. Gal., P. V, T. III, fol. 14). Da che è facile argomentare che essa acqua corrente per l' alveo di un fiume osserva le leggi dell' accelerazione del moto, più puntualmente di quella palla di bronzo, che nel III dialogo delle due Nuove Scienze ci vien descritta discendere sopra un piano inclinato, ricoperto di carta pecora zannata (Alb. XIII, 172). Come poi queste cose si concilino con quell' altre, scritte nella lettera allo Staccoli, è difficile indovinare, e noi non vi ci intratterremo qui, dovendoci tornar sopra nel Tomo seguente. Ma pure non vogliamo lasciar l' occasione di riferire un documento, da cui apparisce che il Castelli, dop' aver letto il Discorso intorno al fiume Bisenzio, non rimase persuaso delle ragioni di Galileo, ma che anzi più stabilmente si confermò in quel che, essendo vero, aveva come verissimo creduto e scritto nella VII appendice: « Pare che si possa osservare che, mentre l' acqua scorre per un alveo, canale o condotto, venga ritardata, trattenuta e impedita la sua velocità dal toccamento, che fa con la ripa o sponda del canale o alveo, la quale come immobile, non secondando il moto dell' acqua, interrompe la sua velocità » (*Della misura delle acque correnti,* lib. I cit., pag. 32). Quel documento poi che si diceva lo raccolsero i discepoli dello stesso Castelli dalla viva voce del Maestro, e nella forma, che qui appresso riproduciamo, ne lasciarono diligente memoria:

« Dicono che il padre don Benedetto faciliti assai i mulini, con osservare che le ruote avessero le pale, che stessero forte, acciò non si perdesse il colpo dell' acqua: l' acqua cascasse in luogo più lontano che si può dal centro di detta ruota. Per di più, ai ritrecini, che la doccia che porta l' acqua non fosse inclinata come la BI (fig. 188), ma fosse detto ritrecine AIS sfondato o voto fino al fondo AS, e l' acqua uscisse per la bocca A, e percotesse nella ruota. E sebbene in teoria è vero che l' impeto, che acquista detta acqua perpendicolare IO, è uguale a quello, che acquista per la inclinata IB; la sperienza nonostante mostra di no, mediante gl' impedimenti che, nello scorrere per la doccia inclinata, continuamente riceve l' acqua, ancora che piccoli. Ma ricevendoli in tutti i luoghi di detta acqua, che tocca la doccia, e in tutti i tempi, e la perpendicolare non ne ricevendo veruno; vengono a operare in maniera, che la sperienza ne mostra variazioni assai grandi » (*Appendice ai MSS. Gal. della Bibliot. naz. di Firenze*).

Figura 188.

Nella VII appendice, sopra citata, lo stesso p. don Benedetto prosegue a dare utili avvertimenti intorno al variarsi le misure dell' acqua, mentre vengono rallentate nel loro impeto dagli attriti contro l' ambito delle fistole, formulando in tal proposito questo teorema: « L' acqua che passa per la maggior fistola, a quella che passa per la minore, ha sempre maggior proporzione che la fistola maggiore alla fistola minore » (*Della misura ecc.*, lib. I cit., pag. 34): ciò che supposte le fistole cilindriche, e le loro bocche circolari, ha la sua facile dimostrazione nelle proprietà geometriche delle circonferenze, che crescono come i raggi, e de' circoli, che crescono invece come i quadrati dei raggi.

Come il teorema si trovasse dimostrato così, nei manoscritti di Leonardo da Vinci, è ben noto ai nostri Lettori. Ma ora è il tempo di soggiungere che il discepolo del Nemorario riman superiore al discepolo di Galileo, non per la sola precedenza del tempo, ma, ciò che importa anche più, per la maggiore perfezione dell' opera. Suppongasi che la bocca della fistola sia in figura di un triangolo equilatero, ora con l' apice in basso, ora con la base. Per il teorema del Castelli dovrebbe la fistola rendere la medesima quantità in ambedue le posizioni, mentre per Leonardo vedemmo esser concluso che, stando il vertice del triangolo in alto, la fistola rende più che stando in alto la base, e fu la ragion della conclusione che, essendo gli strati inferiori più premuti, e perciò più velocemente sospinti dei superiori, maggior quantità d' acqua premuta e velocitata si trova dal mezzo in giù nel triangolo risedente, che nel supino.

Se non s' intendono dunque i vari strati ridotti alle loro velocità medie, il teorema del Castelli, che fisicamente è imperfetto, geometricamente è addirittura falso. E perchè si tratta di cosa di non lieve importanza, si vuol più diligentemente ricercare questo punto di Storia, a far che, il seguente passo di lettera, scritta dallo stesso Castelli a Galileo il dì 10 Dicembre 1625; ci viene a preparare la via: « Mi occorre significargli un garbuglio, che mi passa per il capo, il quale è stato in gran parte e forse totale causa che io non dimostrassi i due ultimi Pronunziati, e che, nel dimostrare la III proposizione, io tenessi il metodo, che ho tenuto. Il garbuglio è questo, che non ho mai potuto saldar la partita, nè trovo modo di saldarla: se l' acqua corra con la medesima velocità nelle parti superiori come nelle inferiori, e pertanto, per isfuggire questo punto, o per dir meglio, per non averne bisogno, ho tralasciato il concetto di quei prismi d' acqua, che passano per le sezioni ecc. Perchè se queste correnti non sono le medesime nelle parti superiori che nelle inferiori, non ritrovo quei prismi, e so che nasce dalla mia debolezza. Però V. S. mi scusi, e apra la mente, perchè dovento matto intorno a questa materia » (Campori, Carteggio cit., pag. 231).

Benchè non ci sia nota la risposta di Galileo, pur crediamo di assicurare i Lettori che non furono per lui saldate le partite, nè aperta per lui la mente del Castelli, a levargli di dentro il male di quella mattia. Non era a ciò infatti altro rimedio, che nel principio dell' uguaglianza delle pressioni,

rimasto ignoto parimente al Discepolo e al Maestro. Alla penosa incertezza però d'ambedue fa notabile riscontro la franchezza di Leonardo da Vinci, il quale passava, così ragionando, a trovar la legge del corso dalla stagnante acqua del vaso. Segnati i gradi delle altezze BE, EF, FG, ecc. (fig. 189) nel vaso pieno AD, s'immagini rimossa la parete AB: l'acqua ferma piglierà corso, servando i vari strati di lei le medesime velocità orizzontali, eccitate dalle pressioni perpendicolari, cosicchè il moto non è per tutto uniforme, ma nelle parti inferiori più veloce che nelle superiori, a proporzion delle altezze. Gli attriti contro le ineguaglianze dell'alveo e delle ripe perturbano questa legge, ma non le tolgono il predominio, come Leonardo stesso sperimentò con l'Idrometro baculare, descrittoci nelle sue note.

Figura 189.

Colà, dove noi ne riferimmo la descrizione, si narrò le contradizioni del Cardano, il quale non negava gli effetti delle pressioni perpendicolari, che con uguale impulso si volgono per l'orizonte e per altri versi, ma diceva che le minori velocità degli strati superiori son così compensate dalle maggiori velocità degli strati inferiori, che ne risulta nel tutto una velocità media. Di qui è che, tenendo per illusorie le osservazioni fatte con l'Idrometro baculare, credè che impunemente si potesse sostituire a lui nel medesimo ufficio qualunque semplice galleggiante.

Il Castelli non trovò riposo alla mente, in pericolo di ammattire, che riducendosi a professare queste medesime cardaniche dottrine. Nell'XI Appendice, per esaminare e confrontare la velocità dell'acqua, che passa per un fosso, a quella che passa per un altro, insegna « a tener conto per quanto spazio sia trasportata una palla di legno, o di altro corpo che galleggi, in un determinato tempo, come sarebbe v. g. in cinquanta battute di polso » (*Della misura* ecc., lib. I cit., pag. 41) evidentemente supponendo che il fosso, per tutta la profondità, serbi il medesimo corso che nella superficie. Sembrerebbe di qui che anch'egli, il Castelli, volesse fare, come il Cardano, la riduzione alle velocità medie, in che forse veniva a ritrovare que' prismi, che aveva creduti vacillanti, e che, nel dubbio non corresse l'acqua per tutto con la medesima velocità, vedeva andare smarriti. Per conferma della quale opinione soccorrerebbero la seconda definizione, e la proposizione seconda del secondo libro delle Acque correnti, ma più espressamente la testimonianza di uno dei più affezionati discepoli del Castelli, Giovan Batista Hodierna. Nell'opuscolo, che questi intitolò *Stadera del momento,* trattando dello scompartir l'acque più giustamente che sia possibile, accenna al ritardamento, ch'elle subiscono, per attaccarsi le loro parti contigue all'ambito del canaletto, per l'aperta del quale escon fuori. « Ma tolto questo impedimento, soggiunge, e supposto che da ciaschedun canaletto scorra liberamente l'acqua, secondo la misura che contiene, ve n'è un altro, qual'è che, situati diversi canaletti di diverse misure sotto l'istessa altezza dell'acqua, sicchè v. g. l'orizzonte dell'acqua s'elevasse mezzo palmo, sopra il centro delli fo-

rami; dico che in questo caso delli forami maggiori non scorre quella quantità d'acqua per tutte le bande, perchè, dal centro in giù, l'acque scorrono con più velocità che dal centro in su, per essere le parti inferiori dell'acqua più compresse delle superiori. Ma in questo caso non si perderebbe, perchè già la maggior celerità delle parti inferiori ricompensa precisamente la tardità delle superiori » (Palermo 1641, pag. 67, 68).

Noi crediamo che questi dell'Hodierna fossero i pensieri medesimi del Castelli, il quale industriosamente seguitava a sfuggire il punto della questione: *se l'acqua corra con la medesima velocità nelle parti superiori, come nelle inferiori,* scusandosi di aver tralasciato un tal concetto, *per non averne bisogno.* Ma perchè giusto in questo concetto consisteva la perfezione della Scienza che professava, non penò molto il bisogno a farglisi sentire, e ora vien per noi che si narri a quale occasione, e com'ei lo sodisfacesse.

L'occasione venne nell'estate del 1641, a proposito della laguna di Venezia, disputandosi allora vivamente intorno agli effetti, che vi produrrebbero le diversioni o le influenze dell'acque della Brenta e degli altri fiumi. I periti si regolavano in questo negozio, supponendo che gli alzamenti del livello si facessero a proporzione delle quantità d'acqua versate, e così trascorrevano, secondo il Castelli, in que' medesimi errori degli Ingegneri bolognesi e ferraresi, quando giudicarono che, mettendosi il Reno in Po, ne avrebbe fatto alzar tanto l'acqua, da temerne straordinarie inondazioni. « Ma ora, soggiunge nella III appendice, dalle cose dimostrate è manifesto che la misura del Reno in Reno sarebbe diversa dalla misura del Reno in Po, ogni volta che sarà diversa la velocità del Reno in Po, dalla velocità del Reno in Reno, come più esattamente si determina nella quarta proposizione » (*Della misura delle acque ecc.*, lib. I cit., pag. 31).

Da quella quarta proposizione infatti si conclude che nel medesimo fiume, rimanendo la medesima quantità d'acqua, le altezze son reciproche delle velocità, cosicchè se il Reno non facesse altro che velocitare il Po, vi produrrebbe uno sbassamento, tutt'altro che una piena. Ma perchè la quantità dell'acqua, versata dal minor fiume nel maggiore, non è trascurabile, e vi produce perciò un certo alzamento necessariamente, si trattava di cercar la proporzione di questo a quella; si proponeva cioè a risolvere un tale problema: Se, raddoppiandosi la quantità d'acqua, l'alzamento, come s'apprende dalla detta quarta proposizione, è men che doppio, contro l'opinion di coloro, che furono ammoniti nella III appendice, ed è più che nulla, contro l'opinion di quegli altri ammoniti nell'appendice IV: si domanda qual'è, fra questi due termini estremi, la ragion di mezzo precisa? Nè ritrovando il Castelli, nelle sue proprie teorie, la soluzione desiderata, si volse con gran deligenza agli esperimenti. Pensò dunque a quella macchina semplicissima, detta il *Regolatore,* per la più precisa misura delle sezioni: e per la misura delle velocità o dei tempi, lasciate quelle battute di polso, proposte già per eseguire le operazioni descritte nella XI appendice; si servì in vece di strumento assai più esatto, qual era il pendolo a secondi, che mandava lungo tre piedi romani.

Così sperimentando, gli parve aver trovato che, se una quantità d' acqua fa un alzamento, per avere un alzamento doppio, triplo, quadruplo, ecc., ci volevano quattro, nove, sedici quantità d' acqua, e così sempre, secondo la serie progressiva dei numeri quadrati. Non credendo a sè medesimo di avere scoperto un tal miracolo della Natura, andò più volte, e in vario modo, ripetendone l' esperienza, e finalmente concluse per certissima legge, da dimostrare infino a qual punto eran giunti gli errori di coloro, che avevano consigliato di divertire la Brenta dalla laguna; che le quantità influenti son proporzionali ai quadrati, e non alle semplici altezze che farebbero nel recipiente.

A persuadere anche meglio la verità di questi naturali effetti, e per aver comodità di darne dimostrazione, ogni volta che lo richiedessero i curiosi o i diffidenti, fece costruire quello strumento, che poi ci dette descritto così nel suo libro: « Io ho preparato cento sifoni, o vogliam dir canne ritorte, tutte uguali, e postele al labbro d' un vaso, nel quale si mantiene l' acqua con uno stesso livello, o lavorino tutte le canne, o qualsivoglia numero di loro, collocate le bocche, dalle quali esce l' acqua, tutte al medesimo livello parallelo all' orizonte, ma più basse di livello dell' acqua del vaso. E raccolta tutta l' acqua cadente dai sifoni in un altro vaso più basso, l' ho fatta scorrere per un canale, inclinandolo in modo che, mancando l' acque dai sifoni, il canale rimane affatto senz' acqua asciutto. »

« E fatto questo misurai l' altezza viva del canale diligentemente, e poi la divisi in dieci parti uguali precisamente. E facendo levare via 19 di questi sifoni, in modo che nel canale non scorreva l' acqua se non di 81 di questi sifoni, di nuovo, osservando l' altezza viva dell' acqua nel medesimo sito osservato di prima, trovai che l' altezza sua era scemata la decima parte precisamente di tutta la sua prima altezza. E così, seguitando a levare altri 17 sifoni, l' altezza era pure scemata un decimo di tutta la prima sua altezza viva. E provando a levare 15 sifoni, poi 13, poi 11, e poi 9, e poi 7, poi 5 e poi 3, sempre in queste diversioni, fatte ordinatamente come s' è detto, ne seguiva ogni sbassamento di un decimo di tutta l' altezza » (*Della misura delle acque,* lib. II, Bologna 1660, pag. 92, 93). Soggiunge poi come aprendosi le cannelle stesse in ordine contrario, trovò che se una sola fa un decimo di altezza, non più di un decimo se ne fa aggiungendovene 3, 5, 7, e così di seguito crescendo il numero dei confluenti.

Tanto rimase commosso il Castelli, e tanto paterno amore sentì per questa sua scoperta, che fatto dello strumento un modello in piccolo, con quattro o cinque scompartimenti, il primo di una cannella, il secondo di quattro, il terzo di nove, il quarto di sedici, lo collocò nelle stanze terrene della sua abbazia, per ricrearne i forestieri che capitavano e gli amici. E certo era spettacolo non ingiocondo il vedere le sedici cannelle vomitar acqua dalle bocche aperte in gareggiante concordia, e nè perciò fare ingrossare il fiumicello un pelo di più di quel che facessero da sè sole nove, anzi quattro, anzi una cannella sola!

Di qui ebbe origine il secondo libro Della misura delle acque correnti:

origine dunque puramente sperimentale, come l'aveva avuta il primo. Se non che tanto più difficile di questo trovò quello il Castelli a ridursi alle ragioni geometriche, che si rivolse a invocare il valido aiuto del Cavalieri. Questi rispose che dalla V proposizione delle *Dimostrazioni geometriche* s'avrebbe facilmente concluso l'intento, qual'era di provare che le quantità son proporzionali ai quadrati delle altezze, quando fosse vero che le velocità stanno come le semplici altezze. Essendo infatti quella V proposizione espressa dai noti simboli $Q : q = A . V : a . v$, se $V : v = A : a$, è manifestamente $Q : q = A^2 : a^2$. Ma per ammettere che le velocità son proporzionali alle altezze, « non ho, confessava ingenuamente il Cavalieri, avuto fortuna d'incontrarmi in ragione, che appieno mi sodisfaccia » (*Autori che trattano del moto delle acque,* T. I, Firenze 1765, pag. 175).

Consistendo un tal fortunato incontro nel principio dell'uguaglianza delle pressioni, che così buon servigio aveva prestato a Leonardo da Vinci, ma che poi fu travolto nella ruina di tutte l'altre tradizioni; non sarebbe rimasto al Cavalieri altro esempio, che quello dato da Galileo, il quale, come accennammo, dal suppor che le moli d'acqua precedenti, gravitando sopra le susseguenti, le sospingano al moto, lasciava a concluderne immediatamente che i momenti delle velocità crescono come le moli, o come le altezze vive delle sezioni. Nonostante, il metodo degli indivisibili trasportava il Cavalieri per altre vie, e riguardando la corrente divisa in strati paralleli dal fondo alla superficie, e considerando che gli strati superiori, oltre al proprio moto dipendente dall'inclinazione dell'alveo, partecipano di quello degl'inferiori, sopra cui come da veicolo son trasportati; ne concludeva che dunque le velocità debbon crescere come il numero degli strati superiori, ossia come le altezze medesime della corrente. Ma giova ascoltare il Cavalieri stesso, che, in una sua lettera dell'11 Gennaio 1642, diceva al Castelli il proprio e particolar modo del suo discorso:

« Io discorro così: Sia, nella fig. 190, ABCD l'alveo, nel quale cammini l'acqua per la sezione EC, alta come BE, con una tale velocità. Intendasi poi messa tant'acqua nello stesso fiume, che cresca sino in GH, correndo nel fiume con l'altezza BG, doppia di EB. Dico che l'acqua vi camminerà con doppia velocità, e per concludere questo, intendo tutta l'acqua che scorre per GC divisa in due pezzi GF, EC, mediante la superficie superiore dell'acqua EC, che passa per EF, e considero che l'acqua GF, come portata dall'acqua EC, dee fare nello stesso tempo lo spazio, che farà la EC, e di più, intendendosi scorrere l'acqua GF sopra la superficie che passa per EF, come sopra suo letto, nella guisa che EC scorre sopra il fondo; dee l'acqua GF avere forza di trapassare altrettanto spazio, quanto ne passa la EC. Adunque l'acqua GF averà la forza di trapassare doppio spazio di quello, che passa la EC nell'istesso tempo, onde sarà doppiamente veloce » (ivi, pag. 175, 76).

Figura 190.

Aveva il Cavalieri finito appena di scrivere questa dimostrazione, che la sentì forte combattuta da due dubbi: il primo, per il supposto che gli strati acquei siano tutti paralleli fra loro, e il secondo, per il corollario che la scala delle velocità sia in un triangolo col suo vertice in basso. Cose, che non sapeva come s' accordassero con l'esperienza, dalla quale si par che in tempo di piena la superficie del fiume non sia parallela al fondo, ma converga con lui verso lo sbocco, e che le velocità debban piuttosto crescere dalla superficie al fondo che dal fondo alla superficie.

Lette e meditate queste cose, il Castelli sentì allora imperiosamente l' invito a dichiararsi finalmente intorno a quel concetto, che aveva potuto fin qui scansar destramente, se cioè gli strati, che corrono per una sezione, vadano, come diceva Leonardo, a un medesimo o a differente aspetto. E parendogli veramente non consentito dall' esperienza il corollario del Cavalieri, lo accomodò nella dimostrazione di lui, il processo della quale del resto accettava, pensando che, sebbene gli strati superiori sian trasportati dagl' inferiori, ne resulta d' ambedue nonostante un moto misto ossia medio: cosicchè la scala, che riferisce le velocità degli strati AB, CD, EF (fig. 191) non sia nel triangolo AEG, ma nel rettangolo LE che lo uguaglia, per essere l'AG nel punto I divisa nel mezzo. Quanto al dubbio poi se gli strati della corrente siano tutti paralleli fra loro, il Castelli non ne fece alcun conto, mantenendo ferma la supposizione del Cavalieri. Così gli venne fatta la dimostrazione di quella, che fu in secondo luogo scritta fra le proposizioni del secondo libro delle Acque correnti, e che noi non possiamo non compiangere, per essere stata così disgraziata infin dal suo primo apparire alla luce in Bologna, per le stampe del Dozza.

Figura 191.

Desiderosi di ridurla pietosamente alla sua vera lezione, non s'è potuto in tutto conseguire l' intento, per esserci venuto a mancare l' autografo, o la copia autentica di lui, quale, sapendosi essere stata depositata dall' Autore stesso nelle mani del principe Leopoldo de' Medici, si sperava di ritrovare nella Raccolta palatina fra i Manoscritti galileiani. Ma nel primo volume della sezione *Discepoli,* in cui sono alligati i manoscritti del Castelli, e gli altri relativi alle Opere di lui, non abbiamo trovato, di quel che si cercava, se non una copia di mano del Viviani, che và fino alla Considerazione seconda, dopo la quinta proposizione. Quivi dunque consultando, al foglio 85, la detta proposizione II, la riscontrammo fedelmente copiata dalla stampa bolognese, non correttovi nemmeno il così evidentemente sbagliato richiamo alla *terza supposizione,* invece che alla seconda.

Non sapendo perciò farci altro di meglio, collazionammo questa del Manolessi con l' edizione del Barattieri (*Architettura d' acque,* P. II, ediz. 2ª, Piacenza 1699, pag. 57) e ci parve ricavarne una lezione, se non certamente conforme con l' autografo, corretta però in modo, da riferire almeno il si-

gnificato dell'Autore, se non il preciso costrutto grammaticale. Propostasi la figura medesima 190 del Cavalieri, anche il Castelli afferma che, essendo l'altezza EB raddoppiata in BG, vien perciò l'acqua GC ad acquistare una velocità doppia dell'acqua EC, per queste ragioni, che, secondo ci è resultato dalla detta collazione, debbon essere state espresse nella forma seguente: *Imperocchè, havendo l'acqua GF per suo letto il fondo EF, ugualmente inclinato come il letto BC, ed essendo la sua altezza viva GE uguale all'altezza viva EB, ed havendo la medesima larghezza BC: haverà per sè stessa una velocità uguale alla velocità della prima acqua EC. Ma perchè, oltre al proprio moto, vien portata dal moto dell'acqua EC, haverà ancora, oltre al proprio moto, il moto dell'EC. E perchè le due acque GF ed EC sono simili di velocità, per la seconda supposizione, però tutta l'acqua GC sarà doppia di velocità di quella, che haverà l'acqua EC, che era quello che si doveva dimostrare.*

Ma, a dover dire un parto disgraziato, basta il non essersi meritate le affezioni paterne: il Castelli infatti si dichiarò, come vedremo, di non esser rimasto contento di questa dimostrazione. I dubbi del Cavalieri non gli parvero affatto risoluti, specialmente per ciò che riguardava la scala delle velocità: e da quelle loro similitudini, benchè così studiosamente introdotte, si sentiva penosamente aggirato in qualche paralogismo. E in vero la somiglianza, tra le velocità di due fiumi di larghezze uguali, non può riferirsi ad altro, che alle altezze, per cui, tanto essendo il supporre essere le velocità simili nelle altezze, quanto il dimostrare che le velocità son proporzionali alle altezze; il paralogismo che si diceva consiste nell'aver dimostrata una proposizione, che già supponevasi vera.

Nonostante, la maggiore di tutte le disgrazie, alle quali andò soggetta questa stessa proposizione, fu quella di avere attirato addosso all'Autore l'obbrobriosa accusa di plagio. Il Lombardini, nello scritto sopra citato, annunziava proemiando, dimostrava discorrendo, e finalmente riepilogava la sentenza essersi il Castelli *valso degli autografi di Leonardo da Vinci, della Scienza idraulica del quale s'attribuiva il merito* (pag. 72). Il valente critico, per provare il suo assunto, confronta la proposizione, da noi trascritta a pag. 69 qui addietro, con la seconda del secondo libro delle Acque correnti, e perchè ebbe a mano una di quelle edizioni del Manolessi, nella quale la dimostrazione mancava, l'andò a cercare nel Barattieri, al luogo sopra citato, notandovi principalmente questo argomento: *E perchè l'acqua EB vien caricata di proprio peso, per avere il peso di sè stessa, e quello di EG, per la quale riceve anche doppio impulso, e forma perciò doppia la sua potenza nella velocità....*

Poteva un tal censore avvedersi dello sbaglio *caricata di proprio peso,* e liberamente correggere *caricata di doppio peso,* ma quel che non seppe è che un tale argomento, com'apparisce dalla vera lezione, manca nell'originale del Castelli, dentro cui d'altra mano fu intruso, onde al discorso del Lombardini viene a mancare ogni virtù di concluder l'intento, venendogli a mancare uno dei termini del confronto.

Ma chi mai, dop' avere ascoltata ne' suoi particolari la storia del principio e de' progressi della scoperta, a cui diceva il Castelli *non poter far di meno di non pensarci giorno e notte;* vorrà credere alle asserzioni di questi critici novelli? Se i teoremi delle velocità proporzionali alle altezze, e delle quantità proporzionali ai quadrati delle altezze, furono ricopiati dagli autografi di Leonardo da Vinci, a che ricorrere il Castelli, per la sua dimostrazione, agli aiuti del Cavalieri? Il qual Cavalieri dunque dovrebbe esser complice del plagio, suo essendo quel modo di dimostrare: modo lubrico e fallace, per questo solo motivo seguitato da lui, come vedemmo, perchè non gli era approdato l'altro più legittimo, di che aveva potuto far uso lo stesso Leonardo.

In ogni modo, l' assunto del Lombardini è falso nella sua radice, e contrario alla legge storica: falso cioè che fosse esso Leonardo il creatore dell' Idraulica, e che dagli autografi di lui si divulgassero i teoremi, riappariti per tutt' altre vie, più di un secolo dopo, nelle opere del Castelli. Cotesti teoremi erano già germogliati nella scuola del Nemorario, e da essa derivarono negl' Idraulici del secolo XV, e del XVI per tradizione, che ai tempi del così detto *Instauramento del metodo sperimentale* rimase infelicemente interrotta. Largo campo s' aprirebbe di qui al nostro discorso, a cui ora solo ci contentiamo di aggiungere quel tanto, che valga a confermare il già detto.

Fra gl' idraulici del secolo XVI il più noto e più celebre di tutti è il Cardano, ne' libri del quale vedemmo, non solamente proposti, ma dimostrati dai loro principii matematici quei due massimi teoremi, quali sono che le quantità dell' acqua stanno in ragiòn composta delle velocità e delle sezioni, e che le velocità stesse son proporzionali alle altezze. Di qui veniva a concludersi legittimamente la proposizione, principale soggetto del presente discorso, che le quantità stanno come i quadrati delle altezze. Le premesse poi a una tal conclusione erano tanto ben confermate nèlla scienza del Cardano, ch' egli non vuol però accettarle così assolutamente, com' avevano fatto i suoi precedessori, senza eccettuare il caso dei grandi fiumi, ne' quali par che l' acqua, per esser più alta, anche più lentamente si muova. « Tertium scitu dignum, et quod omnibus difficilius, est an altior aqua tardius moveatur. Nam sic esse videtur, quod omnia flumina magna lentius fluere videamur » (*De rerum var.* cit., pag. 69). La soluzion del problema la fa il Cardano dipendere dal principio delle velocità medie, e dal supposto che, quanto più cresce l' acqua d' un gran fiume, tanto più la superficie di lui si riduca all' equilibrio, cioè s' avvicini ad essere orizzontale.

Figura 192.

Così, per esempio, se la linea CD (fig. 192) rappresenta la pendenza dell' alveo, e per un' altezza CE la superficie declina secondo EF assai meno di CD, crescendo il fiume fino in CK, la superficie AK si dispone quasi in un piano orizontale, e perciò la velocità media degli strati, compresi fra AK,

e DC, deve resultare minore della velocità media degli strati compresi fra FE, e DC. « Unde etiam tertii quaesiti explicatio apparet: aqua enim velut iuxta inclinationem eamdem lentius movetur sub longiore distantia; ita etiam sub pari inclinatione, maioreque altitudine, quoniam enim, ut dictum est, in imo inclinationem habet, in summo dum fluit nullam, tota vero aequaliter. Igitur iuxta mediae inclinationis impetum tota aqua movebitur, atque ita omnia flumina quo altiora eo lenius feruntur » (ibid., pag. 71). Ora in queste discussioni il Cardano rivolge il discorso in generale agli Idraulici, che l'avevano preceduto e non personalmente a Leonardo da Vinci, che nessuno riconosceva di questa Scienza maestro, ma condiscepolo con tutti gli altri di un Maestro più antico, del qual condiscepolo, se l'Autor *De rerum varietate* aveva notizia per la fama, non aveva certamente studiato i manoscritti di lui, e, straniero all'arte del disegno, non avrà forse desiderato di vederli, come tanti, di null'altro propriamente curiosi, che d'ammirare nelle carte preziose i prodigi della penna e della matita.

Che poi le tradizioni della scuola del Nemorario avessero libero corso, non arrestato per la reclusione dei manoscritti vinciani nella villa di Vaprio, si potrebbe provare con varii esempi, e specialmente con quello offertoci da Alessandro Betinzoli di Crema, nelle carte postume del quale il Barattieri attesta di aver letto il teorema delle quantità proporzionali ai quadrati delle altezze, proposto e dimostrato in questa maniera: « Volendosi sapere quanto cresce un'acqua, alzandosi a oncia per oncia, si dee sapere che un'oncia d'altezza fa un'oncia: che due oncie alte faranno quattro volte tant'acqua, perchè due volte sarà per la quantità del corpo, e due volte per la quantità della gravezza, che cresce per l'altezza: e alzandosi a once tre farà nove volte tanto, e quattro d'altezza faranno sedici volte tanto » (*Architettura d'acque* cit., P. I, pag. 182).

Al qual Betinzoli soggiunge il Barattieri doversi molta lode, per aver preceduto di parecchi anni il Castelli: lode, che ora il Lombardini gli vorrebbe detrarre, facendo anche di lui un plagiario o un frugatore delle altrui carte, giudizioso e fortunato. Dalla quale opinione viene ora a rimoverci una critica più sana, dimostrandoci com'esso Betinzoli e tutti gli altri, dei quali a nessuno caddero sotto gli occhi i manoscritti vinciani, attingessero la loro scienza, non a un privato bottino chiuso a chiave, ma alla bocca aperta di una pubblica fonte.

Come poi il libero corso di queste tradizioni non andasse a cader tutto nel morto e profondo pozzo di Vaprio, ma proseguisse all'aperto, infin presso alla soglia del secolo XVII, e di lì fosse risospinto indietro, come una putrida gora, che venisse a intorbidare le nuove scaturigini rigogliose; apparisce da un documento, che vuol essere ora meglio esaminato, e che consiste in quella scrittura idraulica di Galileo, alla quale i primi editori posero il titolo di *Risposta al Bertizzolo.* Forse era scritto *Bertazzolo,* e dee esser costui quel Gabriele, che pubblicò nel 1609 in Mantova il *Discorso sopra il nuovo sostegno alla chiusa di Governolo:* ingegnere idraulico allora di

sì gran nome in Italia, che fu chiamato a Firenze a prepararvi certi giochi argonautici, per una festa nuziale di corte.

Questo Bertizzolo dunque professava, in un suo Discorso in materia di acque, che, secondo crescono esse acque in altezza, debbono ancora crescere in velocità, e di qui concludeva che le quantità versate in un dato tempo dovevano aver la proporzione medesima de' quadrati delle altezze: professava perciò e riusciva alle conclusioni medesime di Leonardo, del Cardano e del Betinzoli, e così, quella che il Castelli dava per la scoperta nuova di un miracolo della Natura, s'annunziava quarant'anni prima al maestro di lui, a Galileo, a cui la novità parve, invece di un miracolo, un mostro, e come tale studiavasi, ragionando in tal guisa, di cacciarlo da sè con la forca di una scienza nuova: « Molto vivamente e con gran sottigliezza risponde il sig. Bertizzolo alle mie difficoltà, per mantenere in piede la sua conclusione, che secondo che cresce l'altezza dell'acqua sopra il medesimo declive, e per conseguenza la gravità, debba ancora crescere la celerità del suo moto, il che era stato da me messo in dubbio, pigliando occasione di dubitare da quello, che vedo per esperienza farsi nelli altri movimenti naturali, ne' quali i mobili omogenei, ancorchè disugualissimi in moto, e per conseguenza in peso, si muovono tuttavia con pari velocità, come ciascheduno può ad ogni ora vedere in due palle di ferro, o d'altra materia grave, delle quali una sia grandissima e l'altra piccolissima, che cadendo a perpendicolo, ovvero sopra il medesimo piano inclinato, si muovono con la medesima velocità » (Alb. VII, 222). E dopo aver confermato, co' soliti argomenti sperimentali, che le velocità di ogni cadente son le medesime, comunque se gli aggiunga gravità con accrescergli la mole; francamente Galileo ne conclude « che sopra il medesimo declive con tanta velocità anderà un'acqua alta cento braccia, con quanta una che sia alta un solo » (ivi, pag. 224).

Confutato il teorema delle velocità proporzionali alle altezze, per passare a confutar l'altro delle quantità proporzionali ai quadrati delle altezze, che il Bertizzolo ne faceva per logica necessità conseguire, Galileo ebbe ricorso alle esperienze. Siano, egli dice, due canali parallelepipedi serrati AB, CD (fig. 193) colle lunghezze EF, GH delle bocche rettangolari uguali, ma con le altezze AE, CG differenti, ed abbiano essi canali la medesima inclinazione, e da vene inessiccabili passin l'acque dalle parti B, D verso AF, CH. Avendo le quantità, secondo il Bertizzolo la ragion composta delle velocità e delle sezioni, e tanto queste, per essere ugualmente larghe, quanto quelle, per le posizioni dell'avversario, stando come le altezze; manifestamente dovrebbe l'acqua versata dalla bocca CH esser tanto maggiore di quella versata dalla bocca AF, quanto il quadrato di CG è maggiore del quadrato di AE. Cosicchè, se CG ad AE fosse doppio, dovrebbe la bocca CH gittare il quadruplo della AF. « La qual cosa,

Figura 193.

conclude Galileo, indubitatamente non si troverà esser così, nè si vedrà buttare il canale DC una goccia più che il doppio di BA, segno necessarissimo che l'acque, nell'uno e nell'altro, vanno con pari corso » (ivi, pag. 226).

L'esperienza non si poteva asserire con tanta sicurtà, se non fosse stata trovata vera. Ed essendo verissima, c'incontriamo con nostra maraviglia nella soluzione di un magno problema, per cui dunque non dovevano allora mancare gli argomenti. Come poteva Galileo essersi certificato che la bocca CH non getta una gocciola più del doppio della bocca AF, se non raccogliendone l'acqua, uscita qua e là nel medesimo tempo, in un vaso cilindrico o prismatico e, misuratene le altezze, veder l'una tornare al doppio dell'altra? E qual era lo strumento usato per la misura del tempo? Alle quali domande non si può aspettar la risposta da Galileo ma dal Bertizzolo, con l'esperienza del quale si conformava Galileo stesso, per ridurre *ad hominem* la sua confutazione, e perciò renderla più efficace.

Forse il Buteone aveva trovato qualcuno de' più sagaci, che raccolse il seme delle sue parole, e il Bertizzolo, facendo uso della clessidra ad acqua, e de' metodi di lui, erasi assicurato che l'esperienza confermava così la teoria, da non rimoverne il pensiero per le contradizioni del suo potente avversario. Non ci son note le ragioni di questa filosofica fermezza, ma le deve aver ricavate dalle dottrine de' suoi maestri, dietro le quali non gli fu difficile il darsi una spiegazione dell'anomalia, che l'esperienza di Galileo faceva alla legge universale. Nel Cardano si leggevano queste cose, da noi riferite anche altrove: *Itaque haud dubium est aquas, quae per fistulas et siphones deducuntur, et impetu, et continuitute agi: quae vero per canales, rivos et locos patentes, solo impetu. Quamobrem velocius semper fertur aqua per siphones quam per rivos, pari ratione, paribusque auxiliis et impedimentis constitutis.*

Ora essendo i due canali AB, CD di Galileo due sifoni, è manifesto perchè non si osservino in essi le medesime leggi, che ne' canali aperti o nei rivi patenti: perchè, cioè, l'acqua v'è dedotta in quelli, non per solo impeto come in questi, ma per impeto e continuità, non potendo l'una sezione, per esser maggiormente velocitata, dilungarsi dall'altra, senza lasciarvi fra mezzo uno spazio vuoto, d'onde il moto ne' sifoni è più veloce, come quello che, secondo il Cardano stesso, *ab aere iuvatur*. Consegue, per la detta ragion della continuità, che gl'impeti del gettare sono que' medesimi, con cui si muovono le sezioni per tutta la lunghezza dei canali. E perchè cotali impeti dipendono dalle sole cadute, che sono uguali, supponendosi uguali le inclinazioni; dunque anche essi impeti sono uguali. Ora stando in questo caso le quantità come le semplici altezze non fa maraviglia che la bocca GH, rispetto alla AF, non si trovi gittar nel medesimo tempo altro che il doppio. Nei canali aperti invece e nei fiumi, intorno a che propriamente cadeva la controversia, il moto non è uniforme per tutta la lunghezza dell'alveo, ma sempre più accelerato. Ond'essendo le velocità varie, le quantità non stanno nella ragion semplice delle altezze, ma nella composta di loro e delle sezioni,

e perciò per una sezione di doppia altezza deve necessariamente passare una mole d'acqua quadruplicata.

Nè possiamo qui trattenerci dal ripensare alle dovizie della Scienza, così improvvidamente rifiutate da Galileo. Si potrebbe disputar se le perdite valessero i nuovi acquisti, ma non si può da nessuno non prevedere la tanto maggiore ubertà, a cui sarebbe potuto giungere l'albero della Scienza, quando il surculo nuovo fosse stato inserito nella vecchia radice. La faticosa eredità di tanti secoli, non inerti certamente, al giudizio dei savi, l'avrebbero potuta Galileo e il Cartesio tramandare intera, e invece la dilapidarono per una insana ambizione d'esser essi i primi e i soli, costringendo i discepoli a riconquistar a frusto a frusto, con la propria fatica, le disperse sostanze degli avi. L'esempio di ciò vivo e presente l'abbiamo nel Castelli, che dovette da sè ricostruire pietra per pietra il demolito edifizio idraulico, di che a lui solo, e non già a Frontino o a Leonardo da Vinci, noi posteri dobbiam tutto il merito: merito, che non gli potrebbe esser mai tolto nè menomato dall'eloquenza dei Fabbretti e dei Lombardini.

Consideriamo le condizioni, a cui si ridusse lo stesso Galileo, che, avendo rifiutato di sedersi al lauto convito de' suoi precursori, si chinò poi a raccattare le miche dalla mensa, che il suo Discepolo aveva scarsamente riapparecchiata. Le controversie col Bertizzolo risalgono ai principii del secolo XVII, e a questo tempo è da riferire il Discorso galileiano in risposta a lui: scrittura, che non ha forma epistolare, e tanto meno ha la data del 1638, assegnatale dall'Albèri (VII, 222 in nota). Nel 1625 le risecchite dottrine del Bertizzolo rinverdirono nel *Progresso idraulico* del Castelli, e Galileo accettava dalle amiche mani del Discepolo ciò che prima aveva così risolutamente rifiutato da quelle dell'avversario. Allora aveva affermato e dimostrato che una palla di ferro e una mole di acqua non variano velocità, se con accrescimento di gravitante materia si facciano scendere nel perpendicolo o lungo un piano inclinato, e ora, nella lettera sul fiume Bisenzio, dice che, sebbene ciò propriamente segua nei mobili solidi, *ne' fluidi però credo che la cosa proceda assai differentemente.* Allora aveva attribuito tutto il velocitarsi dei fiumi alla pendenza della superficie, e ora avverte che questa non può essere causa sufficiente, se non si ricorre al premere, che le sezioni precedenti fanno gravitando sopra le susseguenti, d'onde si viene a concludere quel teorema delle velocità proporzionali alle altezze, che prima aveva confutato al Bertizzolo, con tante prove di ragioni e di fatti.

Nonostante questa lettera galileiana, scritta a Raffaello Staccoli il dì 16 Gennaio 1631, è documento importante alla storia dell'Idrodinamica, per le prime applicazioni, che vi si fanno all'acque, delle leggi nuovamente scoperte intorno al moto dei gravi. La Scienza v'è senza dubbio sostanzialmente promossa, ma rimane così in difetto, in ordine all'unità dei principii, che la nuova istituzione rimane da questa parte alquanto inferiore all'antica. Abbiamo veduto infatti come Leonardo, il Cardano e tutti gl'Idraulici di que' tempi, applicassero universalmente ai fluidi quella legge delle velocità

proporzionali alle altezze, che avèvano creduto esser propria a tutti i gravi cadenti, mentre Galileo e il Castelli professarono questa stessa legge in certi casi, eccettuandone altri, ai quali soli applicarono la nuova legge delle velocità proporzionali alle radici delle altezze.

Per questa mancanza d'unità nel principio informativo, l'Idrodinamica, nonostante i felici ardimenti di Galileo, non si poteva dire istituita, e perchè ciò avvenisse, era necessario che se la legge degli spazii proporzionali ai quadrati dei tempi era vera, dovesse anch'essere universale, e perciò indipendente da ogni accidental differenza, che potesse passare fra solidi e liquidi, e dal diverso modo del fluire di questi dai vasi artificiali, o dal loro correre naturalmente nei fiumi. L'universalità poi di questa legge, per la quale venne a istituirsi l'Idrodinamica nuova, fu con metodi matematici dimostrata dal Torricelli, e rimane ora a noi a narrare della felice istituzione i principii avventurosi e i progressi.

IV.

Per risalire a cotesti principii convien penetrare in quelle stanze delle ville di Bellosguardo e di Arcetri, nelle quali Galileo raccoglieva intorno a sè gli amici, che per il soggetto della conversazione si rendevano altrettanti scolari. Erano per lo più gentiluomini fiorentini, fra' quali Mario Guiducci, Lodovico Incontri, Tommaso Renuccini, Niccolò e Andrea Arrighetti, che stavano volentieri ad ascoltare il Maestro, perchè aveva sempre qualche cosa di nuovo tra curioso e utile a sapersi, e per cui pareva che diventassero a così dire umane, le astratte speculazioni della Scienza. Ora aveva ricette da guarire alcune fra le infermità o incomodi più comuni, ora suggeriva espedienti contro gl'insetti nocivi, ora insegnava certi segreti, da far nelle più umili domestiche faccende apparir l'eccellenza del filosofo sopra la gente volgare. Ma più spesso erano così fatti segreti intorno agli esercizi dell'agricoltura, e que' gentiluomini, tutti possessori di ville nelle campagne toscane, erano curiosi di ascoltarli sopra gli altri, perchè, praticandoli, si dilettavano di farne stupire i loro villici e i castaldi.

Di tutto ciò, come di cose indegne della fama e della sapienza di Galileo, non ci sarebbe rimasto memoria, se il Viviani non ce l'avesse conservata in uno de' suoi tanti volumi manoscritti, in cui l'esperienze e i pensieri raccoltivi dentro, con mano giovanile, ci siam dovuti persuadere oramai che son per la massima parte non suoi, ma del Maestro. Fra cotesti varii pensieri intorno a materie meccaniche, fisiche, astronomiche, filosofiche e altro, che il Viviani stesso dice di avere scritti senz'ordine, ci troviamo raccolti anche questi: « I calli de' piedi, racconta chi l'ha sperimentato in sè e in altri, che si guariscono per sempre col tenere i piedi nell'acqua del bagno detto della Doccia, lontan da Pisa due miglia, per tempo di un'ora e

mezzo il giorno, per tre o quattro giorni » (MSS. Gal. Disc., T. CXXXV, fol. 4). « Per far morire i moscerini del grano, nella medesima stanza, farai prendere il tabacco in fumo, e ben piena di detto fumo chiudi la stanza, che quel fumo gli ammazzerà. Non per anco provato. — Per levar via la febbre, acqua stillata di gusci verdi di noci fresche: prendine quanto un bicchiere nel principio della febbre, che ti libererà. — Per il dolore dei denti, cera gialla, seme di porri, seme iusquiamo o veramente di dente cavallino: fattone palla, quale posta sopra un ferro infocato e per mezzo di un imbuto, che con la campana di esso riceva il fumo, e col fusto faccia penetrare il dente guasto; che leverà il dolore. — Per lavare indiane, pezzuole di seta, di filaticcio o di stame, prendi il fiele di bue o di vitello: dimenalo ben bene in una catinella, tanto che faccia molta schiuma, e poi lava in detto fiele quello che vuoi di seta, bambagia o stame, che sia colorito, e poi risciacqualo in acqua fresca; che lo vederai pulito, senza perder punto di colore. Provato e riuscito » (ivi, fol. 10 a tergo).

Ma ad avviarci più direttamente per i nostri sentieri, fa a proposito la nota seguente: « Per cavar da un medesimo tino il vino dolce e maturo, e far che vi resti l' agro, si faccia empire il tino di uve senza ammostare in grappoli interi, e si lasci così stare per qualche poco di tempo, che, sturando la cannella, uscirà vino maturo, che sarà quello dei grani dell' uva più maturi, spremuti dal peso e carico proprio de' grappoli, che sono i primi a scoppiare. E dopo che sarà uscito tal vino dolce, pigiando e ammostando l' uve, ne uscirà il vino assai meno maturo, anzi assai aspro, secondo però che l' uve per loro stesse saranno più o meno mature generalmente. Invenzione del Galileo provata e riuscita, e insegnata dal sig. Andrea Arrighetti » (ivi, fol. 7).

Un' altra volta, essendo il discorso caduto in un argomento di simil genere, fu proposta la soluzioue di un tal problema: — in che maniera il primo vino, che esce da una botte quando si manomette, è più debole di quello ch' esce di poi, e perchè, per un po' di tempo, si trova che va migliorando? — Furono date varie risposte, e la migliore, che sembra avere approvata anche Galileo, si riduceva a dire che, insieme col primo vino, escono le fecce, deposte e appastate intorno allo zipolo o alla cannella, di che, venendosi via via a rilavare il foro, è perciò che il vino stesso si sente venir via via sempre più migliorando. Andrea Arrighetti però non rimaneva sodisfatto di queste ragioni, e ripensando a ciò, che aveva tante volte osservato negli orologi a polvere, stimò che similmente avvenisse del vino della botte, cosicchè, scendendo al foro per il primo quello, che è alla superficie, per questo solo si mostri più debole dell' altro, perchè, rimasto nello scemare al contatto con l' aria filtratavi di fuori, non può non aver preso, e non ritenere in sè alquanto dello scipito.

Il pensiero, nato nella mente dell' Arrighetti da così umile luogo, trovò presto da nobilitarsi nella risoluzione di alcuni problemi, che a chiunque avesse professate le dottrine idrostatiche di Galileo rimanevano irresolubili.

Insegnandosi infatti, nel Discorso intorno i galleggianti, che l'acqua nell'acqua non pesa, si veniva a escludere, dai vari mezzi di dimostrare le verità fondamentali della Scienza, quel principio delle pressioni proporzionali al numero degli strati soprapposti, di che avevano fatto uso il Cardano e Leonardo da Vinci, e a cui perciò il Cavalieri e il Castelli sostituirono il moto di que' medesimi strati, dipendente dall' inclinazione dei letti. Ma essendo l'acqua stagnante, cioè senza peso e senza moto, rimaneva inesplicabile come mai, attraverso al medesimo foro, partendosi in ogni modo il liquido dalla quiete, si vedesse nulladimeno uscire più veloce dal vaso pieno, che dallo scemo. Ora l'Arrighetti, in quel suo nuovo pensiero, trovava facile la soluzione di questo dubbio, dicendo che le velocità non dipendono dai pesi ma dalle cadute, le quali, quanto il vaso è più pieno, tanto naturalmente si fanno da maggiori altezze. Incominciatosi poi a diffidare del principio delle velocità virtuali, anco il paradosso idrostatico rimaneva negli insegnamenti galileiani senza spiegazione, che l'Arrighetti dall'altra parte ricavava assai facilmente dal suo proprio supposto, perchè se l'equilibrio, fra l'acqua del vaso grande e della piccola canna con lui congiunta, non dipende dalla quantità di materia, ma da sola la velocità, s'intende come, per condizion necessaria di esso equilibrio, non si richieda se non che siano uguali le velocità naturalmente acquistate per la discesa, ossia che siano uguali le altezze de' supremi livelli.

Di queste speculazioni, rimaste per qualche tempo un commento a' suoi privati studi d'Idrostatica, trovò l'Arrighetti da farne l'applicazione, quando fu chiamato a consulto dal Granduca intorno al riparare i guasti, e a provvedere che avesse buon effetto il condotto delle acque dalla collina di Montereggi nel giardino di Boboli. S'incorreva dagl' ingegneri in quell' errore, ammonito già dal Cardano, che dovesse l'acqua risalire in ogni modo alla medesima altezza da cui fu scesa, come nei piccoli vasi comunicanti, e le resistenze, che dovevano far le canne del condotto, si calcolavano dal solo peso morto dell' acqua. Ora l'Arrighetti aveva intorno a questo proposito altri pensieri, e prima di comunicargli volle sentire il parere del Castelli, a cui scrisse sopra questo soggetto varie lettere, in una delle quali diceva ch' egli consiglierebbe di fare le dette canne, non di più resistente materia, ma più larghe, acciocchè meglio potessero resistere alla forza, « che gli farà il peso, o per dir meglio la velocità, che andrà acquistando l'acqua nel venire a basso. Dico nel venire a basso, perchè, come comincierà a trovare qualche salita o altro impedimento, quanto si andrà ritardando la sua velocità in qualsivoglia luogo, tanto andrà scemando la forza, che ricevono le canne nel medesimo luogo, essendo io di parere che dipenda interamente dalle velocità, e non dal peso dell' acqua, nè credo che in questo negozio il peso operi cosa alcuna, mentre non sia congiunto con velocità » (*Autori che trattano del moto dell' acque,* ediz. cit., T. IV, pag. 204).

La proposizione riscontra con quell' altra, che così leggemmo altrove dall'Aggiunti formulata: *Anco la sola velocità, senza il peso, opera ed ha*

momento. E come a provarla esso Aggiunti ricorreva all' esempio dei venti, *i quali, non essendo altro che aria mossa nell' aria, non hanno forza altro che dalla velocità, perchè un grave, in un mezzo ugualmente grave in specie, come dimostra Archimede, non ha peso alcuno in detto mezzo;* così l' Arrighetti diceva persuadergli la verità della medesima proposizione « il vedere che l' acqua nell' acqua non pesa, e che in un sifone piramidale tanto si livella nel vaso l' una, quanto l' altra estremità » (ivi).

Così, avendo fatto apparire il pensiero per spiraglio, non potè l' Arrighetti ritenersi dall' aprir tutto, e dal rendere scoperto alla vista del Castelli quello, ch' egli chiamava una girandola, una fantasia, un sogno, una cosa insomma, da non si registrar fra le chiare e certe. « Io osservo, egli dice, negli orologi a polvere, nelle tramogge e in altri simili vasi, che come sieno avvivati fanno di sopra un certo foro, per il quale va calando la polvere o altro, riducendosi verso il pertugio, che è nel fondo di detto vaso, e pare che le particelle superiori, nel calare abbasso per quel declive, impediscano in un certo modo, con la velocità del loro moto quasi perpendicolare, il moto transversale, che le particelle inferiori dovrebbero fare, per accostarsi al detto foro. Il medesimo effetto, e molto più, pare che si osservi in un pilo o altro vaso, che nel versare l' acqua o altro fa di sopra ancor lui il medesimo, sicchè, avviato che sia, per le medesime ragioni, pare che le particelle dell'acqua superiori debbano impedire, con il loro moto perpendicolare, il moto trasversale delle parti inferiori ed esser le prime a calare a basso, accrescendo la velocità continuamente, finchè arrivate al buco, che è nel fondo del vaso, si partano dal detto luogo con quella velocità, che hanno acquistata fin lì. E questa mi viene in fantasia che possa essere la cagione, mediante la quale un tino o botte getta, per la medesima canna, più quando è pieno, che quando è scemo, poichè quel lquido arriva alla canna con maggior velocità una volta che l' altra, secondo che la caduta è maggiore o minore, non essendo io capace che se, quando comincia a uscire per la cannella, si parte dalla quiete tanto quando è pieno, che quando è scemo, non abbia da uscire sempre con la medesima velocità. E questa per avventura potria essere la soluzione di un problema assai ridicolo di questi canovai, che dicono che il primo vino, che esce da una botte, quando si manomette, è più debole di quello, ch' esce dipoi, e che per un po' di tempo va migliorando, che potrebb' essere, come dicono loro, che uscisse prima quel di sopra, molto più debole per essere stato scemo. Il che, come mi son dichiarato, sia detto per un sogno, e solo per significarle le difficoltà, che mi s' aggirano per la fantasia circa quello, che possa operare il peso in questo particolare, che non credo ci operi cosa alcuna, ma sibbene la maggiore o minor calata » (ivi, pag. 204, 5).

Se dunque le velocità son tali, quali si convengono alle calate dal supremo livello del liquido, il discorso dell' Arrighetti portava manifestamente a concludere, per le leggi galileiane nuovamente pubblicate, che esse velocità son proporzionali alle radici delle altezze, da cui si suppongon calare:

conclusione, che se il Castelli non reputò una girandola, un sogno, una fantasia, è un fatto però che non seppe riconoscerne allora l'importanza, e persuaso esser differente il modo del correr l'acqua dentro i sifoni e per gli alvei, non dubitò punto, ammaestrato dall'esperienze, della verità della proposizione, che poi dimostrerebbe, dicendo che, se diventa un fiume alto il doppio, si deve anche movere doppiamente veloce. Dalla qual proposizione, ricalcando l'orme del Cavalieri, passava immediatamente anche il Castelli a dimostrar l'altra, che dice aver le quantità dell'acqua la proporzion composta dell'altezza viva all'altezza viva, e della velocità alla velocità. E perchè questa della velocità alla velocità aveva prima dimostrato esser la proporzion medesima, che ha l'altezza all'altezza; ne faceva finalmente conseguire di qui la verità desiderata, chc cioè « la quantità dell'acqua che scorre, quando il fiume è alto, a quella che scorre, mentre è basso, ha duplicata proporzione dell'altezza all'altezza, cioè la proporzione, che hanno i quadrati delle altezze » (*Della misura delle acque,* lib. II, Bologna 1660, pag. 83).

Di queste proposizioni, ordinatamente disposte, illustrate con considerazioni, e svolte in corollari, aggiuntivi alcuni discorsi, ne' quali s'applicavano le dimostrate dottrine alle questioni della laguna veneta; il Castelli aveva compilata una scrittura, che quasi secondo libro poteva aggiungersi a quello già pubblicato della Misura delle acque correnti. Il manoscritto fu spedito di Roma il dì 20 Settembre 1642 al principe Leopoldo de' Medici, per dedicar l'opera *subito nata* ai felicissimi natali di colui, che fu poi Cosimo III di Toscana, e il Castelli così diceva a esso principe Leopoldo nella lettera, con la quale gli accompagnava l'offerta: « Quando non sia per servizio del serenissimo Granduca, mi sarebbe caro che non si pubblicasse ad alcuno questo mio ritrovamento, eccettuati il p. Francesco delle Scuole pie (Famiano Michelini) ed i signori Andrea Arrighetti, Mario Guiducci, Tommaso Rinuccini ed Evangelista Torricelli, i quali desidero che vedano la scrittura per emendare i miei falli » (Fabbroni, *Lettere inedite,* T. I, Firenze 1773, pag. 78).

Fra gli esaminatori della scrittura, che il Castelli stesso così a nome additava, il principe Leopoldo scelse particolarmente il Torricelli e l'Arrighetti: il primo per la celebrità del nome, acquistatasi in ogni genere di scienze fisiche e matematiche, il secondo per i saggi, che aveva dato de' suoi studi in materia di acque. L'Arrighetti fermò principalmente la sua attenzione sopra quella, che trovò messa nel manoscritto per la proposizione seconda, e conferendo i dubbi, che si sentiva nascere di lì, col Torricelli, gli esplicava il suo proprio pensiero, concludendogli che, se non era una girandola o un sogno, le velocità dell'acqua, corrente attraverso il regolatore di un fiume, dovevano crescere come le radici, e non come le semplici altezze.

Questa volta il fecondo seme dell'Idrodinamica cadde sul terreno meglio disposto a riceverlo, e a farlo germogliare. Il Torricelli infatti supporrà tra poco, per fondamento al suo nuovo edifizio, il pensiero stesso dell'Arrighetti: « Supponimus aquas violenter erumpentes, in ipso eruptionis puncto, eumdem impetum habere, quem haberet grave aliquod, sive ipsius aquae gutta

una, si ex suprema eiusdem aquae superficie, usque ad orificium eruptionis, naturaliter cecidisset » (*Opera geom.*, P. I, Florentiae 1644, pag. 191).

Se non che, mentre l'Arrighetti non aveva a confortare la verità del suo supposto che l'osservazione della *cateratta*, formatasi dentro la polvere degli orologi, o dentro l'acqua de' pili; il Torricelli pensò ad altre osservazioni o sperienze che, illustrate dalla nuova scienza del moto, sarebbero per riuscire anche più concludenti. Il primo pensiero fu quello dell'acqua che, scesa in fondo a uno de' rami del sifone ritorto, acquista impeto di risalire alla medesima altezza nell'altro, a quel modo che Galileo aveva supposto verificarsi ne' rimbalzi di una palla perfettamente elastica, e dalla quale s'intendesse rimossa ogni sorta d'impedimenti. Che se ciò avviene nel risalir che fa l'acqua, ritenuta dalle pareti del tubo, par verosimile, proseguiva a ragionare il Torricelli, che non altrimenti da ciò avvenga, quando erompe nell'aria aperta, come si ricordava di avere osservato più volte negli zampilli.

Considerava inoltre che, per questa eruzione violenta, ogni gocciola d'acqua è un proietto, in cui, dovendosi verificare le proprietà del moto parabolico, soccorrerebbero dunque opportune le esperienze a decidere della verità del supposto. Dato infatti un foro aperto nella parete verticale di un vaso, la distanza di lui, dal livello del liquido che gli sta sopra, sarebbe la sublimità della parabola, della quale calcolandosi per i teoremi galileiani l'ampiezza, per l'estremità di lei, eretta perpendicolarmente alla parete, si dovrebbe veder passare la curva del getto. A queste esperienze meccaniche pensava il Torricelli stesso che se ne sarebbe potuta aggiungere un'altra idrometrica, prendendo vari vasi cilindrici o prismatici, tutti di fondo uguale, ma con altezze, che crescessero via via da uno, a quattro, a nove, a sedici, secondo la serie dei numeri quadrati. Fatti in fondo a ciascun vaso fori uguali, e mantenutavi l'acqua indeficiente in tutti, raccogliendo con diligenza le quantità fluite nel medesimo tempo, si dovrebbe trovar che stanno come uno, due, tre, quattro, secondo la serie dei numeri naturali, se fosse vero che gl'impeti nell'uscire dai fori son qualmente si convengono alle cadute, e perciò proporzionali alle radici delle linee, che misurano nel perpendicolo quelle stesse cadute.

Haec speculatio convenit exactissime cum experimento, a nobis cum summa diligentia facto, scrisse poi il Torricelli (*Op. geom.* cit., pag. 200), benchè poco prima avesse confessato che lo sperimento l'aveva eseguito in Roma l'amico suo Raffaello Magiotti, *eruditissimus vir, aeque literis scientiisque omnibus ornatus* (ibid., pag. 196). Nè solamente l'esperienza idrometrica crediamo essere stata fatta dal Magiotti, ma le due meccaniche sopra dette altresì, almeno con quella diligenza, con la quale il Torricelli stesso poi le descrisse nel suo libro, per rimovere dai lettori ogni occasione di dubbio.

Il Magiotti dunque, dietro le proposte venutegli di Firenze per lettera dell'amico, fece costruire una cassetta parallelepipeda di rame, *cuius altitudo passum geometricum excedebat, cuius basis uno palmo quadrato non*

erat minor (ibid., pag. 164). In fondo alla cassetta era applicato un tubo, pure parallelepipedo, colla bocca esteriore chiuso, e sul fondo superiore disposto in perfetto piano orizzontale, praticatovi un foro *circulo humanae pupillae maior, non perperam factum, sed solertissime excavatum in lamella cuprea* (ibid.). Turato poi il foro, mantenuto indeficientemente pien d'acqua il vaso in fino all'orlo, sopra il quale posata sporgeva una riga per segnare il livello, dato l'esito, vedeva il Magiotti risalir lo zampillo così fin presso al segno, da poter dire che fosse giunto all'altezza medesima, da cui supponevasi sceso, avuto riguardo alla resistenza dell'aria e all'impedimento, che le prime gocciole, nel dar la volta in giù, fanno sopra le antecedenti, che non hanno ancora finito di salire. Che poi a così fatte cause fosse da attribuire il non rispondere sempre puntualmente l'esperienze alle teorie, se ne persuadeva il Magiotti con l'osservare che, aprendosi il foro a un tratto, le prime gocciole, che non avevano chi le antecedesse, giungevano più ad alto, e col sostituire all'acqua il mercurio, che pure si vide toccar più presso al segno, perchè la maggior gravità naturale è meglio atta a vincere la reristenza del mezzo.

Quanto ai getti fu pure sperimentato dallo stesso Magiotti che, se uscivano con direzione orizzontale, descrivevano una mezza parabola, e se con direzione inclinata una parabola intera, esattamente corrispondente con ciò, che Galileo aveva dimostrato dei moti proiettizi. Perchè poi non dovessero opporre alcuni alla teoria, non trovando la predetta corrispondenza coi fatti, notava alcune diligenze, che lo sperimentatore non avrebbe dovuto trascurare, e prima di tutto che il foro è da farsi in una lamina sottilissima e piana, applicata alla bocca del tubo esterno, e talmente disposta, da tornar perpendicolare alla tangente la curva, descritta dal getto nel punto in cui comincia. « Reliquum vero exterioris tubi, usque ad initium aequaeductus, debet esse capacissimum, quo enim laxius erit, eo exactius experimentum evadet. Quotiescumque autem aqua, per tubum latentem decurrens, per angustias transire debuerit, falsa omnia reperientur. Quemadmodum accidet etiam si, prae nimio impetu, aqua, statim atque emissa est, in tenuissum rorem dispergatur » (ibid., pag. 198).

Vedendo il Torricelli così ben confermato, per queste esperienze, che il liquido esce dal foro aperto nelle pareti del vaso con tal impeto, quale si converrebbe, se fosse sceso dal supremo livello; pensava fra sè medesimo come si potesse il fatto, sperimentato nei vasi, applicare alle acque correnti, persuaso che non si dovevano nemmen queste sottrarre alla legge universale dei gravi. E il pensiero lo condusse a riguardare nell'acqua stagnante un conato al moto, che si attua rompendo la parete, o sollevando a un tratto la cateratta dallo sbocco di un canale.

Figura 194.

Sia di questo canale rappresentata in CB (fig. 194) la sezione, e in CD la cateratta, sopra gl'infiniti punti della quale, come in D e in A, l'acqua

esercitando il suo conato, uscirebbe in moto attuale per essi, supposti forati, con gl' impeti convenienti alle cadute naturali dalle altezze CD, CA, cosicchè, se sopra CL, intesa verticalmente eretta, s' alzino le ordinate perpendicolari DE, AF, a rappresentare le velocità respettive; queste staranno come le radici delle altezze corrispondenti CD, CA. Facendosi poi le medesime còstruzioni per tutti gli altri infiniti punti compresi fra CA, AD, verrà così descritta la scala delle velocità, la quale dunque, concludeva il Torricelli il suo ragionamento, non è in un triangolo supino, dove la poneva il Cavalieri, e tanto meno in un rettangolo, in che s' argomentava di ridurla il Castelli, ma in una semiparabola.

Venendo ora a istituire il confronto, fra ciò che si concludeva da così fatti principii, e ciò che si annunziava nella seconda proposizione della scrittura, sopra la quale si doveva dare il giudizio, il Torricelli v' ebbe a notare una sostanzial differenza. Da A, nella medesima figura, risalga l' acqua in C a un' altezza doppia: dimostra il Castelli, nella detta proposizione, che la velocità del fiume in questo stato, alla velocità che aveva in quello, sta come due a uno, o come quattro a due, mentre, per la legge dei cadenti applicata all' acqua, dovrebbe stare come quattro alla radice di due.

Si rappresentino infatti, per rendere analiticamente più spedito il discorso del Torricelli, le due velocità con le due semiparabole CED, CFA, rappresentate per la medesima figura 194, e che chiameremo P, p. Essendo, per le cose dimostrate nel libro *De dimensione parabolae*, $P = \frac{2}{3} ED . DC$, $p = \frac{2}{3} AF . AC$, avremo $P : p = ED . DC : AF . AC$. E perchè $DC = 2 AC$ per supposizione, e per la nuova professata teoria, $ED : AF = \sqrt{DC} : \sqrt{AC}$; dunque $P : p = 2 \sqrt{DC} : \sqrt{AC}$. Che se facciasi AC uguale a due, e DC uguale a quattro, se ne concluderà, estraendo dal quarto termine la radice, $P : p = 2 . 2 : \sqrt{2}$, ossia che le velocità della corrente stanno, conforme a ciò che fu pronunziato, come quattro alla radice di due.

Un tal giudizio, fondato sulla differenza di così fatte conclusioni, fu dal Torricelli riferito al principe Leopoldo, il quale temeva che potesse dispiacere al Castelli, e fu forse per questo motivo che consigliò il Torricelli stesso a rivolgersi piuttosto al Cavalieri, tanto più che oramai sapevasi molto bene essere invenzione di lui quel proprio modo di condurre la dimostrazione, intorno a cui cadevano i dubbi. Infatti, sul finir di Ottobre del 1642, giungeva a fra Bonaventura una lettera, scritta il dì 25 di quello stesso mese da Firenze, nella quale il Torricelli, dop' avere accennato a que' vetri per i Telescopi, de' quali allora aveva piena la testa, così soggiungeva: « Intesi poi anche che ella s' ingegnava di provare una conclusione intorno all' acque, nella quale ho qualche scrùpolo, tanto nella conclusione, quanto nella dimostrazione. Che la conclusione sia vera io lo credo, ma la difficoltà, quanto a me, io non la so sciorre. La proporrò pertanto a V. P., supplicandola a significarmi brevemente se è una vanità. »

« Suppongo che, se un tubo o altro vaso, sempre pieno d' acqua AB (fig. 195), sarà forato in diversi luoghi C, D, ecc.; suppongo che l' acqua,

che esce dal foro C, abbia tant' impeto, quanto avrebbe una goccia d' acqua, caduta dal livello A fino in C: cioè che gl' impeti delle acque scaturienti da C, D ecc. siano gli stessi, che di una gocciola caduta per gli spazi AC, AD. Questo si prova con alcune ragioni, e con più di una esperienza. Ne dirò una fatta in Roma esattamente, ed è che, posti uguali li fori C, D, l' acqua, che nel medesimo tempo esce per C, a quella che esce per D, sta in sudduplicata proporzione delle altezze AC, AD, e questo basta per la mia supposizione. »

Figura 195.

« Ora, sia un' acqua AB (nella precedente fig. 194) la quale poi venga accresciuta tanto, che la sezione CB sia doppia d' altezza della prima AB. Si crede che anco la velocità sarà cresciuta al doppio. Ora discorro così: Facciasi intorno al diametro CD una semiparabola. L' impeto adunque del velo d' acqua, che passa per A, è misurato dalla linea AF, *et sic de reliquis*. Però tutti gl' impeti della sezione CB, a tutti gl' impeti della sezione AB, saranno come la semiparabola ECD, alla semiparabola FCA, cioè come quattro alla radice di due, e non a due come si crede. »

« So che questo mio è qualche paralogismo, in materia tanto difficile, però non ne fo capitale alcuno. So bene certo che sarà subito scoperto dal perspicacissimo ingegno di V. P. Non mi sono neanco spiegato bene interamente, perchè troppa sarebbe stata la prolissità. Riverisco ecc. » (MSS Gal. Disc., T. XL, fol. 119, 29).

Notabile cosa è che sebbene, nella loro concisione, le parole del Torricelli riescano a tutti noi così chiare, al Cavalieri nulladimeno facessero davvero l' effetto di chi non s' è neanco spiegato bene interamente, come apparisce dalla seguente risposta, fatta pochi giorni dopo, per lettera del dì 29 Ottobre da Bologna: « Circa l' acqua non sono ne anch' io lontano dal suo pensiero di credere che non sia così certa la conclusione, nè la supposta dimostrazione, da me mandata al padre don Benedetto, siccome egli potè vedere i dubbi, che io avevo nella medesima lettera, che gli scrissi sopra questo fatto. Vero è che la sua supposizione non mi leva affatto l' assenso, poichè, stante il suo esempio del vaso pieno d' acqua forato in diverse altezze, parmi che ella consideri nell' acqua solo l' impeto, cagionato dal premer dell' acqua superiore mediante la di lei gravezza. Ma nell' acqua de' fiumi parmi che, oltre quella, vi sia ancora da considerare l' impeto o velocità, che conferisce l' acqua inferiore alla superiore, onde un tal velo d' acqua parmi che, non solo alteri il detto impeto, cagionato dalla gravezza dell' acqua superiore, ma anco quello, che gli conferisce l' acqua inferiore, che si muove per la pendenza del letto, ciò che non mi pare accada nel vaso. E perciò resto ancora irresoluto in questo negozio, non avendo avuto tempo d' applicarvi, ma credo che lei, con la sua sottigliezza, chiarirà il tutto » (ivi, T. LXI, fol. 132, 33).

Apparisce di qui manifesto che il Cavalieri non era entrato addentro al pensiero del Torricelli, il quale non consisteva nel considerare i conati, prodotti dalla gravità dell' acqua contro le pareti del vaso, o quelle che, con vo-

cabolo non usato allora, si dicono *forze morte,* ma nel considerare il moto attuale, o le forze che, per effetto di questa attuazione, diventano *vive.* La proposta inaspettata, e la fretta dell'esaminarla, dovettero esser le cause, per cui il valent'uomo non sentì la fecondità del pensiero torricelliano, comprendente in sè il vero modo di misurare le forze vive dai quadrati delle velocità, e l'applicazione del principio dell'uguaglianza delle pressioni. Ma rimane tuttavia a far le maraviglie come mai non s'avvedesse che la sua risposta, non solamente non faceva al proposito, ma che di più contradiceva alle sue proprie intenzioni. Se il pensiero infatti del Torricelli fosse stato quello di considerar solamente l'impeto, cagionato dal premer che fa l'acqua superiore contro l'inferiore, mediante la di lei gravezza; essendo questa gravezza proporzionale al numero degli strati, non avrebbe potuto altro concludere da ciò, se non che le velocità stanno come le altezze, e invece ne concludeva che stanno come le radici delle altezze. Se poi si dice che questa conclusione è solamente applicabile alle acque stagnanti, e no alle correnti, nelle quali all'impeto cagionato dalla gravezza delle acque superiori s'aggiunge quello, che conferisce a loro il moto delle acque inferiori; si viene a concedere che in esse acque correnti le velocità non siano proporzionali alle altezze, come nelle stagnanti, che contradice all'intenzione del rispondente, qual era di mantener la verità della prima proposta contro la nuova.

Dei dubbi venuti da Firenze dando parte il Cavalieri al Castelli, gli faceva insieme premura di pensare a una soluzione migliore della sua, di che però il Lombardini non ha speranza, perchè, se noi dicemmo che il Cavalieri non riuscì a trovarla per la fretta, egli crede che il Castelli non ci avrebbe potuto nemmen pensare, per trovarsi, a cagione della vecchiaia, la mente *alquanto indebolita.* (*Dell'origine ecc.,* Discorso cit., pag. 40). Per conferma di che il Lombardini dice che, sebbene fosse all'Autore del secondo libro della Misura delle acque correnti nota la vera legge torricelliana, egli attese nonostante, nella seconda proposizione, a dimostrare che le velocità stanno, non come le radici, ma come le semplici altezze. Che poi il Castelli conoscesse allora la vera legge torricelliana l'argomenta il Lombardini da quelle parole, ch'egli, a pag. 4 del citato Discorso storico, trascrive dalla Considerazione seconda dopo la V proposizione, dove così soggiunge il Castelli, avendo prima notati i disordini, che si commettono nelle operazioni idrauliche tutti i giorni, « i quali disordini saranno fuggiti dall'ingegnere, instruito delle cose sopradette, particolarmente ove a queste notizie aggiungesse la cognizione della Filosofia e Matematica, conforme a quello, che altamente ha penetrato il signor Galileo, e dopo lui, passando più oltre, il signor Evangelista Torricelli, matematico del serenissimo Granduca di Toscana, *il quale sottilmente e maravigliosamente tutta questa materia del moto ha trattata.* »

Richiama il Lombardini particolarmente l'attenzion dei lettori sopra queste ultime parole, quasi volessero significare che il Torricelli, insieme con tutte le altre materie del moto, avesse in fin d'allora sottilmente e maravi-

gliosamente trattato anche dell' acqua. L' inganno dell' interpetrazione è scoperto già dalla storia, per illustrar meglio la quale giova rammemorare che, essendo stato il Torricelli in Roma discepolo del Castelli, e attendendovi poi per suo proprio esercizio a illustrare e a promovere la Scienza meccanica, studiata ne' Dialoghi delle due Scienze nuove; gli vennero composti due libri, uno *De motu gravium naturaliter descendentium*, e l' altro *De motu proiectorum*, che veduti dal Maestro gli stimò degni d' essere presentati allo stesso Galileo, a cui scriveva da Roma il dì 2 Marzo 1641 : « Spero (nel venire a Firenze a riverire V. S.) di portargli un libro, e forse ancora il secondo, fatto da un mio discepolo, il quale, avendo avuti i primi principii di Geometria dieci anni sono alla mia Scuola, ha poi fatto tal progresso, che ha dimostrate molte proposizioni di quelle *De motu*, dimostrate già da V. S., ma diversamente » (Alb. X, 407, 8). Il dì 15 del detto mese di Marzo partiva infatti il Castelli da Roma, portandosi nel baule i due libri manoscritti, de' quali fece pochi giorni appresso la presentazione, insieme con una lettera del Torricelli, nella quale si scusava delle imperfezioni, specialmente rimaste nella seconda parte dell' opera, trattante *De motu proiectorum*, non ricopiata « ma scritta per la prima volta con molta fretta » (ivi, pag. 413).

Ecco quali sono i libri in materia di moto, da applicarsi utilmente all' acqua, de' quali intendeva parlare il Castelli, nel luogo sopra trascritto dal Lombardini. Ma l' applicazione, benchè presentita, e della quale, nella lettera allo Staccoli sopra il fiume Bisenzio, s' avevano alcuni esempi; non era stata fatta ancora nel 1641: non era cioè stata fatta ancora, alla seconda parte del trattato torricelliano *De motum geavium* presentato manoscritto a Galileo, l' aggiunta *De motu aquarum*, alla quale occorsero, tra il Settembre e l' Ottobre del 1642, come vedemmo, il principio e l' occasione, e non prima del 1644 fu data dall' Autore in Firenze alla luce.

Essendo dunque un fatto che, quando il Castelli presentò il suo manoscritto al principe Leopoldo di Firenze, la legge degli efflussi non era stata dimostrata ancora dal Torricelli, il quale anzi dall' esame del detto manoscritto prese motivo di far la scoperta; riman privo del suo principale argomento il giudizio del Lombardini, a cui ne prevale un altro tutt' affatto contrario, che cioè il Castelli serbava allora tutta la vigoria della mente, benchè temperata dal senno e dalla prudenza senile, come apparirà dalla storia, quale sia ora a noi lecito ordire sopra la trama offertaci dai documenti.

Informato dal Cavalieri di tutto ciò, ch' era passato fra lui e il Torricelli, relativamente alle proporzioni da assegnarsi tra le velocità e le altezze nel moto delle acque, il Castelli, a cui troppo premeva la questione, si dette a esaminarla con tutta la diligenza. Era naturale che in questo esame occorresse anche a lui a fare la distinzione, fra l' acqua fluente dai vasi, e la corrente per le sezioni dei fiumi. In proposito del primo caso deve essersi sovvenuto del pensiero, che otto anni fa l' Arrighetti gli aveva confidato come una sua fantasia, da non farne conto, ma che ora vedeva esaltata alla di-

gnità di teorema; e dall'altra parte aveva in Roma presente quello stesso Magiotti, da cui s'era con le sue esperienze così efficacemente cooperato a confermare la verità della nuova proposta. Spettatore di così fatte esperienze, non poteva il Castelli dubitare che le copie dell'acqua, raccolta dai fori aperti nelle cassette parallelepipede di rame preparate dal Magiotti, non facessero necessariamente argomentare esser le velocità degli efflussi proporzionali alle radici delle altezze dei livelli. Dall'altro canto il Magiotti spettatore delle esperienze, fatte nelle stanze terrene dell'abbazia di S. Callisto, non poteva negare che, dal vedersi far la medesima altezza nel fiumicello, sia da una, sia da quattro, sia da nove cannelle aperte, o dal veder che se una cannella sola faceva un'altezza, aggiungendovene tre, cinque, sette, l'altezza si faceva solamente doppia, tripla, quadrupla; non si dovesse necessariamente argomentarne che le velocità della corrente stanno come le semplici altezze delle sezioni.

Strigar questo nodo non era davvero da menti indebolite, e il Castelli lo strigava col vigore assennato della sua mente, ripensando che, poichè da due fatti certissimi s'avevano due conclusioni diverse; diverso dovess'essere il modo del fluire l'acqua dai vasi o del correre per i canali. Ma poi, riflettendo che costante dev'esser il modo dell'operar la Natura in ogni genere di gravi, ne ebbe a concludere che universalmente si verifica la legge delle velocità proporzionali alle radici delle altezze, ma che nelle acque correnti questa medesima legge viene alterata, sia per non esser l'acqua un corpo unito, come gli aveva detto il Baliani, sia per conferire gli strati inferiori al moto de'superiori, come ora gli veniva dicendo il Cavalieri, sia per altre ragioni inescogitabili a lui.

Dietro ciò si proponeva di rimetter mano al secondo libro delle Acque correnti, in cui si darebbe per legge universale delle velocità quella, che resultava dalle nuove speculazioni e dalle esperienze del Torricelli. Quanto poi alla proposizione seconda, avrebbe avvertito che, secondo la teoria, la scala delle velocità nelle varie parti della corrente dovrebb'essere una parabola, ma in effetto, qualunque siasi la ragione, è un triangolo, non supino, ma con la base in basso. O altrimenti: se un fiume, movendosi con una tal velocità per un suo regolatore, avrà una data altezza viva, e poi per nuova acqua crescerà il doppio; per la teoria la velocità nel primo stato, alla velocità nel secondo, dovrebbe avere la proporzione della radice di due a quattro, ma in effetto quella proporzione si troverà essere invece di due e quattro, ossia del semplice doppio. Avrebbe voluto trattar di ciò a voce col Torricelli, e non potendo far altro, significava intanto così, per lettera, pubblicata in parte dal Bonaventuri, i suoi desiderii: « Io avrei bisogno estremo di essere con V. S., per dare l'ultima mano al secondo libro Della misura delle acque correnti, non già per istamparlo adesso, ma per finirlo in termine di poterlo stampare, occorrendo come spero ch'io sia chiamato a Venezia. Basta, se il caso succederà, passerò per Firenze e ci vedremo. Mi pare d'avere scoperto una mano di cose totalmente incognite, e di grandissimo momento, e di più

vedo il campo aperto per scoprimenti maggiori, ma conosco che la materia supera la mia debolezza. V. S. tenga conto delle cose, che ella va ritrovando in questa materia d'acque, perch'io penso d'ornare il mio libro col nome, e con l'opere di V. S., come, piacendo a Dio, dirò a bocca » (*Prefaz. alle Lezioni accad. del Torricelli*, Milano 1823, pag. 59).

Di quel che deve aver detto a bocca il Castelli a colui, ch'essendogli stato discepolo ora si faceva collega de'suoi studi, e prometteva di divenirne maestro; siamo oramai prevenuti: deve avergli confessato che il modo di dimostrare la sua seconda proposizione conteneva un paralogismo, ma che non poteva cader dubbio sopra la verità di lei, essendo il resultato d'esperienze ripetute cento volte alla presenza di tanti, fra'quali, a farne testimonianza, il Magiotti solo sarebbe bastato per tutti. Il Torricelli, che per sola teoria aveva intorno a quella seconda proposizione concluso i suoi dubbi, se n'ebbe a persuader facilmente, e tanto è ciò vero che, mettendosi poi a esplicare nell'appendice *De motu aquarum* quel suo concetto, significato nella lettera al Cavalieri, applica la nuova legge idrodinamica a'soli efflussi dai vasi, o agli zampilli dai piccoli fori, lasciando intatta la questione dei fiumi, per la quale si rimetterebbe a ciò che, pubblicando il suo manoscritto corretto, ne deciderebbe il Castelli. E così, come prudentemente s'era intorno a ciò governato il Maestro, fecero, secondo si narrerà nel capitolo appresso, i discepoli, i quali, mentre da una parte attendevano a esplicare i teoremi di lui concernenti le cadute accelerate delle gocciole dal supremo livello verso il foro, e il moto parabolico, che da una tale accelerazione consegue; accettarono dall'altra le verità sperimentali, descritte nel secondo libro delle Acque correnti: verità, che si mantennero salve nella scienza, infino al Guglielmini e all'Herman, primi a rimettere in onore la scala parabolica, e perciò a restituire alla prima universalità, proposta nella detta lettera al Cavalieri, la Scienza idrodinamica, rimastasi instituita solo a mezzo in quell'appendice del Torricelli, dalla quale si vuole incominciare il seguente nostro discorso.

CAPITOLO VII.

Della nuova istituzione idrodinamica del Torricelli e delle prime promozioni di lei

---

SOMMARIO

I. Del trattato torricelliano *De motu aquarum*, illustrato e ampliato dal Viviani. — II. Dell'Idrodinamica torricelliana, nelle Cogitazioni fisico-matematiche del Mersenno, nelle Epistole del Cartesio, e nel trattato *De motu liquidorum* di G. B. Baliani. — III. Dell'Idrodinamica torricelliana, esclusa dalle applicazioni al corso dei fiumi, come principalmente resulta dalla storia delle correzioni, che si pensò di fare all'Idrometria del Castelli.

I.

Benchè quella, che l'Arrighetti chiamava e forse anche credeva una fantasia, sembrasse prendere aspetto di realtà, per le varie esperienze del Magiotti, nonostante il Torricelli andava con passo incerto, in proporre al pubblico una cosa tanto nuova. Il dubbio, che gli tenzonava nella mente, l'esprimeva così con queste parole: « Caeterum si quis, praedictis rationibus non acquiescat, videat an inter sequentes propositiones ullam probet: quod, si ita erit, facile per resolutionem, ex approbata propositione, primam suppositionem demonstrabimus. Sin minus, totam hanc Appendicem de motu aquarum, vel saltu praetermittat, vel funditus e libello evellat, quod equidem libentissime concedo » (Op. geom. cit., P. I, pag. 193). La sincerità delle quali parole sembra a noi confermata dal fatto che, nel dimostrare le XIV proposizioni, delle quali si compone la detta Appendice; procede l'Autore con quella fretta, che sogliono usare le persone discrete, nel proporre un partito, a cui s'aspettano che pochi faranno accoglienza.

Invece avvenne tutto il contrario: son già passati più di due secoli e mezzo, e in fronte a tutti i trattati d'Idrodinamica, in qualunque lingua

dettati, e di qualunque nazione siano gli autori, è scritto solennemente il nome del Torricelli. L' appendice di lui, tutt' altro ch' essere svelta *funditus* dal trattato *De motu proiectorum,* fu subito coltivata con tanta industria, che l' umile rampollo giunse presto a emulare la stessa pianta madre, a lato alla quale ora grandeggia nel campo della scienza.

Fra que' primi cultori sarebbero da annoverare i Francesi, se dovesse la Storia starsene solamente a ciò, che è noto per i pubblici documenti. Ma le private e, per dir così, domestiche notizie, che ci sono rimaste, confermano, com' è da aspettarsi, quel legittimo primato de' Nostri, che furono amici e discepoli del Torricelli, il più operoso fra i quali, come in ogni altro proposito, così e in questo, ci si presenta il Viviani. Fra i manoscritti di lui gli argomenti idrodinamici, e le questioni d' Idrometria, son quelle, che vi si trattano più diffusamente. Sembra anzi a noi di scoprire, per questi studi intorno al moto dell' acque, una certa predilezione, natagli forse dal trovarsi aperto innanzi un così largo campo, da poter nel percorrerlo misurarvi dentro la validità delle sue proprie forze. Basti dire che le principali proposizioni d' Idrodinamica, di che tanto onore si fecero il Guglielmini e il Grandi, si trovano tutte premostrate in quei manoscritti. Chi proseguirà, senza stancarsi, la lettura di questa storia, troverà di quel che s' è annunziato la più piena conferma, ma qualunque sia l' importanza, e qualunque il merito dell' opera data dal Viviani all' Idrometria, egli non riconosce altro maestro che il Torricelli, dallo studio di cui confessa essergli venute le inspirazioni, le prime delle quali cominciano da quel mettersi, ch' egli fece intorno ad ampliare l' appendice *De motu aquarum.*

Interrotto l' esercizio, e tante volte ripreso, scriveva sul primo foglio, che gli veniva a mano, ora frettolosamente, ora a stento, le proposizioni da aggiungersi, e i commenti da farsi, e così il materiale, benchè disperso, non solamente fra le varie pagine, ma fra i varii volumi manoscritti, in qualche modo s' è potuto ritrovare, almeno nella sua parte migliore. Ma è difficile indovinare la forma, che il Viviani stesso aveva intenzion di dare al nuovo trattato. Alcune proposizioni sono scritte in latino, altre in volgare, ma sembra che dovess' esser tutto dettato in questa lingua, nella quale si trova essere stata già distesa una specie di prefazione. Comunque sia, l' ufficio nostro di storici, e non di editori, concedendoci libertà di riferire i documenti con qual ordine meglio ci piace, ne abbiamo scelto uno, che consiste nell' inserire fra le proposizioni torricelliane le relative soggiunte dal Viviani, segnate con numeri progressivi, senza tralasciar la scrittura, che, quale ora da noi si produce, doveva servir di proemio all' opera riformata.

« L' acutissimo dei geometri, Evangelista Torricelli necessitato dalla forza del vero a seguitar la dottrina del mio Galileo, primo e vero scrutatore della Natura, e delle proprietà dei moti equabile, naturale e violento; suppose che l' acqua, forzata dal carico della propria altezza, nell' istante del suo scappare da qualche foro di un vaso, in cui ella si trovi, abbia in sè quell' impeto stesso o velocità, che avrebbe un grave libero o una gocciola di detta

acqua, se ella, col progresso dell' accelerazione già assegnata dal medesimo Galileo, cadesse naturalmente dal suo supremo livello, fino all' orifizio del foro d' onde ella scappa. »

« Questo tal supposto s' ingegnò il Torricelli di comprovarlo coll' esperienza, mostrando che, quando nella sponda di un vaso, tenuto sempre pieno d' acqua, sta inserita orizontalmente una cannella prossima al fondo, la qual serrata all' estremità abbia un solo angustissimo foro ben tondo sul colmo del suo dorso, e che questo, tenuto chiuso col polpastrello di un dito, a ora a ora si va serrando e subito sturando; quella prima minutissima gocciola, che ne schizza in aria, s' alza poco men che al piano del sopraddetto livello, massime, quando l' ampiezza del vaso sia molta, rispetto a quella del foro, e poca sia l' altezza dell' acqua, ponendo egli in considerazione che, del non arrivarvi precisamente, nei casi di maggiori altezze, ne sia cagione la maggior resistenza, che trova l' acqua nel passare per la corpulenza dell' aria. Con che, se invece di acqua si pigliasse, per far questa prova, dell' argento vivo, quella sua prima gocciola che sale in su, come in sè stessa tante volte più grave dell' acqua, e perciò più atta a ritenere per più tempo l' impeto conceputo, e a superar la resistenza dell' aria; si osserverebbe esattamente arrivare al livello interno del vaso. Lo che ha molto del verisimile, imperocchè tale impedimento manca bensì all' acqua premente dentro il vaso, ma non già alla spremuta fuori e fendente la corpulenza dell' aria. Tanto più che e' si vede che nell' altro caso, quando cioè quell' orifizio va su su accompagnato con un cannello fin sopra il piano dell' acqua del vaso congiuntogli, questa allora non ha difficoltà a sormontare appunto fino a quel piano, sia pure il vaso e il cannello alto e lungo quanto si voglia. »

« Se dunque la prima gocciola sola vi arriva, e se, per la Scienza galileiana del moto naturale dei gravi, qualunque di questi, rimossi gl' impedimenti, quando si solleva da basso in alto si parte con un impeto eguale a quello, che egli acquisterebbe per altrettanta caduta dalla quiete; ciò è segno che quella gocciola saliente, nell' atto dell' uscir da quel foro angusto, si trovò imbevuta dell' impeto stesso, che nel cader dalla medesima altezza ella vi averebbe naturalmente acquistato. »

« Con tal supposto dunque, assai chiaro, diedi ancor io principio a questo trattato più ampio, in supplemento del promosso dal Torricelli » (MSS. Gal. Disc., T. CXVIII, fol. 16). E comincia dal dimostrare alcune proposizioni illustrative di quelle, che ricorrono in ordine le ultime dello stesso trattato, che s' intendeva di ampliare. Secondo il nostro sopra espresso proposito, invece, cominceremo dal riferire le prime proposizioni torricelliane, dipendenti, secondo la fatta supposizione, dal moto parabolico, così ordinatamente pronunziate colle parole medesime dell' Autore. »

Figura 196.

« Propositio I. — *Dato tubo AB* (fig. 196),

semper pleno et apte perforato foraminibus C, D, E, hoc est quae sint figurae circularis, sitque illorum ductus horizontalis, hoc est in tenui lamella plana perpendiculari, datoque horizonte quolibet BG; invenire amplitudinem uniuscuiusque parabolae » (Op. geom. cit., pag. 194).

« PROPOSITIO II. — *Dato dolio, sive tubo AB* (fig. 197), *quod apte perforatum sit in C, et emissionem faciat CD, invenienda sit aqua in tubo latentis libella horizontalis, sive superficies suprema* » (ibid., pag. 195).

Figura 197.

« PROPOSITIO III. — *Si tubus AB* (in eadem figura) *apte perforetur ubicumque in C, emissio fluentis aquae coni rectanguli superficiem continget, cuius axis sit ipse tubus, vertex vero sit in aquae libella* » (ibid.).

« PROPOSITIO IV. — *Aquarum, ex tubo AB* (fig. 198), *perforato, erumpentium, velocitates sunt ut lineae in parabola applicatae ad suam uniuscuiusque sublimitatem* » (ibid., pag. 196).

Figura 198.

Tutte queste quattro, così proposte, vengono con gran facilità e speditezza dimostrate e risolute dietro le note proprietà dei moti parabolici. Basta infatti risovvenirsi che la metà dell'ampiezza è media proporzionale fra l'altezza e la sublimità, per veder che il seno EI, nella figura 196, medio proporzionale fra il segmento AE, sublimità, e il segmento EB, altezza della parabola EG; è quello, che risolve il primo problema. Il secondo altresì è risoluto dal medesimo principio, perchè, chiamate A, M, S l'altezza, la metà dell'ampiezza, e la sublimità, dall'equazione $A : M = M : S$, nella quale A e M son note, s'ha direttamente S sublimità cercata. La verità della III proposizione dipende dalle note proprietà della tangente alla parabola, la qual tangente, che sia per esempio AD nella figura 197, rivolgendosi intorno all'asse AB, descrive la superficie di un cono. La IV infine è una conseguenza immediata del supposto principio sperimentale, perchè, se le velocità in C e in D, rappresentate dalla figura 198, son proporzionali alle radici delle altezze AC, AD; sono anche proporzionali alle linee CE, DF, ordinatamente applicate a qualunque parabola che, col vertice in A, intorno all'asse AD sia descritta.

Di qui è che, stando le quantità in ragion composta delle velocità e delle sezioni, essendo i fori C, D uguali, staranno in ragion semplice delle radici delle altezze, e in reciproca ragione di queste saranno le sezioni, se le quantità si suppongano uguali: corollari espressamente notati dal Torricelli, perchè continuamente si richiamano come principii, da cui son per dipendere le future conclusioni, la prima fra le quali, che in ordine succede, è la seguente:

« PROPOSITIO V. — *Si tubus AB* (fig. 199) *cylindricus, sive prismaticus, perforatus in fundo B fluat, neque alius humor superinfundatur,*

velocitates supremae superficiei humoris latentis decrescent cum eadem ratione, qua decrescunt etiam lineae ordinatim applicatae in parabola BD, quae axem habeat BA, verticem vero B » (ibid., pag. 197).

Figura 199.

Per la dimostrazione, se ne spedisce il Torricelli dicendo *hoc manifestum est,* ciò che però a molti non parve, onde il Viviani, quasi postilla al testo, così scriveva: « Questa dimostrazione, desiderandosi da qualcuno di averla un po' più spiegata, me ne ingegnai come appresso: »

« Sit tubus cylindricus, vel prismaticus, AB (nella medesima figura 199) perforatus in fundo B: fluat, neque alius humor superinfundatur. Erunt velocitates aquae, exeuntes per B, positis libellis C et E, ut sunt lineae applicatae ex punctis libellarum CD, EF in parabola CFD, cuius axis sit BC, vertex foramen B. »

« Ponatur CG aequalis BE, et circa eumdem axem CB, vertice C, describatur parabola CHI, penitus ipsi BFD aequalis. Essent BI, GH ordinatim applicatae aequales CD, EF. Cum enim velocitas per foramen B, post CB, ad velocitatem per aequale foramen G, post CG, sit, per praecedentem, ut BI ad GH, vel ut CD ad EF, et velocitas in G, post CG, eadem sit ac velocitas in B, post EB, cum CG, EB, per constructionem, sint aequales; ergo velocitas in B, post CB, ad velocitatem B, post EB, erit ut CD ad EF, quod fuit propositum » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 44, 45).

La proposizione, che immediatamente succede nell'appendice del Torricelli, dopo questa che il Viviani ha così spiegata, è quella del *Solido dell'acqua,* messa dall'Autore stesso in tal forma:

« Propositio VI. — *Sit vas aqua semper plenum CE* (fig. 200) *amplissimum, cuius foramen in fundo circulare sit AB, solidum autem aquae ex eo fluentis sit ASNB, et solidi axis sit IH: Dico lineam BN, solidi huius genitricem, talem esse ut numerus biquadratus diametri AB, ad biquadratum diametri SN, sit reciproce ut altitudo IH ad altitudinem IG* » (Op. geom. cit., pag. 197).

Figura 200.

La dimostrazione si conduce con un solo e brevissimo passo dalla IV^a, e dai corollari di lei. Imperocchè, dovendo, per il circolo AB e per l'SN, passare nel medesimo tempo uguale quantità d'acqua, le sezioni dunque staranno reciprocamente come le radici delle altezze, onde non altro occorre a fare che a quadrar l'equazione $AB^2 : SN^2 = \sqrt{IH} : \sqrt{IG}$, per conseguire il proposito.

Di qui il Guglielmini, nella proposizione IX del V libro *Mensura aquarum fluentium,* e il Grandi, nella proposizione IX del suo trattato *Del movimento delle acque,* facilmente conclusero che il solido dell' acqua, così astrattamente considerato come lo considera il Torricelli, è un' iperboloide, quale si descriverebbe dal rivolgersi, intorno all' asse GH, la linea BN, la quale nient' altro è che un' iperbola del quarto grado. Il Jurin e gli annotatori del Newton poi, riducendo la teoria a più prossima corrispondenza coi fatti, dimostrarono che tale è pur la figura del vano o della *cateratta,* che si formerebbe intorno all' asse IG, in mezzo all' acqua del pilo. Ma prima di tutti costoro il Viviani aveva risoluto, intorno al solido torricelliano dell' acqua, varii problemi, che, fatti ora noti, si giudicheranno uno dei più belli ornamenti all' appendice *De motu aquarum.*

« PROPOSITIO VII. — *Data la grossezza o il diametro AB* (nella medesima figura 200) *di un foro circolare, fatto nel fondo DE, il quale stia sempre pieno d' acqua fino all' altezza GI perpendicolare ad esso fondo sul centro G di esso foro, pel quale esce l' acqua cadente; si cerchi, del corpo acqueo, che si formerà sotto esso fondo, quale sia per essere il diametro della grossezza di esso corpo cadente, in tanta distanza dal medesimo fondo DE, quanta è GH* » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 13).

Per la risoluzione della proposta s' invoca l' aiuto di un Lemma matematico, che vedremo servire al Viviani per altri simili bisogni, dimostrandolo però volta per volta, secondo i vari casi particolari. A ciò fare lo costringeva il metodo, a cui sempre vollesi mantenere fedele, contro le novità dell' analisi cartesiana, per via della quale nonostante si sarebbe potuto proporre una volta sola quello stesso Lemma, così generalmente pronunziandolo, in questa forma: *Se sia un numero* n *qualunque di quantità continuamente proporzionali, la prima starà all' ultima come la potenza* n-1 *della prima sta alla potenza* n-1 *della seconda.*

Esser ciò vero poteva resultare per induzione anche dalle regole tenute dal Viviani, le quali in ogni modo si rendono così, con metodo analitico, più spedite.

Siano tre i termini continuamente proporzionali $a : b = b : c$. Sarà $b^2 = ac$, e anche $ab^2 = a^2 c$, e perciò $a : c = a^2 : b^2$.

Siano i detti termini quattro, $a : b = b : c = c : d$. Sostituendo, nell' equazione $b^2 = ac$, il valore di c, verrà $b^2 = a \sqrt{bd}$. Quadrando, $b^4 = a^2 bd$, ossia $b^3 = a^2 d$. Moltiplicando per a, $ab^3 = a^3 d$, e perciò $a : d = a^3 : b^3$.

Se poi i termini saranno cinque $a : b = b : c = c : d = d : e$, sostituendo nella $b^3 = a^2 d$, trovata di sopra, il valore di $d = \frac{ae}{b}$, avremo $b^3 = \frac{a^3 e}{b}$, ossia $b^4 = a^3 e$. Moltiplicando per a, $ab^4 = a^4 e$, e perciò $a : e = a^4 : b^4$.... Proseguendo si troverà questa regola costante, che cioè il grado della potenza è sempre meno uno de' termini in proporzione continua, e perciò, se i termini sono n, e l' ultimo si chiami z, se ne potrà concludere $a : z = a^{n-1} : b^{n-1}$, equazione, che riduce gli sparsi lemmi del Viviani in una formula

generale. Da questa scendono alcuni corollari importanti, de' quali però noteremo due soli, perchè si vedranno in seguito invocati dal Viviani stesso per lemmi alla dimostrazione di altre sue proposizioni d'Idrometria.

Corollario I. — Nel caso, che le quantità continue siano tre, s'è dimostrato $a : c = a^2 : b^2$, ossia $ab^2 = ca^2$. Moltiplichiamo questa per b^2, e avremo $ab^4 = ca^2 b^2$. Poniamo in questo secondo membro $b^2 = ac$, e avremo $ab^4 = ca^2 . ac = a^3 c^2$, che dimostra il teorema così proposto dal Viviani: *Se tre linee sono in continua proporzione geometrica, il fatto dalla prima nel quadrato della seconda, è uguale al fatto dal cubo della prima nel quadrato della terza.* (MSS. Gal. Disc., T. CXVI, fol. 113).

Corollario II. — Nel caso, che le continue sian quattro, da $b^2 = ac$ abbiamo $c^3 = \frac{b^6}{a^3}$, e da $b^4 = a^2 bd$ abbiamo $a^3 = \frac{ab^3}{d}$, e perciò $a^3 : c^3 = \frac{ab^3}{d} : \frac{b^6}{a^3} = a^4 . b^3 : db^6 = a^4 : db^3$. E perchè $b^3 = a^2 d$, dunque $a^3 : c^3 = a^4 : d^2 a^2 = a^2 : d^2$, che dimostra l'altro pronunziato del Viviani: *Se quattro linee sono in continua proporzione geometrica, il cubo della prima, al cubo della terza, sta come il quadrato della prima al quadrato della quarta* (ivi, fol. 120).

Premesse le quali cose, in servigio delle proposizioni d'Idrometria, che il Viviani dimostrerà qui, e nel capitolo seguente, ecco intanto l'uso, ch'egli stesso fa del detto Lemma generale, nella dimostrazione della VII ora annunziata.

« Si prenda IL (nella stessa figura 200) media proporzionale fra le HI, IG, ed anche la IM, media proporzionale fra le HI, IL, e di poi, come la nota IH, alla trovata IM, così si faccia il semidiametro BG noto, all'HN, quale da H s'applichi parallelo alla GR: dico che l'HN è il semidiametro della grossezza cercata. »

« Prendasi IO media proporzionale fra le LI, IG. Or perchè IH all'IL sta come IL all'IG, ed è l'IM media fra HI, IL, siccome la IO è media fra le LI, IG; saranno le cinque IH, IM, IL, IO, IG in una medesima continua proporzione, e perciò, in virtù del premesso Lemma, la prima HI, alla quinta IG, sta come il quadrato-quadrato della prima HI, al quadrato-quadrato della seconda IM. Ma come HI all'IM, così sta ancora la GB alla HN; che però anche il quadrato-quadrato HI, al quadrato-quadrato IM, sta come il quadrato-quadrato GB, al quadrato-quadrato HN. Adunque ancora la HI alla IG sta come il quadrato-quadrato GB, al quadrato-quadrato HN » (ivi, T. CXVII, fol. 13).

Per dichiarar meglio le premesse di questa conclusione, si ordinino le quattro istituite proporzioni: 1.ª HI : IL = IL : IG, 2.ª HI : IM = IM : IL, 3.ª HI : IM = GB : HN, 4.ª IL : IO = IO : IG. Preso ora il valore di IL dalla seconda, e sostituito nella prima, in luogo del secondo termine della prima ragione; preso inoltre il valore di IG dalla quarta, e sostituito in luogo del secondo termine nella seconda ragione della detta prima; avremo

$$\mathrm{HI} : \frac{\mathrm{IM}^2}{\mathrm{HI}} = \mathrm{IL} = \frac{\mathrm{IO}^2}{\mathrm{IL}},$$

ossia, riducendo e estraendo la radice, HI : IM = IL : IO, dalla quale, inserita in continuità fra la seconda e la terza, avremo HI : IM = IM : IL = IL : IO = IO : IG. Così essendo cinque quantità continuamente proporzionali s'avrà, in virtù dello stesso predetto lemma, HI : IG = $HI^4 : IM^4$, e anche insieme, biquadrando la terza, (*) HI : IG = $GB^4 : HN^4$, secondo era stato trovato dal Viviani, il quale così conclude l'interrotto discorso: « Se dunque le altezze HI, IG hanno proporzion reciproca del quadrato-quadrato GB, al quadrato-quadrato HN, questo, per la proposizione VI del Torricelli, sarà il semidiametro della grossezza che averà il corpo fluido nel dato punto H. »

« *Aggiunta I.* — Di qui si ha il modo pratico di segnare per punti continuati questa curva BN, la quale non è altro che l'iperbola quadrato-quadratica, cioè la quarta delle infinite iperbole, il di cui centro è il punto I, e li asintoti sono IF, IH, e ciò si farà col prendere IL media proporzionale fra le IH, IG, date altezze, e poi la IM, media fra le IH, IL, e tagliare HV eguale a GB, congiungere I, V, per M tirare MR parallela ad HV, ed infine pigliare HN eguale ad MR, che il punto N col B si trova nella detta iperbola biquadratica, perchè sta HV, ovvero GB, ad MR, cioè ad HN, come HI ad IM. E nello stesso modo si troveranno altri punti di tale iperbola » (ivi).

L'equazione infatti GB : HN = HI : IM si riduce alla forma ordinaria dell'iperbola del quarto grado, biquadrandola, e sostituendo, alla ragione di HI^4 a IM^4, quella di HI a IG, data dalla contrassegnata di sopra con (*). Per la qual semplicissima operazione s'ottiene HI : IG = $GB^4 : HN^4$.

« *Aggiunta II.* — Essendosi fatto, nella costruzione del passato problema, che il semidiametro GB all'HM sta come l'altezza HI alla IM, seconda delle cinque continue proporzionali, starà anche il quadrato GB, al quadrato HN, come il quadrato HI al quadrato IM; cioè come la linea HI alla IL, terza proporzionale dopo HI, IM. Ma la linea HI alla IL, che è media proporzionale tra le HI, IG, ha suddupla proporzione della HI alla IG; adunque anche il quadrato GB, al quadrato HN, cioè il foro circolare AB, alla sezione circolare SN, ha suddupla proporzione di quella, che è fra le HI, IG, altezze reciproche delle sezioni del supremo livello del fluido contenuto nel vaso DF » (ivi, fol. 14).

Con più chiarezza potremo giungere così alla medesima conclusione. Quadrando la terza fra le ordinate di sopra, viene $HI^2 : IM^2 = GB^2 : HN^2$, e sostituendovi il valore di IM^2, preso dalla seconda delle medesime,

$$HI^2 : HI \,.\, IL = GB^2 : HN^2 = HI : IL.$$

Essendo poi, per la prima, $IL = \sqrt{HI \,.\, IG}$, dunque $HI : \sqrt{HI \,.\, IG} = GB^2 : HN^2$, ossia $\sqrt{HI} : \sqrt{IG} = \pi\, GB^2 : \pi\, HN^2$, secondo che conclude il Viviani, e anche $\pi\, GB^2 : \pi\, HN^2 = HI : IL$, secondo che il Viviani stesso soggiunge nel seguente

Corollario. — « Di qui è che nel solido fluido, che si forma sotto il vaso, la sezione AB maggiore del fondo, a qualunque altra minore SN, sta come la maggiore altezza HI, alla IL, presa media fra la maggiore HI, e la

minore IG, altezza del fluido nel vaso. Poichè HI ad IL ha pure suddupla proporzione della HI alla IG » (ivi).

« Ppopositio VIII. — *Dato il diametro AB* (nella medesima figura 200) *del foro nel fondo della conserva, ed il diametro SN del fluido cadente nella nota distanza GH; assegnar quanta sia l' altezza ignota del fluido, dentro la medesima conserva.* »

« Prendansi dopo AB, SN, le tre T, V, X continue proporzionali, ed alla prima AB si tolga AY, eguale all' ultima X, e come BY a YA così si faccia HG a GI, che questa è la cercata altezza del fluido dentro la conserva. »

« Imperocchè, stando BY a YA come HG a GI, componendo, starà AB ad AY, ossia ad X, come HI ad IG. Ma AB, prima, ad X, quinta della proporzione, sta, per il solito Lemma, come il quadrato-quadrato della prima AB, al quadrato-quadrato della seconda SN; adunque anche HI ad IG sta come il quadrato-quadrato AB, al quadrato-quadrato SN, e però IG è l' altezza cercata » (ivi).

« Propositio IX. — *L' altezze vive invariabili, che si fanno dall' acqua medesima di un fonte, ch' entri in un vaso, nell' uscirne dal fondo di esso, per diversi fori tondi di figure simili orizontali; sono tra loro in ragion reciproca de' quadrato-quadrati de' lati omologhi de' medesimi fori.* »

« Siano i fori B, C (fig. 201) orizontali, di forma per es. circolare, fatti nel fondo orizontale GH del vaso AH, e sia l' altezza viva invariabile del fluido, che esce per B, la FG, e quella viva invariabile del medesimo fluido, che esce per C, altro foro circolare, sia la AG. Dico che l' altezza viva FG sul foro B, alla viva AG sul foro C, sta come il quadrato-quadrato del diametro del foro C, al quadrato-quadrato del diametro del foro B. »

Figura 201.

« Imperocchè, per l' Aggiunta seconda alla precedente, l' altezza AG, alla FG, ha doppia ragione del cerchio B al cerchio C, ed il cerchio B al C ha doppia ragione del diametro al diametro. Ma anche il quadrato-quadrato del diametro di B, al quadrato-quadrato del diametro di C, ha doppia ragione di quella de' medesimi cerchi; adunque l' altezza viva AG sul foro C, alla viva FG sul foro B, sta come il quadrato-quadrato del diametro del foro B, al quadrato-quadrato del diametro del foro C, il che ecc. » (ivi, fol. 5).

Con queste tre proposizioni venendo ampliata dal Viviani la VI del Torricelli, quella, che era la VII nel l' Appendice di lui, diventa in ordine la X, così formulata:

Figura 202.

« Propositio X. — *Data BD* (figura 202) *directione fistulae AB, et puncto C, in quod incidat aqua fluens, invenire summam latentis aquae libellam, sive superficiem.* »

Dal punto C condotta a BD una parallela, che

incontri in F il perpendicolo BF, è manifesto che, data l'ampiezza FC, e BF altezza della parabola, ciò che si cerca è la sublimità. Onde il presente problema, non essendo altro in sostanza che il II° proposto sotto altra forma, si può risolvere perciò allo stesso modo.

Succede a questo, nell' Appendice torricelliana, un problema, e l' occasione, ch' ebbe l' Autore di metterlo qui, è meritevole di storia, per le strette relazioni, ch' egli ha con la scienza de' proietti. Le tavole ballistiche di Galileo, come e quelle medesime costruite dal Torricelli, non davano altro che l' ampiezze paraboliche sopra un piano orizontale. Ma spesso occorrendo di adoprare le artiglierie, per tirar sopra una spiaggia o sopra un colle acclive o declive, e non potendosi dalle Tavole, in questo caso, ricavare l' ampiezza del tiro, era necessario istituire un calcolo particolare, che dette al Torricelli stesso occasione di risolvere in Ballistica un problema nuovo.

Sopra la spiaggia AB (fig. 203), inclinata con l' orizzonte AC di un angolo noto, perchè si suppone essere stato esattamente misurato con lo strumento, si faccia da A, secondo la direzione AE, il tiro ADB, di cui si cerca l' ampiezza AB. Le Tavole ballistiche, com' erano costruite, non davano altro che il tratto orizontale AD, misurato in passi. Il rimanente si lasciava alle inquisizioni della Geometria, la quale suggerì, per primo espediente, al Torricelli di condurre, per D e per B, le due verticali, e perciò parallele fra loro, FH, EB, d' onde, per via dei triangoli ADH, ACB, nati dalla fatta costruzione, veniva ad aversi AB, quarta proporzionale dopo AD, AH e AC. Ora, essendo AD nota, e nota pure AH, secante dell' angolo dell' inclinazione della spiaggia, rimaneva solo a notificarsi DC, che, dovendo perciò far parte di un triangolo, suggerì al Geometra di condurre la linea CH, la quale fece mirabilmente il gioco che si voleva. Perchè, avendosi dimostrato da Archimede, nel libro degli Sferoidei e Conoidei, che HB ad AH sta come HD e DF, ossia come BC a CE; ne resultava che HC è parallela ad AE, e che perciò, tornando simili i triangoli ADF, HDC, la DC richiesta era quarta proporzionale dopo FD, tangente dell' angolo dell' elevazione del tiro, DH, tangente dell' angolo dell' inclinazione della spiaggia, ambedue note, e AD, pure essa nota.

Figura 203.

Nel tempo che il Torricelli attendeva a così fatti esercizi ballistici, ferveva tuttavia fra i Geometri una gara di proporre modi nuovi, per descrivere le parabole e anche a lui n' era sovvenuto uno, che lo fece compiacere d' essere entrato nel numero degli applauditi inventori. La compiacenza però s' ebbe a convertire in dispetto, quando la bella invenzione, che credeva tutta sua, lesse nello Specchio ustorio del Cavalieri essere, molto prima, stata fatta e divulgata da Bartolommeo Sovero. Ripensando poi meglio al problema ballistico, che aveva dianzi risoluto, come s' è detto, ricoverò la speranza certa di rivendicarsi il merito perduto, venendogli di lì suggerito un modo facile

di descrivere la parabola per punti, che questa volta credeva essere esclusivo parto del suo cervello, se il diavolo non gli faceva qualche altro scherzo. Movendosi infatti la linea AC intorno al centro A, dentro l'angolo BAE, con qualunque inclinazione, se dal punto, dov'ella tocca con la sua estremità la verticale BE, si conduca la CH parallela alla direzione AE, e da H si alzi la HF verticale; il punto dell'intersezione di questa con la linea AC, comunque ella venga da A tirata, sarà, per quel ch'è stato detto, sempre nella parabola, che dentro il triangolo AEB può esser descritta.

Significava il Torricelli stesso queste passioni della vita sua matematica, per lettera scritta da Fabriano il dì 8 gennaio 1640, al Magiotti, e nò al Renieri, come parve a qualcuno, che troppo superficialmente svolse il manoscritto, nel quale autografa è rimasta la sopraccarta: *Al molto illustre e Rev.do sig. Pron Colmo il sig. d. Raffaello Magiotti, in S. Lucia della Chiavica, a Roma* (MSS. Gal. Disc., T. XL, fol. 21). Quel che poi, nel presente proposito, quivi autografo si legge è come segue:

« Mi venne voglia di stracciare ogni cosa, quando un giorno, sul libretto dello Specchio ustorio di fra Bonaventura, lessi quel modo di descrivere la parabola (fra Bonaventura l'attribuisce al Sovero) che era in questo libro mio *De motu proiectorum,* dop'averlo stimato per mia invenzione, già sono più di due anni. È vero che bisogna che io l'avessi visto già sette o ott'anni sono, 'ma il galantuomo m'era uscito di memoria, e poi ci era ritornato come mio. Ora, basta, questo errore di memoria è stato causa che io abbi trattato del descriver la parabola, perchè, se non stimavo per mia questa invenzione, non ne avrei parlato, perchè questa mi piace più di tutte quelle, che abbi mai visto appresso tanti Autori, che tutti vogliono dar del naso a descrivere la parabola. »

« In questi altri fogli ne averò uno, il quale, se il demonio non fa un altro miracolo, lo stimo per mio, ed è tale, a proposito de' proietti: Dato il cannone AB (fig. 204) d'una fontana appresso un muro, ovvero che sia un

pezzo d'artiglieria, e dato un solo punto C, per dove passi o l'acqua o la palla; io fo tutta la parabola in queste modo: »

Figura 204.

« Prolungo la AB fino in D, e alzo CD perpendicolare all'orizzonte, e congiungo BC. Fatto il triangolo BCD, tiro a caso la BE dal punto B, e faccio EF parallela a BD, ed FH parallela a CD, e per H passa la parabola. E nello stesso modo trovo più e più punti, finchè bastano per tirar la linea curva » (ivi, fol. 17).

La gentile invenzione, affinchè non andasse smarrita, volle il Torricelli stesso raccoglierla nel suo trattatello *De motu aquarum,* proponendola in questa forma: .

« Propositio XI. — *Data directione AD tubi, sive fistulae BA, et puncto C, in quod incidat aquae emissio; totam parabolam aquae fluentis describere* « (Op. geom. cit., pag. 198).

Parve al Viviani così bello, nella sua facilità, questo argomento dei getti parabolici, che volle ampliarlo con quest' altra sua proposizione.

« PROPOSITIO XII. — *Date, nel medesimo perpendicolo AB* (fig. 205), *le distanze CE di due zampilli CLD, ELF, con proiezione orizontale dai fori C, E, per un medesimo piano verticale, e con diversi carichi o sublimità note, cioè il più alto C con la sublimità AC, ed il più basso E con la sublimità GE; cercasi dove questi s' incontreranno.* »

Figura 205.

« Io prendo GH eguale ad AC, e come EH ad HG, così si faccia CE ad EI, e per I si tiri l' orizontale IL, segante uno degli zampilli, come l' ELF, in L: dico che l' altro ancora passa per L » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 7).

La verità dell' asserto rimarrebbe confermata dal dimostrare che IL è l' ampiezza comune alle due parabole. Chiamato P, infatti, il parametro della CLP, P' il parametro della ELF, per le note proprietà *De motu proiectorum*, abbiamo $IL^2 = P . CI$, $IL^2 = P' . EI$. E perchè $P = 4 AC$, $P' = 4 GE$, dunque tutto si riduce a provare che $IL^2 = AC . CI = GE . EI$, come fa il Viviani, così proseguendo il discorso: « Imperocchè stando, per costruzione, EH ad HG come CE ad EI, componendo, EG a GH, ovvero a CA, starà come CI a IE, onde il rettangolo di EG in IE è uguale al rettangolo di CA in CI » (ivi).

Ritornando al Torricelli, la proposizion che succede a quella, nella quale, dato un punto dove cade una gocciola d' acqua e la direzione del tubo, si insegna a rintracciar la via parabolica, per la quale dietro a lei passò tutto lo zampillo; è come segue:

« PROPOSITIO XIII. — *Posito vase AB* (fig. 206), *sive cylindrico sive prismatico, quod in fundo perforatum sit foramine B; velocitas aquae exeuntis ex B, velocitati libellae, sive supremae superficiei descendentis in vase, semper eadem ratione respondebit* » (Op. geom. cit., pag. 199).

Figura 206.

Costruite intorno alla parete AM, come intorno a loro proprio asse, le due parabole MLC, MIE, cosicchè quella sia maggiore di questa, risulta dalle precedenti istituzioni che la velocità dell' acqua versata dal foro B, alla velocità della scesa dal livello, in qualunque punto si trovi dell' altezza del vaso, sta sempre come la linea applicata nella parabola maggiore, all' applicata dal medesimo punto nella minore: *hoc est in eadem semper ratione.*

Quella che soggiunge il Torricelli in X luogo della sua Appendice, essendosi avuta già per corollario dalla IV^a, si tralascia, tanto più che la vedremo scendere pure per corollario da un' altra, e si passa a un problema, che il Torricelli stesso nel suo libro propone in tal maniera.

« Propositio XIV. — *Quoddam vas, cuius summitas A* (fig. 207), *perforatum est foramine B ita ut, superinfluente quodam aquae ductu in A, semper plenum permaneat. Quaeritur quo foramine perforari debeat in C, ut, eadem superinfluente aqua, plenum praecise sicut antea permaneat* » (ibid., pag. 200).

Figura 207.

Dovendo essere le quantità versate uguali, l'apertura e la sezione data B, alla cercata X, dovrà reciprocamente stare come la velocità alla velocità. Ond'è che, descritta la parabola ADE, e condottevi da B e da C le ordinate BD, CE, sarà CE : BD = B : X, l'equazione che risolve il problema.

Il Viviani promosse questo del Torricelli in un altro problema idrometrico più complicato, così proponendolo:

« Propositio XV. — *Data una botte, o una conserva d'acqua ABCD* (fig. 208), *mantenuta da una indeficiente o soprabbondante fontana sempre piena fino al livello AD, ed in uno dei lati di essa cisterna, come in AB, sia un foro B, per il quale, senza variarsi il livello AD, in un dato tempo, esca per B una nota quantità d'acqua, la quale sia rappresentata per esempio dalla retta BG, presa perpendicolarmente ad AB; sia proposto di fare, nel medesimo corpo della conserva, un nuovo foro, in un altro dato luogo E, pel quale ancora esca nel medesimo tempo un'altra data quantità d'acqua che, rispetto alla prima CB, sia GH. Cercasi quanto dovrà esser largo il foro in E.* »

Figura 208.

« Intorno all'asse AB, per la cima A e sulla mezza ordinata BG, si descriva la mezza parabola AFG, dentro la quale, da E, s'applichi ordinatamente la EF. Di poi, come EF a GH, così si faccia il foro B ad un altro nuovo, che questo sarà quello, che fatto in E getterà in detto tempo la quantità GH. »

« S'immagini in E un foro, uguale al B: la quantità dunque dell'acqua, che esce per B, a quella, che esce per l'egual foro E, starà, per la IV^a del Torricelli, come BG a EF, e la quantità dell'acqua, che esce pel foro E, uguale al B, alla quantità, che esce pel nuovo foro fatto in E, sta come il foro in E, uguale al B, al foro in E fatto di nuovo (stante che l'una e l'altra esca dal luogo E con la stessa velocità, mediante che l'altezza premente sia sempre la stessa AE) cioè come FE a GH. Adunque, per l'egualità, la quantità dell'acqua per B, alla quantità pel nuovo foro in E, sta come la BG alla GH. Ma la quantità, che esce per B, è rappresentata dalla BG; dunque la quantità, che esce pel detto nuovo foro in E, verrà rappresentata dalla GH, che è la quantità data, che si voleva uscisse dal nuovo foro in E. Il che ecc. »

« *Corollario.* — Dalla costruzione del problema si cava che, se la quan-

tità richiesta GH per il nuovo foro da farsi in E, sarà uguale a quella che esce pel foro B; sarà la GH uguale alla BG. Ed essendosi fatto, come EF GH, così il foro dato B, al nuovo in E; tali fori B, E, per i quali escono quantità d'acqua uguali, sono in proporzione reciproca delle ordinate per essi nella parabola AFG » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 13).

Figura 209.

La proposizione del Torricelli, che vien dopo questa, dal Viviani così promossa, nelle prime bozze del manoscritto era stata messa in tal forma:

« PROPOSITIO XVI. — *Vas aliquod ABC* (fig. 209), *cuiuscumque figurae, sit perforatum in fundo foramine B. Influat in vas aqua tubi F, faciatque intra eum altitudinem BE. Quaeritur quantitas aquae, quae influens faciat intra vas altitudinem BL* » (Fra i MSS. di Gal., P. V, T. V).

La soluzion del problema è ridotta all'assurdo, col dimostrare l'impossibilità del rimanersi il livello dell'acqua dentro il vaso, o superiore o inferiore a quello, che vien designato da questa imperata costruzione: « Sumatur media proportionalis inter BE, BL, quae sit BI, fiatque, ut BE ad BI, ita aqua F ad aliam O. Dico aquam O solam facere altitudinem BL » (ibid.).

Figura 210.

Poi nel dare il trattato alle stampe preferì il Torricelli la via diretta, nel dimostrar la medesima proposizione, messa però così sotto altra forma: « Quoddam vas AB (fig. 210), cum perforatum sit in fundo foramine B, superinfluente quodam dato aquae ductu D plenum permanet usque ad signum C. Quaeritur quantitas aquae in idem vas ingerendae ad hoc, ut repleatur usque ad signum A » (Op. geom. cit., pag. 200, 1).

La via diretta del dimostrare, quivi tenuta, consiste nell'osservare che, per essere le sezioni uguali, la quantità data D, e la cercata X, stanno come le radici delle altezze: cioè $\sqrt{CB} : \sqrt{AB} = CB : \sqrt{CB . AB} = D : X$. E perciò, essendo CB e D note, il problema vien risoluto col ritrovar la media proporzionale fra le CB, AB, altezze date.

Risoluto in un modo, che presso a poco si riduce a questo, il problema, si soggiungono dall'Autore alcune parole, alle quali il Viviani riferisce la seguente sua avvertenza: « Il Torricelli, verso il fine, del suo trattatello dell'Acque, un dopo l'altro, scioglie tre curiosi problemi, e nell'estremo soggiunge: *quod, cum multis aliis huius generis, facile demonstratur ex praecedentibus*. Ora tra questi molti altri io me ne proposi alcuni, facili veramente, ma perchè la facilità non toglie loro l'esser veri, per questa ragione dell'esser veri, che è pure assai, e per l'altra ancora dell'esser facili, mi piace addurgli e sono i seguenti: »

Figura 211.

« PROPOSITIO XVII. — *Dato il vaso ABC* (fig. 211),

forato nel fondo B e mantenuto pieno dalla fonte D fino al livello AC, alto sopra il foro quanto CE, si cerca a qual altezza sia per mantenersi l'acqua, che esce per B, ricevuta nel sottoposto vaso FGH, forato col foro G, di nota proporzione col foro B. »

« Si faccia, come il foro G al B, così l'altezza nota CE, alla I, dopo le quali si prenda terza proporzionale la HL, posta sopra il foro G, che questa sarà l'altezza cercata. Imperocchè, essendo l'acqua, che esce per B, uguale a quella, che entra nel vaso di sotto, e che, alzatavi sino ad un livello permanente, esce pel foro G; sarà la velocità per B, alla velocità per G, come il foro G al B, per la IV^{a} di questo, cioè sarà come CE ad I. Ma CE ad I ha suddupla ragione di CE ad HL, dunque anche il foro G al B ha suddupla ragione di CE ad HL. Ma CE è l'altezza invariabile del vaso ABC, dunque HL è l'altezza invariabile cercata del vaso FGH » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 3).

« Propositio XVIII. — *Date le AB, DE* (fig. 212), *altezze invariabili dell'acqua, che da due fonti entra in due vasi ABC, DEF, e dati i fori G, H ne' loro fondi, per i quali ella esce; assegnare la proporzione delle quantità, che ne scappano dentro un medesimo tempo, o che gettano i fonti.* »

Figura 212.

« Si prenda la I, media proporzionale fra le altezze AB, DE, e come il foro G, al foro H, così sia I ad L: dico che la quantità per G, alla quantità per H, sta come AB ad L. Imperocchè la quantità per G, alla quantità per H, ha ragion composta della velocità per G, alla velocità per H, e del foro G al foro H. Ma la velocità per G, alla velocità per H, ha suddupla ragione dell'altezza AB alla DE, cioè sta come AB ad I, ed il foro G, all'H, sta come I ad L, per costruzione, e AB ad L ha ragion composta di AB ad I, e di I ad L; adunque la quantità per G, a quella per H, sta come AB ad L. »

« *Esempio.* — Sia AB parti 26, e DE 5: il foro G once 4, e H once 1. Si prenda la media proporzionale fra 20 e 5, che è 10, e si faccia, come 4 a 1, così 10 a 2 $^{1}/_{2}$, chè la quantità per G, alla quantità per H, starà come 20 a 2 $^{1}/_{2}$, cioè come 40 a 5. Onde, se in un tal tempo, per G, usciranno 40 barili di acqua, nel medesimo tempo, per H, ne usciranno barili 5, ed altrettanto ne renderanno le fonti, che s' introducono in tali vasi » (ivi, fol. 4).

Figura 213.

« Propositio XIX. — *Data la proporzione di H ad I, fra le quantità dell'acqua, che escono da due fonti invariabili A e B* (fig. 213), *e data l'altezza CD, che uno di essi A mantiene dentro il vaso CDE, nell'uscire per il noto foro F del fondo: assegnare l'altezza, che vi manterranno ambedue, nell'uscire pel medesimo foro F.* »

« Si faccia come H, ad H con I, così DC a DL, e dopo questa si prenda la terza proporzionale, chè questa sarà l' altezza cercata. Imperocchè, essendo H ad I come la quantità dell' acqua, che rende la fonte A, alla quantità che, nel medesimo tempo, rende la fonte B; starà H ad H con I, cioè, per costruzione, DC a DL, come la quantità A, alle quantità A e B insieme prese. Ma DC a DL ha suddupla ragione dell' altezza DC, alla terza proporzionale DM, adunque anche la quantità di A, alle due insieme A, B, ha suddupla ragione dell' altezza DC, all' altezza DM. Ma la quantità di A si pose esser quella, che introdotta nel vaso esce per F, e vi fa l' altezza invariabile DC; dunque le due quantità insieme A, B, nell' uscire pel medesimo foro F, vi faranno l' altezza MD, onde questa è la cercata. »

« *Esempio.* — Renda la fonte A 60 barili l' ora, e la B 37, e l' altezza nota CD sia parti 34. Facciasi, come 60 a 97, somma della rendita, così 34 al numero, che se ne ottiene; e come 34 al numero ottenuto, così lo stesso numero ottenuto a un altro, chè tante parti sarà l' altezza cercata DM » (ivi, fol. 8).

« Propositio XX. — *La medesima quantità d' acqua, che, uscendo dal fonte invariabile E* (fig. 214), *entra nel vaso ABCD, secondo la diversità de' fori B, C orizontali, di nota grandezza, vi s' alza a diverse altezze ignote invariabili FG, AG: cercasi la proporzione di tali altezze.* »

Figura 214.

« Si faccia, come il foro B al C, così il C ad un altro I. Dico che l' altezza AG, alla FG, sta come B ad I. Giacchè per B esce la quantità dell' acqua, che in qualunque tempo rende la fonte E, col far nel vaso l' altezza invariabile FG, e per C, nel medesimo tempo, esce la medesima quantità, con farvi l' altezza invariabile AG; il foro B al C starà reciprocamente come la velocità per C, alla velocità per B. Ma la velocità per C, alla velocità per D, ha suddupla ragione di quella delle loro proprie altezze AG, FG; adunque anche il foro B, al foro C, ha suddupla ragione di quella dell' altezza AG alla FG. Ma il foro B al C ha parimente suddupla ragione del B all' I, adunque l' altezza AG, alla FG, sta come il foro B all' I, il che ecc. »

« *Esempio.* — Sia il foro B once 5, ed il C once 4, e si faccia, come 5 a 4, così 4 a 3 $^1/_5$, che l' altezza AG, alla FG, starà come 5 a 3 $^1/_5$, o come 25 a 16. Onde, se una di queste sarà nota in parti 25, si farà nota anche l' altra in parti 16. »

« *Corollario.* — Conclusi dianzi che l' altezza AG, alla FG, sta come il foro B al foro I. Ma il foro B all' I ha doppia ragione del B al C, adunque anche l' altezza AG, alla FG, ha doppia ragione del foro B al C. »

« *Scolio I.* — Se i fori B, C, orizontali nel fondo del vaso, saranno di figure simili come di cerchi, la proporzione cercata delle altezze invariabili sopraddette sempre è la stessa della proporzione de' lati omologhi dei fori, cioè, qui, dei diametri. »

« *Scolio II.* — Notisi che ho sempre inteso, ed intendo, che i fori dei

vasi sien fatti orizontali, e non verticali, come spesso gli considera il Torricelli, perchè le rendite di quegli son sempre proporzionali ai medesimi fori, e non già di questi, mentre però le figure loro ne' piani verticali non si dessero condizionate, lo che non è mai necessario in quegli altri, potendo esser fra loro di qualunque diversa figura » (ivi, fol. 11).

Figura 215.

« Propositio XXI. — *Data A la quantità dell'acqua, che esce per il dato foro B nel fondo del vaso CDE* (fig. 215), *con la data invariabile altezza CD, e dato il foro F e l'altezza invariabile GH, nel medesimo o in altro vaso GHI* (fig. 216): *dire la quantità dell'acqua che, a proporzione della data quantità, ne uscirà per questo.* »

Figura 216.

« Si prenda HL media proporzionale fra le date altezze HG, DC, e come DC ad HL, così sia A ad M, e come il foro B al foro F, così sia M ad N: dico che la quantità nota per B, alla quantità ignota per F, sta come A ad N. Imperocchè la quantità per B, con l'altezza CD, alla quantità per F, con l'altezza GH, ha ragion composta della velocità per B, alla velocità per F, cioè della CD alla HL, cioè di A ad M, e del foro B al foro F, ossia della M alla N. Ma anche A ad N ha ragion composta della medesima di A ad M, e di M ad N; adunque anche la quantità per B, alla quantità per F, sta come A ad N. Ma A esprime la quantità per B coll'altezza CD, adunque anche N esprime la quantità per F, coll'altezza GH, il che ecc. » (ivi, fol. 9).

In queste cinque proposizioni il Viviani mostrava di quanta fecondità fosse l'applicazione delle nuove dottrine insegnate dal Torricelli, il quale, in sul finire del suo trattato, ne aveva egli stesso già dati alcuni esempi. La chiusa però di quel medesimo trattato sembra rassomigliarsi a una cateratta, calata innanzi a una fiaccola, nell'atto stesso che più prometteva di sfolgorare, ond'ei non è maraviglia che il Viviani si studiasse di sollevarla, per diffondere la benefica luce più largamente sopra i campi della Scienza. Il centro di cotesta diffusione è un teorema, che il Torricelli stesso così, in ultimo luogo, proponeva: « Esto vas irregulare GHDEF (fig. 217) perforatum in fundo foramine D, et considerentur duae ipsius sectiones GH, HE. Dico velocitatem summae superficiei aquae descendentis, quando erit GF, ad velocitatem superficiei, quando erit HE, rationem habere compositam ex ratione subduplicata altitudinum GD ad HD, et reciproca sectionum, nempe sectionis HE ad GF » (Op. geom. cit., pag. 203).

Figura 217.

Il primo pensiero del Viviani fu quello di esplanare una difficoltà, la quale nasceva dal non sapersi ridurre a significato fisico la ragion geometrica delle linee, che si fanno entrare in composizione co' veli acquei delle sezioni, intorno a che dettava la seguente nota.

« Quando il Torricelli, nell' ultima sua proposizione, dice che la velocità del supremo livello GF (nella medesima figura 217) alla velocità del supremo livello HE, ha proporzione composta della GD alla ID, media proporzionale fra le altezze GD, HD, e della proporzione della sezione per HE, alla sezione per GF: quella prima proporzione di HD a ID la considera come esprimente la proporzione, che è fra la quantità del fluido, che passa in quell' istante per la sezione GF, quando il vaso dall' altezza GD si vota pel foro D, e la quantità del fluido, che in quell' istante, premuto dall' altezza HD, passa per la sezione HE, nell' uscire pel medesimo foro D. »

« Esser questo verissimo così lo provo: Perchè, mantenuta l' altezza GD, per la I^a^ proposizion del Castelli, tanta è l' acqua che esce in un tal tempo pel foro D, che quella, che passa nel medesimo tempo per la sezione GF: e tanta è l' acqua, che in un tal tempo, esce pel foro D, mantenuta l' altezza HD, che quella, che nel medesimo tempo passa per la sezione HE. Ma la quantità dell' acqua, che in un tal tempo esce per D dall' altezza GD, alla quantità, che nel medesimo tempo esce per D dall' altezza HD, sta come la GD alla ID, per la X^a^ del Torricelli; adunque anche la quantità dell' acqua, che passa per GF, nel votarsi il vaso per D dall' altezza GD, alla quantità dell' acqua, che passa per HE, nel votarsi per C dall' altezza HD; sta come GD a ID, il che ecc. » (MSS. Gal. Disc., T. CXVI, fol. 118).

Non bastò al Viviani d' aver dichiarate queste parti, intorno alla Proposizione torricelliana, la quale, per costituirsi qual fondamento alle nuove speculazioni, che gli si paravano nella mente, riconobbe essere di tanta importanza, che volle renderla anche più perfetta. Pensò, per questo, di applicare all' asse del vaso, per la scala della velocità, la parabola, e si dispensò dal ridurre il vaso stesso, dato irregolare, a prismatico, com' aveva fatto il Torricelli, il teorema stesso del quale proponeva così, sotto altra forma, e ne conduceva così la dimostrazione per un' altra via, se non più breve, senza dubbio più retta:

« PROPOSITIO XXII. — *Se qualunque vaso GDF* (nella medesima figura ultima) *sarà pieno di fluido fino al livello GF, col foro in fondo D, pel quale e' vada votandosi, e la sua altezza sia GD, intorno alla quale come asse, per la cima D, sia descritta qualunque parabola supina DNM, e notato nel vaso qualsiasi altro livello HE, segante l' asse in H, e per G, H, dentro essa parabola, siano ordinatamente applicate all' asse le GM, HN; dico che, nel votarsi il vaso, la velocità del superiore livello GF, alla velocità dell' inferiore HE, quando egli è calato in HE, ha ragion composta dell' ordinata GM alla HN, e della sezione del vaso, pel livello HE, alla sezione pel livello GF, così reciprocamente prese.* »

« Imperocchè la ragion della velocità del livello fluido, per la sezione GF, nell' uscire pel foro D dall' altezza GD, alla velocità del livello fluido, per la sezione HE, nell' uscire per il medesimo foro D dall' altezza HD, è composta di tre ragioni: cioè della ragione della velocità per GF dall' altezza GD, alla velocità per D dalla medesima altezza GD, cioè, per la dottrina di d. Be-

nedetto Castelli, della ragione della sezione del foro D, alla sezione per GF, così reciprocamente prese (stante che il fluido medesimo esce per l'una e per l'altra sezione nel medesimo tempo) e della ragione della velocità per D, dalla detta altezza GD, alla velocità per esso foro D, dall'altezza minore HD, cioè della ragione della ordinata GM alla HN, nella parabola DNM, e della ragione della velocità pel medesimo foro D, dalla medesima altezza HD, alla velocità per la sezione HE, dall'istessa altezza HD; cioè, per la stessa dottrina del Castelli, della ragione della sezione HE alla sezione D, così alternativamente prese. Ma di queste tre ragioni, la terza, cioè quella della sezione HE alla D, e la prima, cioè quella della sezione D alla GF, compongono la ragione della sezione HE alla GF; adunque la ragion della velocità del livello, per la sezione GF, superiore al foro quanto è la GD, alla velocità del livello per la sezione HE, superiore al foro quanto è l'HD, è composta di due sole ragioni, cioè di quella dell'ordinata GM alla HN, e di quest'ultima ridotta: cioè della sezione HE alla sezione GF, così reciprocamente prese, osservando qui, come si fece per la dimostrazione del Torricelli, ciò che importi la ragione fra l'ordinata GM alla HN, fra quelle due proporzioni componenti la proporzione delle velocità del primo supremo livello GF, alla velocità del secondo inferiore livello HE, essendosi veduto che tal ragione altro non esprime, che quella, che è fra le quantità del fluido, che passa per la sezione del livello GF, alla quantità, che nel medesimo tempo passa per l'altra sezione del livello HE » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 18 e 20).

Tanto poi parve premesse al Viviani questa osservazione, che volle confermarla col soggiungere la seguente

« Propositio XXIII. — *Se qualunque vaso, rotondo o non rotondo* (fig. 218), *forato nel fondo in O, sia mantenuto pieno d'acqua or fino al livello AF, formante la superficie o la sezione G, ed or fino al livello BE, formante la superficie o sezione H; la quantità dell'acqua, che esce per O, quando il livello è G, alla quantità dell'acqua, che nel medesimo tempo esce per O, quando il livello è H, sta sempre come l'ordinata FM all'ordinata EL, nella parabola intorno all'asse FK, alto quanto è il superiore livello G sopra il foro O.* »

Figura 218.

« Imperocchè, allor che il vaso sta sempre pieno sino al livello G, tanta è la mole dell'acqua, che esce pel foro O, quanta quella, che passa nel medesimo tempo per la sezione G. E parimente, allor che il vaso sta sempre pieno sino al livello H, tanta è la mole del fluido, che esce pel medesimo foro O, quanta è quella, che nel medesimo tempo passa per la sezione H. Ma la mole, che passa per la sezione G, alla mole, che nel medesimo tempo passa per la sezione H, ha ragion composta della velocità per G, alla velocità per H, e della sezione G, alla sezione H, e la velocità per G, alla velocità per H, sta, per la precedente, come il prodotto della ordinata FM nella

sezione H, al prodotto della ordinata EL nella sezione G; adunque la mole per G, alla mole per H, ha ancora ragion composta del prodotto della FM nella sezione H, al prodotto della EL nella sezione G, e della sezione G alla sezione H: ciò che tutto viene a ridursi alla semplice ragione della ordinata FM, alla EL. Onde abbiam dimostrato quel che si proponeva, esser la mole per G alla mole per H, cioè la mole per O, quando il vaso è pieno sino al livello G, alla mole, che nel medesimo tempo esce per O, quando egli è pieno sino al livello H, come la FM, alla NL » (MSS. Gal. Disc., T. XCIII, fol. 86).

Confermata così meglio, e dichiarata fra le linee ordinate nella parabola e le liquide sezioni, quella ragione, che s' annunziava e si concludeva di sopra nella XXII proposizione; il Viviani volle applicar questa medesima a dimostrar generalmente ciò che il Torricelli aveva solo considerato in un caso particolare: la proporzion cioè degli spazi passati in tempi uguali dai livelli dell' acqua, che si versa per foro in fondo a un vaso, non tirato a perfezion di cilindro o di prisma, ma proposto della più irregolare figura, che a uno piaccia.

« PROPOSITIO XXIV. — *In qualunque vaso forato in fondo, la velocità che ha il fluido, nell' uscire dal principio del votar del vaso, sino all' ultimo, considerata in quegli istanti, nei quali si trovano i livelli discesi a diverse altezze sopra il fondo; son proporzionali alle velocità, che alle medesime altezze avrebbe un proietto, che da qualche impellente fosse cacciato dal fondo allo in su perpendicolarmente.* »

Figura 219.

« Sia ABCD (fig. 219) qualunque vaso, forato nel fondo in BC, col fluido, che a principio arrivi al livello AD, alto quanto AE, e fatta la parabola EFG, per la cima E, intorno l' asse EA, si consideri il vaso andarsi votando per BC, e il livello AD pervenire in HI. Dico che la velocità per BC, quando il livello è in AD, alla velocità, quando è in HI, sta come l' ordinata AG alla OF. »

« La velocità per la sezione BC dall' altezza AE, alla velocità della sezione del livello AD, sta come la sezione del livello AD, alla sezione BC, per il Castelli, o come il fatto dalla sezione AD nella OF, al fatto dalla sezione BC nell' OF. E la velocità della sezione AD, alla velocità della sezione HI, sta, per la XXII di questo, come il fatto dalla sezione HI nella AG, al fatto dalla sezione AD nella OF. Adunque, per la ugualità perturbata, la velocità per la sezione BC dall' altezza AE, alla velocità per la sezione HI, sta come il fatto dalla sezione HI nella AG, al fatto dalla sezione BC nella OF. E la velocità per la sezione HI, alla velocità per la BC dall' altezza OE, sta, per il Castelli, come la sezione BC alla sezione HI, o come il fatto dalla sezione

BC nella OF, al fatto dalla sezione HI nella medesima OF; adunque, per l' ugualità ordinata, la velocità per la sezione BC dall' altezza AE, alla velocità per la medesima BC dall' altezza OE, sta come il fatto dalla sezione HI nella AG, al fatto dalla medesima sezione HI nella OF: cioè sta come la AG alla OF, nella parabola. Ma le velocità, procedenti secondo le ordinate AG, OF in essa parabola, son proporzionali a quelle di un grave ascendente con moto di proiezione da E in A; adunque è manifesto quanto fu proposto di dimostrare » (ivi, T. CXVIII, fol. 128).

Se il vaso non è irregolare, come qui suppone il Viviani, ma cilindrico o prismatico, cosicchè tutte le sezioni di lui, dal supremo livello infino al fondo, si mantengano uguali, le velocità delle scese nel votarsi il vaso, non solamente avranno ragione di proporzionalità, ma d' uguaglianza, verso le velocità, che raggiungerebbe ne' punti omologhi un proietto, il quale fosse da qualche impellente cacciato dal fondo in su alla medesima altezza perpendicolare. Non è dunque che un corollario di questa la proposizione stessa dal Torricelli così formulata: « Vasa cylindrica, sive prismatica in fundo perforata, ea lege exhauriuntur, ut, diviso tempore in partes aequales, emissio ultimi temporis sit ut unum, emissio autem penultimi temporis sit ut 3, antepenultimi temporis ut 5, et sic deinceps ut numeri impares ab unitate » (Op. geom. cit., pag. 202).

È manifesto infatti che, immaginata l' altezza QB (nella medesima figura 219) uguale e antipoda alla BP, se ambedue si dividano negli uguali spazi VP, BS; VT, SR; TB, RQ, crescenti da uno a tre a cinque ecc., l' acqua, votandosi pel foro BC, e perciò scendendo via via dentro il vaso, avrà in R, in S, in B raggiunta la velocità medesima, che si troverebbe avere in T, V, P un proietto, il quale fosse, con l' impeto acquistato dall' acqua stessa nel cadere da Q in B, cacciato in su perpendicolarmente infino all' altezza P. È anche manifesto che, essendo gli spazi BS, SR, RQ passati nel medesimo tempo, le quantità dell' acqua, o le sue emissioni, supposto il vaso prismatico, crescono come essi spazi, cioè secondo la serie de' numeri impari, cosicchè, se una misura sola è quella versata nell' ultimo tempo, nel penultimo ne saranno state versate tre, nell' antipenultimo cinque, e così sempre di seguito.

Notava il Viviani, dop' aver dimostrata a quel modo che abbiamo letto, la corrispondenza del moto fra l' acqua che scende, e il proietto che sale, *esser questo un teorema elementare e importantissimo alla cognizione di altre curiose, e assai utili dottrine.* Fra queste una delle più curiose e utili che, come ora si vedrà, e meglio nel capitolo seguente, furono dal Viviani stesso più promosse, è quella che riguarda il tempo del votarsi l' acqua, ricevuta dentro varie forme di vasi, fra le quali il Torricelli non accennava che a solo il conoide parabolico. E par che facesse questo, più per stuzzicare la curiosità dei lettori, che per darne scienza, contentandosi di avvertirli che si rimarrebbero ingannati a credere essere esso conoide quello che si vuota equabilmente, facendosi anzi gli abbassamenti dell' acqua dentro lui

con moto sempre più accelerato, di che volle il Viviani non lasciare i Lettori in desiderio d'averne la dimostrazione espressa, soggiungendo la seguente

« PROPOSITIO XXV. — *Si vas conoidale parabolicum, aqua plenum, perforetur in fundo, dico velocitatem supremae superficiei, ad velocitatem inferioris eiusdem aquae descendentis, esse ut ordinatim applicatae, vel diametri earumdem superficierum, vel sectionum, reciproce sumptarum* » (MSS. Gal., T. CXVII, fol. 44).

Rappresentandoci infatti, nella figura 220, la parabola genitrice del vaso, e intendendo per V significata la velocità, abbiamo, per la XXII di questo, $V . AC : V . GF = \pi GF^2 . AC : \pi AC^2 . GF = GF : AC$. E perchè AC è maggiore di GF, dunque anche la velocità di GF sarà maggiore della velocità di AC, e così sarà sempre di ciascuna sezione inferiore, rispetto alla superiore.

Figura 220.

La curiosità, che si disse aver avuto intenzione il Torricelli di destar nei Lettori, si modulava in questa domanda: se non è il conoide parabolico, che equabilmente si vuota, quale dunque altra forma di vaso è quella, che fa l'effetto? È naturale che, nel numero di così fatti curiosi, fosse principalmente il Viviani, il quale dette, come vedremo, al quesito la più ampia risposta, che si potesse desiderare. Ma intanto egli non vuol divagare la speculazione dal propostogli esempio del conoide, a cui mette a riscontro il cono, e fingendosi vasi di questa forma pieni di acqua, che si versa per foro in fondo, gli viene felicemente in pensiero di rappresentarsi la successione e la quantità degli abbassamenti, per via di una serie ordinata di linee terminate a una curva, la quale s'incominciò a chiamare per lui *Scala delle velocità.*

PROPOSITIO XXVI. — *La scala delle velocità, per la quale scendono i livelli dell'acqua, nel votarsi che ella fa per foro in fondo a un vaso, in figura di conoide parabolico, è nelle ordinatamente applicate a un'iperbola del secondo grado.* »

Il Grandi, nel corollario III alla XXII del suo trattato *Del movimento delle acque* (Raccolta di Autori cit., T. III, pag. 90) fu primo a pubblicare per sua la nuova proposta, da lui stesso senza dubbio veduta in questi manoscritti, che, per esaminarli e ricavarne il meglio, furono a lui consegnati dal Panzanini. La dimostrazione, com'era da aspettarsi, comparve in pubblico ordinata e più facile che nell'originale, specialmente in quel primo, preparato per servire ad ampliare il Torricelli, e che di lungo tempo precedette all'altro, in cui si distendeva la medesima proposizione, per inserirla fra le altre nel generale trattato delle Clessidre. Vedremo quivi l'Autore procedere con mano più sicura, ma la prima rivelazione della nuova verità matematica gli resultò da un calcolo, alquanto laborioso, che a volerlo riferire analiticamente, sopra la rappresentazione della figura 221, e facendo uso de' soliti simboli, procedeva in questa maniera.

Se DA, EB segnano due livelli dell'acqua, dentro il vaso conoideo descritto dalla semiparabola DCA, abbiamo, per la XXII di questo, $V . \mathrm{DA} : V . \mathrm{EB} = \mathrm{EB}^2 . \sqrt{\mathrm{DC}} : \mathrm{DA}^2 . \sqrt{\mathrm{CE}}$, e per la similitudine dei triangoli, e per le proprietà della parabola, $\mathrm{EH} : \mathrm{AD} = \mathrm{CE} : \mathrm{CD} = \mathrm{EB}^2 : \mathrm{AD}^2$, onde $\mathrm{EH} : 1 = \mathrm{EB}^2 : \mathrm{AD}$, ossia $\mathrm{EH} : \mathrm{EB} = \mathrm{EB} : \mathrm{EH}$. La parabola stessa poi dà (*) $\mathrm{EB}^2 : \mathrm{DA}^2 = \mathrm{CE} : \mathrm{CD} = \mathrm{EH} : \mathrm{EG}$; dunque $V . \mathrm{DA} : V . \mathrm{EB} = \mathrm{EH} . \mathrm{EB} : \mathrm{EG} . \mathrm{EH} = \mathrm{EB} : \mathrm{EG}$. E perchè, essendo DA uguale ad EG, abbiamo, per la segnata con asterisco, $\mathrm{EG}^2 = \frac{\mathrm{EB}^2 . \mathrm{EG}}{\mathrm{EH}}$, d'onde $\mathrm{EB} : \mathrm{EG} = \mathrm{FG} : \frac{\mathrm{EB} . \mathrm{EG}}{\mathrm{HE}}$; presa EO, quarta proporzionale dopo EH, EB, EG, s'otterrà la nuova espressione $V . \mathrm{DA} : V . \mathrm{EB} = \mathrm{EG} : \mathrm{EO}$. Ora, avendosi, per la medesima sopra segnata, $\mathrm{CE} : \mathrm{CD} = \mathrm{EH} : \mathrm{EG} = \mathrm{EG}^2 : \frac{\mathrm{EG}^3}{\mathrm{EH}}$, e osservando che $\frac{\mathrm{EG}^3}{\mathrm{EH}} = \mathrm{EO}^2$, ne conseguirà finalmente $\mathrm{CE} : \mathrm{CD} = \mathrm{EG}^2 : \mathrm{EO}^2 = \mathrm{DA}^2 : \mathrm{EO}^2$. « Quare (dal lungo giro di questo calcolo ne concludeva il Viviani) scala ordinatarum ad DC, repraesentantium velocitates supremarum velocitatum, dum vas conoidale parabolicum exinanitur; est ad curvam lineam PAO, fortasse infinitam: infinitam profecto, cum sit hyperbola secunda, nempe in qua quadrata applicatarum DA, EO, sunt reciproce ut CE, CD » (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 30).

Figura 221.

Si supponga che, rivolgendosi intorno all'asse DC della parabola il rettangolo IC, generi un vaso cilindrico. In questo le velocità del supremo livello si sa, per le precedenti dimostrazioni, che scemano come le applicate alla parabola da D in C, mentre, nel conoide parabolico, crescono secondo le medesime applicate, che però debbon prendersi in ordine inverso, cioè da C in D. La quale osservazione dà luogo al Viviani di soggiungere il seguente

« *Corollarium I.* — In vase cylindrico, vel prismatico IC, et in conoide parabolico ICA, velocitates EF, ID; ID, EH augentur in continua eademque ratione, cum inter se rationem habeant EH ad ID. Hinc schala velocitatum, etiam in vase cylindrico, est in lineis ordinatim ductis ad hyperbola quadratica PAO, cuius asymptoti sint DC, CM » (ibid., fol. 44).

Si supponga inoltre essere il triangolo ICD, nella medesima figura 221, il lato di un prisma vuoto, con la base orizzontalmente collocata in alto, e forato in qualche punto del suo spigolo inferiore, d'onde versando l'acqua è certo che si abbasserà in modo (dice ancora il Grandi nel Corollario IV dopo la citata proposizione del *Movimento delle acque*) analogo al conoide parabolico. Avendo infatti tutte le sezioni rettangolari del detto prisma la medesima lunghezza, staranno come le basi ID, PR, ossia come le ascisse DC, RC, o i quadrati delle ordinate DI, RQ, o finalmente come le sezioni circolari del conoide. Di qui ne concludeva il Viviani l'altro corollario, che cioè medesima è la scala delle velocità, per ambedue le forme dei vasi.

« *Corollarium II.* — In prismate basis triangularis ICD ordinatae DA, EO exhibent velocitates superficierum supremarum ID, PR, dum vas esinanitur » (ibid., fol. 116).

Lieto di così fatti progressi il Viviani sentì nascersi la curiosità di ritrovare la scala, per la quale scendono dentro il cono i livelli dell' acqua, che si versa per la troncata punta rivolta in basso. Al Grandi, che aveva trovato in questi manoscritti essere la detta scala nelle ordinatamente applicate a una iperbola cubica del secondo grado, fu facile cosa confermarne la verità, concludendola immediatamente dai principii idrodinamici già dimostrati. Se infatti è ABC, nella figura 222, il triangolo genitore del vaso, dentro il quale siano le velocità dei livelli in AC, DE ordinatamente rappresentate dalle linee AC, DL; abbiamo, per la XXII di questo,

$$AC : DL = DE^2 . \sqrt{AB} : AC^2 . \sqrt{BD}.$$

E perchè, per la similitudine de' triangoli, $DE^2 : AC^2 = BD^2 : AB^2$, sarà $AC : DL = BD^2 . \sqrt{AB} : AB^2 . \sqrt{BD}$. E quadrando,

$$AC^2 : DL^2 = BD^4 . AB : AB^4 . BD = BD^3 : AB^3,$$

ond'è veramente, come il Grandi stesso concludeva, nel corollario V della citata proposizione XXII del suo trattato del Movimento delle acque, la scala delle velocità del liquido, fluente per l'apice di un vaso conico, una iperbola cubica del secondo grado. (Raccolta d'Autori cit., T. III, pag. 91).

Figura 222.

Il Viviani però, che non sapeva ancora sotto quale aspetto gli si presenterebbe la verità, rimasta agli occhi dei Matematici tuttavia nascosta; non ha la mano così franca e spedita, nello svilupparle il geloso velo dalla faccia divina. Ma riconosciuto appena il mistero, quasi a modo di epigrafe solennemente commemorativa del fatto, scrive in linea, che seconda la concavità della disegnata curva PCL, *Hyperbola, in qua quadrata ordinatarum sunt ut cubi abscissarum reciproce, et punctum B est omnium centrum, asymptoti vero BA, BM* (MSS. Gal. Disc., T. CXVII, fol. 9). Il calcolo, che si concludeva in questa iscrizione, è al solito avvolto come i passi di chi è incerto dove sarà per riuscire. Tali poi, quali noi le riferiamo in modo analitico, sono del detto calcolo le tracce, rimasteci nel manoscritto, il quale comincia dal comandare che, dopo le DE, DF, DG, sian prese le tre continue proporzionali DH, DI, DL.

È per la XXII di questo, $V, AC : V . DE = DG . DE^2 : DF . DG^2$, e

per costruzione DE : DF = DF : DG = DG : DH = DH : DI = DI : DL, fra la serie delle quali equazioni si noti particolarmente la DE : DG = DG : DI, d' onde $\frac{DG^2}{DE} = DI$. Ora, per l' identica $DE^2 : DG^2 = \frac{DE^2}{DE} : \frac{DG^2}{DE}$, sarà $DE^2 : DG^2 = DE : DI$, e perciò $V\,AC : V\,.\,DE = DG\,.\,DE : DF\,.\,DI$. E perchè, per la stessa imperata costruzione, DE : DI = DF : DL; dunque in ultimo $V\,.\,AC : V\,.\,DE = DG\,.\,DF = DF\,.\,DL = DG : DL = AC : DL$. Al qual punto ridottosi il calcolo, non rimane a far altro che a invocare il Lemma matematico, premesso alla VII di questo, per concluder l' intento così, come lo conclude propriamente il Viviani con queste parole: « Ma perchè le quattro DG, DH, DI, DL son continue proporzionali, il quadrato DG, ovvero AC, al DL, starà come il cubo DG al cubo DI, per il mio Lemma, o come il cubo DE al cubo DG, o come il cubo BD al BA. Adunque i punti C, L sono all'iperbola, nella quale i quadrati delle ordinate son fra loro in ragion reciproca de' cubi delle ascisse » (ivi).

Figura 223.

Sembrava perciò che fosse per formularsi la proposizione: *Scala velocitatis in cono, dum esinanitur, est hyperbola, in qua quadrata ordinatarum sunt ut cubi abscissarum reciproce,* ma pure piacque al Viviani di metterla piuttosto sotto quest' altra forma:

« Propositio XXVII. — *In cono ABC* (fig. 223) *velocitas superioris superficiei AB aquae descendentis, et per forum C in fundo exeuntis, ad velocitatem eiusdem superficiei in DE, est ut FC, media inter altitudines HC, GC, ad tertiam proportionalem CI continuam post CG, CH* » (ivi, fol. 44).

Soggiungesi immediatamente a queste parole del manoscritto: *Hinc scala velocitatum in cono.* E che veramente resulti dalla nuova forma proposta la scala delle velocità, dimostrata dianzi dallo stesso Autore per altra via, è facile persuadersene così ragionando: Secondo la proposta, AB : DE = FC : CI. Ma $FC = \sqrt{HC\,.\,CG}$, e, dall' esser per costruzione CG : CH = HC : CI, ne viene $CI = \frac{CH^2}{CG}$; dunque $AB : DE = \sqrt{HC\,.\,CG} : \frac{CH^2}{CG} = \sqrt{HC\,.\,CG^3} : CH^2 = \sqrt{CG^3} : \frac{CH^2}{\sqrt{CH}} = \sqrt{CG^3} : \sqrt{CH^3}$, e perciò $AB^2 : DE^2 = CG^3 : CH^3$, che è l' equazione alla seconda iperbola cubica, nelle ordinate alla quale era stata imposta la scala delle velocità del cono, mentre, essendo stato ripieno d' acqua, a poco a poco si vuota.

Il Viviani preferì questa seconda forma di proposizione alla prima, perchè gli serviva meglio all' intenzion di paragonare insieme le velocità de' livelli supremi, nel votarsi il cono e il conoide parabolico della medesima base e della medesima altezza, ricavandone un corollario notabile, qual' è che il cono, benchè vaso minore e contenuto, s' evacua assai più presto del conoide,

vaso maggiore e contenente. Nel conoide ADCEB infatti la velocità del livello DE, a quella del livello AB, sta, per le cose dimostrate, come HC a CF, e nel cono la velocità del livello medesimo AB, alla velocità del livello D′E′, sta come CF a CI. Così, dal moltiplicare insieme queste due proporzioni, ne resulta, riducendole, che la velocità della sezione DE del conoide, alla velocità della sezione D′E′ del cono, sta come CH a CI, ond'è minore in quello che in questo, come dice, nelle proprie parole dell'Autore, il seguente

« *Corollarium.* — Si circa ABC (nella medesima figura 223) describatur conois parabolicus ADCEB, patet superficiem superiorem aquae, descendentis in utroque vase, velocius descendere in cono, quam in conoide, cum, per praecedentem, in conoide velocitas DE, ad velocitatem AB, sit ut HC ad CF, et velocitas AB in cono, per praesentem, ad velocitatem D′E′ in cono, est ut CF ad CI. Ergo velocitas DE in conoide, ad velocitatem D′E′ in cono, est ut CH ad CI. Ergo maior in cono, quam in conoide. Si igitur superficies superior aquae velocius descendit in cono, quam in conoide eiusdem altitudinis et basis, breviori etiam tempore vacuus remanebit conus, quam conois: hoc est vas minus et contentum, quam maius ac continens » (ivi, fol. 45).

Così veniva il Viviani a svolgere, intorno al conoide parabolico che si vuota, il concetto del Torricelli. Ma ai Lettori, che avevano per le mani il trattato *De motu aquarum*, anche quando fossero state notificate queste belle illustrazioni, rimaneva intera la curiosità d'aver quella propria forma di vaso, in cui i livelli del liquido nel votarsi scendono per uguali parti dell'asse, in tempi uguali. Fra cotesti curiosi ha la storia principalmente da commemorare il Mersenno, che, avendo assistito in Roma, ne' familiari colloqui col Magiotti e col Ricci, al concepimento dell'Idrodinamica torricelliana; n'ebbe poi in Firenze, per le mani dell'Autore stesso, pubblicamente esposto il parto in quel libro, dove si trattava delle acque salienti. Quivi leggendo il Mersenno per viaggio, nel tornarsene a Roma, avrebbe voluto volentieri dare indietro, per sentire che cosa l'Autore stesso gli risponderebbe, a leggergli ciò che aveva scritto a pagine 202 e 203 del suo libro, e a domandargli di quale altra figura si dovesse dunque costruire il vaso, che, per la novità dell'invenzione di misurare il tempo, si sarebbe tanto desiderato. Ma costretto a proseguire, appena giunto al termine del suo viaggio, se ne andò tutto premuroso in cerca del Ricci, il quale ingenuamente confessò rimanersi tuttavia il problema un desiderio anche per lui, promettendo nonostante che avrebbe pregato il Torricelli a dare sodisfazione di ciò, almeno agli amici, come infatti mantenne, così scrivendo, nella prima parte della lettera, che ha la data del 31 Dicembre 1644. « Il Mersenno mi ha pregato che volessi scrivere a V. S. qual debba esser quel vaso, che, riempito d'acqua e poi votato per di sotto, in esso scenda la superficie dell'acqua contenutavi per parti uguali dell'asse, in tempi uguali, supposto l'asse perpendicolare all'orizonte. E così è indotto a far la presente richiesta, per aver letto nel libro di V. S. che il vaso parabolico mostra a prima vista di prestar questo, ma in effetto poi così non succede » (MSS. Gal. Disc., T. XLII, fol. 69).

Fu risposto pochi giorni dopo dover essere il vaso desiderato quello, che si descriverebbe da una semiparabola biquadratica, rivolgendosi intorno all'asse. La dimostrazione di ciò correva tuttavia per le poste da Firenze a Roma, quando il Mersenno, impaziente dell'indugio di soli dieci giorni da che aveva fatta la domanda, così direttamente scriveva allo stesso Torricelli, sollecitandone la risposta: « Credo dominum Ricci ad te scripsisse ut formam vasis ad nos mittas, quod aquam suam, per idem foramen, in temporibus aequalibus redderet, cum conoidale parabolicum, pag. 202 minime tibi satisfecerit. Itaque vas ad id proprium expectamus, quod, ubi vino falerno oppletum fuerit, tuae saluti, paribus intervallis et temporibus, evacuemus » (ivi, T. XLI, fol. 15).

La lettera, nella quale si mandava scritta la forma del vaso, aveva avuto recapito, e il Ricci l'aveva già partecipata, ma rimaneva a sapersi il modo di scavar la clessidra, che, prima d'esser forata in fondo e ripiena d'acqua, doveva, secondo la promessa, servir da calice pieno di generoso falerno, per farne un brindisi con gli amici alla salute del Torricelli. E il Torricelli, appena richiestone, mandava descritto il modo di segnar per punti la parabola biquadratica, la quale, usata per sagoma, avrebbe dato in mano all'artefice il tornio esatto del calice e della clessidra. Ma del brindisi non se ne discorse più: il fervore di quella prima curiosità s'attutì a un tratto, come a una pentola che bolla, sollevandone il testo. Il Torricelli stesso n'ebbe a restare con maraviglia, anzi, a parer nostro, mortificato, cosicchè, vedendo la sua invenzione, contro ciò che si sarebbe aspettato, così indegnamente dimenticata, disse un giorno a sè stesso: — O vediamo un po' se, dopo tanto tempo, mi ricordo di quel che scrissi a quel giovanotto del Ricci — e parve se ne ricordasse molto bene, perchè seguitò a scrivere in fretta, sopra un prezioso foglio che c'è rimasto, la dimostrazione della figura del vaso, che equabilmente si vuota, insieme col modo di descrivere, per fabbricarla, la parabola del quarto grado.

Rimasto però quel foglio, insieme con la mano che l'aveva scritto, lungamente sepolto, nessuno seppe nulla della nuova proposizione, che, per sodisfare la curiosità de'Lettori, aveva preparato l'Autore, da aggiungersi al libro *De motu aquarum,* il qual libro, lasciato nella speculazione del conoide parabolico così imperfetto, fece credere a molti che il Torricelli si fosse provato bene a investigar la figura della clessidra, ma che non fosse per la difficoltà riuscito a sciogliere il problema.

È fra costoro notabile il Mariotte, il quale, dop'avere nel III discorso della III parte del suo trattato *Du mouvement des eaux,* spiegata la XIII proposizione, nella quale si dimostra dal Nostro che le emissioni dei vasi cilindrici stanno come la serie dei numeri impari ab unitate; soggiunge: « Il est bon de resoudre icy un probleme assez curieux, que Torricelly n'a pas entrepris de resoudre, quoy qu'il l'ait proposé » (A Paris 1686, pag. 292): notabile si disse, perchè, fra le tante maniere di dimostrare che la figura del vaso, dentro cui l'acqua scende con moto eguale, è la rotonda, generata dal

rivolgimento di una semiparabola quadrato-quadratica; se ne sceglie per l'appunto una somigliantissima a quella, che ci è rimasta nel manoscritto torricelliano.

Così venne a ingerirsi fra i matematici l'opinione che fosse il Mariotte primo ritrovatore di questa bella novità, la quale, pure ignorandosene ancora la storia, ebbe nel mondo il nome di teorema celebre. Basti per tutti citare il Varignon, autore della *Maniere geometrique et generale de faire des clapsydres,* che, a proposito della clessidra *de descente uniforme,* scriveva: la quelle semble avoir été cherchée par Torricelli, et que M. Mariotte a trouvée » (Fra le Memorie dell'Accademia di Parigi per l'anno 1699, Paris 1627, pag. 61).

Nè si creda che così giudicassero solamente gli stranieri: era tale l'opinione anche dei Nostri, i quali dissero, per pudore, non che al Torricelli non era riuscito, ma che aveva voluto far così, per provocare i lettori col silenzio. In tal modo, fra gli altri, la pensava il Viviani, uno de' pochi i quali accettaron la prôvoca, e che poi si compiacque d'esserne rimasto vincitore, proponendo per segno di ciò, come vedremo, la clessidra parabolica in forma di cuna. Ciò gli occorse verso il 1650, mentre studiava il libro *De motu aquarum,* e mentre che, morto l'Autore di questo, i manoscritti di lui si conservavano gelosamente dal Serenai. Quando poi questi stessi manoscritti furono consegnati, perchè gli mettesse in ordine e gli pubblicasse, al Viviani, egli ebbe a leggervi, maravigliato che non se ne fosse diffusa, almeno fra i discepoli di tanto Autore, la desiderata notizia, anche il teorema della classidra, e lo ricopiò la prima volta per suo proprio memoriale, e tornò a ricopiarlo anche la seconda, per inserirlo fra le altre proposizioni, delle quali intendeva di compilare il trattatello *De motu ac momentis.* Ma rimasto senza effetto il proposito di pubblicar, così questa come e le altre opere postume del Torricelli, il prezioso documento, brevemente resuscitato, ritornò a giacersi dentro l'arche dorate del palazzo Pitti, dov' ebbe più nobilmente custodito il sepolcro. Venne quivi nonostante a visitarlo il Fabbroni, con queste parole, scritte in quel suo classico latino, commemorandolo ai vivi: « Quod ad hydraulica Toricelli scripta pertinet, commemorandum videtur problema, quod nemini tum notum, propositumque a Michaele Angelo Riccio, ipse facillime solvit. Quaerebatur enim quaenam esse deberet figura vasis, quod aequabili motu exhauriretur » (*Vitae Italorum,* Vol. I, Pisis 1778, pag. 369).

Ma ora è tempo di coronar l'opera ampliatrice del Viviani con quella proposizione, che l'Autore stesso *De motu aquarum* ci lasciò scritta di sua propria mano, forse con la speranza che verrebbe un giorno qualcuno a rivendicargli, dall'invidia della morte e dalla ingratitudine degli uomini, l'antica proprietà, e il primato dell'invenzione.

« Ingeniosissimus iuvenis M. A. Riccius certiorem fecit me de desiderio suo, circa illud vas quod aequabili motu exhauritur. Dicam igitur, si per memoriam licebit. »

« PROPOSITIO XXVIII. — *Esto conoides parabolae quadratoquadra-*

ticae ABC (fig. 224) *perforatum in fundo B. Dico illud ea lege exhauriri, ut motus supremae superficiei humoris contenti AC aequabilis sit.* »

« Sumatur enim quaelibet alia vasis sectio DI, et super basi AC concipiatur cylindrus AE. Esto BO media proportionalis inter GB, BH, et quoniam est quadratoquadratum AG, ad quadratoquadratum DH, ut GB ad BH erit quadratum AG, ad quadratum DH, ut GB ad BO. Jam velocitas superficiei descendentis, quando est AG, ad velocitatem superficiei, quando erit FH in cylindro, est, per demonstrata, ut CB ad BO, sive ut quadratum AG, ad quadratum DH. Velocitas vero sectionis FH, ad HD, est ut quadratum HD ad HF, sive ut quadratum HD, ad quadratum AG. Ergo ex aequeo velocitas sectionis AG, ad velocitatem sectionis DH, erit ut quadratum AG ad quadratum AG, nempe aequalis. »

Figura 224.

« *Scholium.* — Si quis desideret descriptionem eiusmodi lineae, nempe parabolae quadratoquadraticae, talem excogitabamus: Ponatur parabola quadratica vulgaris ABC (fig. 225), cuius axis AD, una applicata BD. Secetur AE aequalis BD, et item BF aequalis CE, eritque punctum F in parabola quaesita, et sic de reliquis punctis. »

« Quod verum sit hoc, sumatur AH latus rectum parabolae quadraticae, et erunt aequales GH, AH. Tum quadratum GH ad quadratum BD, sive quadratum AH ad AE, erit ut recta HA ad AD. Ergo continuae sunt AH, AE, AD. Propterea, si quadratum GH ad CE, vel FD, est ut recta HA ad AE, erit quadratoquadratum GH, ad quadratoquadratum FD, ut AH ad AD. Deinde ex aequo probatur quadratoquadratum FD ad IM esse ut recta DA ad AM. » (MSS. Gal. Disc., T. XXVI a tergo del fol. 167).

Figura 225.

II.

In quel medesimo anno 1644, in cui, dalla tipografia de' Landi, usciva in Firenze, insieme con l' altre opere geometriche del Torricelli, il trattato *De motu gravium,* con l' appendice *De motu aquarum* di sole XIV proposizioni, fecondissime però di tante altre ad esempio delle aggiuntevi dal Viviani; il Mersenno pubblicava in Parigi, a spese del Bertier, i suoi *Cogitata physico-matematica,* fra' quali principalmente si comprendeva l'*Hydraulica.* Come il titolo era nuovo, così nuovo era in quel paese il soggetto, che si svolgeva in sostanza da quello stesso pensiero, scritto dal Torricelli, per lettera del 25 Ottobre 1642, al Cavalieri, e che s' incardinava in quelle mede-

sime esperienze fatte in Roma, per confermare la supposta verità, da Raffaello Magiotti.

L' opera del Francese, standosene ai numeri, appariva contemporanea con quella del Nostro, ma ne facevano argomentare la pretension di un diritto di precedenza certe espressioni, come sarebbe quella, in cui, dop' aver commemorato Galileo insieme co' più illustri Matematici francesi, taccio, si soggiunge, la sottile Geometria nuova del Cavalieri, « praeclarosque tractatus, quos ab acutissimo Tauricello, Galilaei successore, brevi speramus » (Hydraulica cit., pag. 193).

Così essendo, non fa maraviglia se alcuni dotti, specialmente stranieri, leggendo in questo libro d' Idraulica per la prima volta annunziato che le altezze dell' acqua fluente dai tubi stanno in ragione duplicata dei tempi; credettero che del nuovo teorema fosse autore il Mersenno. Fra i seguaci di così fatta opinione è principalissimo il Boyle, che in una sua operetta intorno all' utilità della Filosofia sperimentale, annoverando le più insigni scoperte fatte dai varii cultori di essa, non lascia, come degnissimo di esser notato, quel « theorema hydrostaticum, cuius inventionem Mersenno debemus, a scriptore quodam recentiori ita propositum: Velocitates motus aquae descendentis, et effluentis per tubos aequalium foraminum sed inaequalium altitudinum, habent subduplicatam rationem » (Opera omnia, T. II, Venetiis 1607, pag. 850). E più sotto, accennando ai getti parabolici dell' acqua, e come dalla proporzione che passa tra l' altezza del liquido e il diametro del foro sia possibile computar giustamente la velocità e la quantità stessa del flusso; dice lo stesso Boyle essere a tutti venuta a mancare una sì bella notizia, « donec Galileius et diligentissimus Mersennus (quibus observationes quasdam et nos iunximus) materiam hanc definire conati fluerint » (ibid., pag. 886).

Essendo le esercitazioni bòileiane, dalle quali abbiamo estratti questi documenti, scritte dopo il 1680, par che non fossero fino a quel tempo in Inghilterra penetrate le nuove dottrine idrodinamiche direttamente d' Italia, ma di Francia, per il magistero del Mersenno, il quale perciò verrebbe a rivendicarsi un merito e un' importanza che, a giudicare dai fatti fin qui occorsici, gli fu sempre giustamente negata. Fra cotesti giudizii il più antico e il più a proposito è quello del Magiotti, il quale scriveva così a Galileo da Roma, il dì 25 Aprile 1637, quando gli Elzeviri in Olanda erano proprio in sul punto di pubblicare i dialoghi delle due Scienze nuove, in appendice ai quali era stabilito di mettere le dimostrazioni *De centro gravitatis;* « Non credo che queste dimostrazioni siano arrivate in Francia con le altre opere, perchè il p. Mersenno minorita, che ha veduto il libro *De motu,* con le altre osservazioni, di queste non fa menzione alcuna, eppure è vero che egli vuole scompuzzare ogni cosa. Questo frate stampa grandi e molti libracci, cercando con lo sgradire altrui di acquistarsi reputazione, e forse gli riuscirà appresso della marmaglia. L' opere, che mi sono state prestate di suo, la maggior parte sono in francese, e mi sa male non esserne padrone, chè le manderei

acciò ella le vedesse, e a suo tempo e luogo l'arrivasse con qualche frustata » (Alb. X, 205). E in quello stesso giorno scriveva esso Magiotti nella medesima sentenza al Michelini, soggiungendo che fra gli emuli, i sindacatori, anzi i nemicissimi, che Galileo aveva in Fiandra e in Francia, poneva tra i primi *l'abate Mersenno minorita* (ivi, pag. 206).

Questi erano però giudizi passionati. L'emulazione, veramente non propria d'altri che del Cartesio, era facile attribuirla a tutti i Francesi capitanati da lui, e il Magiotti si veniva a confermare in questo sospetto da qualche cosa, intraveduta ne' primi libri mersenniani pubblicati in lingua francese, come quella per esempio, che riguarda la linea percorsa da un grave cadente dalla cima di una torre, rivolgendosi la Terra intorno al suo proprio asse, benchè poi non facesse, rispetto a ciò, il Mersenno altro che ripetere quel che aveva udito dire al Fermat, e il Fermat veramente non censurasse in odio all'Autore dei dialoghi de' due Massimi sistemi, ma per solo amore del vero.

Dell'ingiusta accusa dev'essersi poi ravveduto il Magiotti, quando in Roma ebbe a conversare familiarmente col Mersenno, e quando, a svolgere d'Idraulica di lui, dop' aver letto in fronte alla pag. 193 il titolo *Magni Galilei, et nostrorum geometrarum elogium utile,* trovò nelle due proposizioni appresso compendiato, con lucido ordine e con studio amoroso, il Discorso galileiano delle Galleggianti. Quanto però al giudicare il Frate uno scompuzzatore, i fatti, che si potevano così spesso notare leggendo, assicurarono il Magiotti che non s'era punto ingannato. Ci par di vederlo sogghignar sopra il libro, tenutosi innanzi aperto alla pag. 137, tutto intento a quel *Monitum* soggiunto alla XXVII proposizione, e le seguenti notizie gioveranno ai nostri Lettori, perchè possano penetrare addentro alle ragioni di quei sogghigni.

Dalla lettera, in altra occasione da noi citata, scritta dal Torricelli nei primi giorni del 1640 al Magiotti, resulta che, fin da quel tempo, era stato composto il trattato *De motu proiectorum,* al quale argomento si riferiva l'altro libretto sul principio della detta lettera commemorato, e in cui diceva il Torricelli stesso non esister che baie, rispetto all'altro che gli pareva contenere in sè qualche cosa di suo gusto. Così fatte espressioni fecero nascere nel Magiotti la curiosità di vedere un saggio di quelle proposizioni intorno ai proietti, nelle quali s'aspettava che non qualche cosa, ma che tutto anzi dovess' esservi di squisitissimo gusto. E il Torricelli volle compiacere l'amico, mandandogli da Fabriano a Roma, fra le altre proposizioni, dimostrata anche quella inserita poi a pag. 183 del libro stampato, e che dice come, essendo descritta intorno all'asse verticale BA (fig. 226) una parabola BDC, tutti i tiri, che col medesimo impeto e con qualunque inclinazione sian fatti da A, punto focale, toccano in qualche parte la concavità della parabola stessa.

Figura 226.

Al Magiotti parve la proposizione bellissima, e applicandola ai getti dell'acqua, circoscritti intorno al punto A, con varie inclinazioni, da riempir sufficien-

temente lo spazio angolare BAC; si vide apparire nella viva immaginazione lo spettacolo graziosissimo di una fontana, le ripioventi fila della quale si componevano insieme in una chioma configurata in conoide parabolico. Pochi giorni dopo correva la voce per Roma che, suggerita da un teorema del Torricelli, si sarebbe veduta la nuova Naiade, con sì gentile geometrico artifizio chiomata, nei giardini del cardinale Sacchetti, alla corte del quale il Magiotti apparteneva.

Quella voce giunse alle orecchie del Mersenno, che si trovava allora colà, e tutto affaccendato com'era in rifondere i teoremi di Galileo, intorno al moto de' proietti, pensò di ornare la sua *Ballistica* della bella osservazione torricelliana, come di fatti fece nella proposizione XXVIII, dop'averne dato un cenno in quel *Monitum,* sopra il quale abbiamo dianzi lasciato il Magiotti a sogghignare così leggendo. « Plurima hic adderem de salientibus, si figurae incisae non deessent, quibus lectores subleventur: v. g. mediam salientem longitudine duplam esse verticalis, altitudine vero subduplam. Cum verticalis est pars quarta parametri, omnes alias salientes, inter verticalem et horizontalem interceptas, tangere concavam conoidis parabolici superficiem, cuius focus est in medio salientium lumine, quod a clarissimo Toricello iam observatum didici » (Hydraulica cit.).

Nella Ballistica, essendo state già le figure incise, tornò il Mersenno a mostrare, con l'aiuto di quelle, come nelle medie salienti, ossia ne' getti inclinati ad angolo semiretto, la parabola sia nell'ampiezza doppia, e nell'altezza la metà della verticale, ossia della sublimità, non lasciando d'osservar la tangenza di tutte le parabole interne, quali AEDC, AFC, nella medesima figura 226, con la parabola esterna BDC, e concludendo così il suo discorso: « Reliqua istius figurae explicatio in Hydraulicorum praefatione videatur, donec sublimiora egregii Tauricelli liber docuerit » (Paris, 1644, pag. 96).

Il Magiotti avrebbe voluto che di queste cose fosse lasciato libero il magistero a chi s'apparteneva, senza quell'altrui preventiva non richiesta ingerenza, che nel materno suo linguaggio toscano efficacemente esprimeva col verbo *scompuzzare.* Che se, rispetto alla Ballistica, della quale il Torricelli non era poi infine che un promotore di Galileo, quella inopportuna ingerenza fratesca finì per eccitar sulle labbra del Magiotti un sogghigno; veniva però a commovergli l'animo negl'insulti dell'ira, quando si trattava di prevenir l'opera del Torricelli e sua, in una istituzione di tanta novità e di tanta importanza, qual'era l'Idrodinamica. E perchè non si dubiti da nessuno della giusta ragione di questi primi risentimenti, ascoltiamo la storia che cerca, esamina e giudica i fatti.

In un libro, che il Mersenno aveva scritto in latino, e poi più ampiamente in francese, intorno ai suoni armonici, aveva proposto a risolvere ai fisici de' suoi tempi il problema: perchè mai, a voler portare una corda al diapason, in cui va doppiamente veloce, non basta raddoppiare il peso che la tende, ma bisogna quadruplicarlo? Nessuno ancora aveva dato in Francia sodisfacente risposta, quando il Mersenno stesso fece il suo primo viaggio in

Italia, e passato per Firenze si trattenne in Roma, dove tornò a proporre il quesito armonico, in quel tempo che il Magiotti attendeva con ogni diligenza a fare e a ripetere quelle esperienze idrodinamiche, raccomandategli, per confermare la verità del suo supposto, pochi giorni prima dal Torricelli. Si discorreva da tutti i dotti della città di queste esperienze, dalle quali resultava con certezza che, a voler attinger da un vaso doppia quantità d'acqua nel medesimo tempo, come a fare che il getto sopra la medesima orizzontale salti a doppia distanza, non basta raddoppiar nel vaso il liquido, ma bisogna quadruplicarlo. Il Mersenno allora fu sorpreso da grande ammirazione, ripensando all'analogia che vedeva passare fra il salto della corda, e quello dell'acqua, rallegrandosi che un medesimo argomento sarebbe servito per risolvere ambedue i curiosi problémi. Rimasero però per un poco deluse le sue speranze, quando seppe che la questione idraulica si riduceva alle leggi dei gravi cadenti, le quali non vedeva allora per sè medesimo come si potessero accomodare alle corde, che producono i suoni. Bastò nulladimeno quel che potè raccogliere in Roma dal Magiotti e dal Ricci, e in Firenze dallo stesso Torricelli, perchè, tornato a Parigi, si trovasse in mano tanta materia, che, stemperata nelle sue proprie speculazioni, bastasse a compilare il volume intitolato *Hydraulica,* tutta l'importanza del quale si riduce alle prime proposizioni, in cui si dimostrano le velocità proporzionali alle radici delle altezze, e a que' teoremi, che si propongono di mettere in relazione fra loro gli elementi parabolici dei getti inclinati.

Nella seconda proposizione idraulica non si fa altro che annunziare il semplice fatto sperimentale, affermandosi che in egual tempo, e per luci eguali, « erit inter aquae fusae quantitates ratio subduplicata altitudinum, quas tubi habuerint » (pag. 47), e nella III si rende la ragion del fatto, di cui, dice l'Autore, tu che leggi potresti forse restar maravigliato: « Verum mirari desines, ubi noveris aquam eo solummodo premere, vel ea dumtaxat velocitate tubum egredi qua moveretur, si ex eadem tubi altitudine cecidisset, adeo ut sit eadem istius phaenomeni ratio, quae descensus gravium » (ibid., pag. 51). Nella quarta proposizione poi si dimostra tanto esser maggiore la quantità dell'acqua, quanto è maggiore la luce d'ond'esce, rimanendo però sempre il tubo pieno alla medesima altezza (pag. 55).

Si prosegue di qui a dimostrar cose, che sono un semplice corollario di queste, infin tanto che si passa a confermare le leggi proprie delle velocità, desumendole dalle relazioni che passano tra le ampiezze, e le sublimità paraboliche delle salienti. Se quando l'altezza è BH (fig. 227) l'acqua salta dalla bocca C del tubo in D, per lo spazio orizzontale GD, a volere che salti in F, per doppio spazio, dimostravano l'esperienze fatte in Roma, e verificate poi dal Mersenno, che non basta raddoppiare

Figura 227.

l'altezza in I, ma che è necessario in A quadruplicarla. Ora, i lunghi discorsi dell'Autore, per confermare dai fatti, in questo modo nuovo osservati, la legge delle velocità proporzionali alle radici delle altezze, come in tutti i gravi cadenti; si compendiano facilmente riducendoci ai teoremi dimostrati da Galileo e dal Torricelli intorno ai proietti, per i quali teoremi è noto come, essendo le altezze uguali, le sublimità delle parabole BCD, BCF stanno come i quadrati delle ampiezze GD, GF. E perchè queste, essendo equabilmente passate nell'orizzonte, son le misure delle velocità, si vedranno da queste semplici osservazioni intorno al moto de' proietti derivare tutte le conseguenze, che il Mersenno fa soggetto delle sue proposizioni, relative alle proprietà delle acque salienti.

Quel che dunque era passato ne' privati scientifici commerci fra sè e il Torricelli, ora se lo vedeva il Magiotti palesato da uno straniero, con tale indiscretezza, da giustificare in lui que' primi risentimenti dell'ira. Forse una cosa veniva a temperargliela, ed è che il Mersenno, benchè nella seconda proposizione lasciasse credere come propria l'esperienza, la ragion nulladimeno dell'esperienza, che passa a dare nella proposizione terza, confessa ingenuamente che non è sua. Fra le XIV dichiarazioni infatti ch'egli premette, chiedendo scusa al lettore di non averlo fatto nel corpo dell'opera, è scritta anche questa: « Decimumtertium addo Virum illustrem rogatum cur tubi ex quibus salit aqua debeant esse in ratione duplicata, ut duplam aquam tribuant, eamdem quam III propos. Hydraulicorum assero, confestim invenisse, idque hoc modo » (Praefatio ad Lectorem, pag. XXXIII), e il modo è tale, da non restar dubbio a nessuno, ma specialmente al Magiotti, che quell'uomo illustre era lo stesso Torricelli. Certo non il Magiotti solo, ma tutti gli uomini onesti, direbbero che avrebbe fatto molto meglio il Mersenno a pronunziare espresso quel nome, ma gli perdoneranno volentieri il fatto, in grazia di quel suo XIII avvertimento, da cui principalmente ci si rivela che esso Mersenno, per aver la ragione dei fatti uditi in Roma, si rivolse allo stesso Torricelli, che lo fece stupire di quella sua così pronta risposta. Questa, a metterla in termini, si riduceva a una proposizione e ad uno scolio. La proposizione rimaneva per sè medesima dimostrata, riguardando le gocciole dell'acqua affilate lungo l'asse del tubo rappresentato dalla 227ª figura, come liberamente cadenti da A e da H in B, dove giunte hanno, per la legge galileiana, acquistato tali gradi di velocità, che stanno come le radici degli spazi passati. Ma lo scolio, soggiunto dal Torricelli alla proposizione, è tale, quale così il Mersenno lo riferisce: « Nec obstat quod aquae prima gutta incumbens lumini B (nella medesima figura) non descenderit revera ex A, cum enim gutta in A, postquam descendit usque ad lumen B, saliat eadem velocitate ex B, qua gutta prior, quae non descenderat ex A; sequitur quamcumque aliam guttam eadem velocitate ex B salire, quamdiu tubus BA plenus est » (ibid., pag. XXXIV).

Le altre cose, che ci si rivelano di qui, riguardano le ragioni del supposto torricelliano. Come mai, si saranno domandati i Lettori di questa sto-

ria, il Torricelli non fece nessun conto delle osservazioni della *cateratta*, da cui mossero le speculazioni dell'Arrighetti: e, potendo mostrare che la suprema superficie dell'acqua scende al foro di fatto, si contentò di supporlo, con tutt'altri argomenti confortando la ragionevolezza del suo supposto? Si risponde che l'osservazione fatta dall'Arrighetti, nella polvere degli orioli e nella farina delle tramogge, la stimò lusinghiera, e in ogni modo gli parve non si verificare nell'acqua de' pili. Il documento di ciò l'abbiamo da un Registro d'esperienze, che si dicono essere state *fatte dal serenissimo granduca Ferdinando II, e da alcuni suoi cortigiani*, ma che sappiamo oramai doversi attribuire al Torricelli, per quella parte almeno che fra esse è di più importante. Quivi dunque, sotto il numero LXI, trovasi registrato: « Messo in un vaso acqua e sopra vino, di grossezza due dita, uscì prima l'acqua che stava sotto il vino » (Targioni, *Notizie degli aggrandimenti ecc.*, T. II cit., pag. 173). Ritrovato poi questo cenno dell'esperienza, gli Accademici del Cimento la vollero verificare il dì 16 Luglio 1657, lasciandocela così più particolarmente descritta: « Per conoscere quali parti nei liquidi sono le prime a scendere nell'uscire da un vaso, si empì d'acqua un cilindro di vetro, e sopra di essa diligentemente si messero due dita di vin rosso, in modo che galleggiasse. E poi fatto un buco in fondo al vaso si vidde uscire tutta l'acqua ed il vino rimanere sempre l'ultimo a calare, senza mai vedersi punto fili di esso discendere per la profondità del vaso » (ivi, pag. 661).

Di qui, entrato in sospetto il Torricelli se le polveri e i liquidi calino propriamente, come credeva l'Arrighetti, per quella cavità o per quell'imbuto, che si osserva in essi, riducendosi verso il pertugio del vaso; non stimò prudente fondare la nuova Idrodinamica sopra un'osservazione, che non si trovava corrispondere con l'esperienza. E giacchè, se il liquido non cala di fatto, opera nonostante colla pressione come se vi fosse calato, pensò di ridurre il principio a un semplice supposto, come fece nel proemio al *De motu aquarum*, che è una più larga esplicazion dello scolio, nella detta risposta al Mersenno.

Che il Boyle non penetrasse addentro a questi segreti facilmente si comprende, ma non si comprende com'egli potesse credere autore del teorema idrodinamico il Mersenno, se il Mersenno stesso pubblicamente confessa di averlo avuto da un *illustre uomo*. Ben però era in grado di penetrare le cose il Magiotti, nell'animo del quale, se si attutì alquanto l'ira, rimase oggetto di pietà e di disprezzo uno scrittore, che cercava d'acquistarsi reputazione, talora forse con lo sgradire, ma più spesso col rivestirsi de' panni altrui. Nonostante non fu mai meglio qualificato il Mersenno, che dal Dati: riconosciutosi povero del suo, s'aiutava, quanto poteva più, col negoziare la merce, e con lo spendere il danaro dei ricchi. L'avrebbero potuto rimproverare di ciò costoro, se avessero sempre saputo o voluto fare da sè, ma trattandosi del nascosto tesoro di certi avari, o delle robe di certi inetti o ritrosi ai liberi scambi, l'operosità di quell'ape industriosa riusciva profittevolissima, come nell'esempio che abbiamo ora fra mano, dal quale apparisce essere stata,

sull' ali e sul dorso di quell' istancabile volante, trasportata l' Idraulica d' Italia al di là delle alpi.

Che infino al 1644 non fosse ancora penetrata colà nessuna notizia di quella Idrometria, alla quale il nostro Castelli aveva da sedici anni dato ordine di scienza, si rileva da ciò che, intorno a questo argomento, scrive in varie sue epistole il Cartesio. A lui deve, senza dubbio, il Mersenno aver mandato il libro delle sue Cogitazioni fisico-matematiche appena stampato, ma perchè il Filosofo era avvezzo a non spender più che un quarto d' ora, o alla più lunga un giorno intorno a un libro di scienza nuova, per comprenderlo e per giudicarlo, com' aveva fatto della Geometria del Cavalieri e de' Dialoghi di Galileo; non sarebbe nella mente rimasto forse vestigio dell' Idraulica mersenniana, se l' Autore stesso non fosse venuto via via a richiamargliene l' attenzione sopra le verità più fondamentali, o a viva voce o per lettere familiari, alla prima delle quali così rispondeva: « Non memini te scripsisse antehac ad me quod altitudo aquae sit in ratione duplicata temporis, quo per foramen effluit » (R. Descartes, Epistolae, T. II, Amstelodami 1682, pag. 116). E pochi giorni appresso: « Experimentum tuum verissimum puto, scilicet aquam, quae ex tubo novempedali effluit, debere triplo fere celerius effluere quam aquam, quae ex tubo pedali effluit, per foramen eiusdem magnitudinis » (ibid., pag. 119).

Ma perchè il Mersenno, annunziando i semplici fatti voleva dar motivo a ritrovarne le ragioni, il Cartesio si sentì mancar nella mente il fondamento idrometrico necessario. Quel fondamento si riduceva al teorema del Castelli, che cioè le quantità fluenti stanno in ragion composta delle velocità e delle luci, nè occorreva far altro che sostituire alla ragion delle velocità quella delle radici delle altezze, per confermare la verità degli sperimenti mersenniani. Invece il Cartesio formulava il teorema idrometrico dietro un certo giudizio, che si suole di queste cose formar la gente volgare, dicendo che le quantità dell' acqua dipendono dal tempo dell' efflusso e dall' altezza ch' ella ha nel tubo. « Mihi videtur posse probari quod altitudo aquae sit in ratione duplicata temporis, eodem modo quo d. De Beaune probavit tensionem chordarum esse suorum sonorum duplicatam. Nam, quandoquidem quantitas quae per foramen effluentis pendet ex tempore quo effluit, et ex altitudine tubi, potest illa repraesentari per areas triangulorum » (ibid., pag. 116).

Si chiamino Q, T, A, q, t, a due diverse quantità d' acqua, due diversi tempi dei flussi, e due altezze diverse del liquido, nel medesimo o in due tubi distinti. Sarà secondo il Cartesio $Q : q = A \, . \, T : a \, . \, t$. E perchè da lui si propone come da dimostrarsi per vera la proporzione $A : a = T^2 : t^2$, dunque $Q \, . \, q = T^3 : t^3$, e ciò manifestamente contradice all' esperienza che si voleva confermar per verissima.

Il medesimo paralogismo veniva altresì a scoprirsi da quell' altro modo, che così sovvenne al Cartesio, per dimostrare la verità della stessa esperienza: « Sit tubus AHB (nella figura 227) plenus aqua usque ad A: attendendum est quod aqua, quae effluit per B, defluat ex alto A, et quod, si

totus ille tubus esset vacuus, atque una tantum aquae gutta decideret ex A versus B, et alia ex H, etiam versus B, esset autem HB $^1/_8$ AB, nec plures essent in isto tubo quam duae illae guttae, una ad A, altera ad H, quae separatim descendentes concurrerent et coniungerentur in puncto B; liquet guttam aquae a puncto A demissam, ubi pervenerit ad punctum B, habituram noncuplum velocitatis eius quam habet gutta illa, quae ex puncto H descendit. Et proinde harum duarum guttarum simul iunctarum in puncto B, velocitatem fore mediam proportionalem inter 1 et 9, hoc est triplam » (ibid., pag. 120).

Se dunque le velocità son proporzionali alle radici delle altezze, si sostituisca nella proporzion sopra scritta alla ragione di T a *t*, quella di V a *v*, significanti le velocità, e si sostituisca ancora a quella di V a *v* la ragion della radice di A alla radice di *a*: sarà $Q : q = \sqrt{A^3} : \sqrt{a^3}$, che sotto altra forma contradice alla creduta verità dell'esperienza. Di che accortosi il Cartesio, disse fra sè — smettiamo, mi bisogna studiar queste cose un po' meglio — e poi confermava il poposito fatto, così scrivendo al Mersenno: « Sed animus est ea omnia, quae ad hanc de motibus aquae materiam pertinent, aliquando, curiosius examinare. Et ne porro cogar quae iam scripsero retractare, nihil superaddam » (ibid., pag. 120).

Quell' *aliquando* però, a cui rimetteva il Cartesio lo studio dell' Idrometria, non venne così presto. Alcune settimane dopo il Mersenno tornava ad annunziargli un altro simile sperimento, dicendogli di aver raccolto quattro volte meno acqua da una luce circolare di una mezza linea di diametro, che da quella di una linea intera, supposto che rimanga il tubo pieno, in ambedue i casi, alla medesima altezza. Il fatto conseguiva immediatamente certo dal teorema del Castelli, che dava, essendo uguali le altezze, le quantità proporzionali alle aree delle luci, le quali aree, stando come i quadrati de' raggi, ossia, nella fatta supposizione, come uno a quattro; doveva necessariamente la portata della luce piccola essere un quarto solo della più grande. Così pure aveva dimostrato il Mersenno, nella sua IV proposizione, e così aveva concluso, astrazion fatta da tutte le resistenze, secondo l' avvertimento ch' egli cita dalla VII appendice del Castelli. Il Cartesio però che non avendo preso ancora abito di scienza in queste cose, giudicava a modo del volgo, disse parergli incredibile che per solo diminuire della metà il raggio alla luce, le altre cose rimanendo pari, si dovesse ridurre a un quarto l' erogazione. « Experimentum tuum, quo dimidiae lineae foramen quadruplo pauciorem aquam effundit quam integrae, mihi videtur prorsus incredibile, caeteris paribus, hoc est curando ut tubus usque ad fastigium semper plenus maneat » (ibid., pag. 131).

Nell' epistola seguente par che tenga più credibile essere le portate proporzionali ai diametri delle luci (ivi, pag. 136), ma finalmente incominciano a rivelarglisi le cose nel loro più vero aspetto. Se i due tubi AE, BG (fig. 228) sian fra le medesime parallele AC, DG, e sian dal piano orizontale, che passa per DG, tagliati in modo, che l' area dell' ellisse FG torni uguale all' area

del circolo ED; credeva il Cartesio che, anch' essendo BG più stretto di AE, verserebbero ambedue i tubi dalle loro bocche uguali quantità d'acqua, nei medesimi tempi. « Si tubi AE, BG inter parallelas AC, DG positi sint, aut inter eorum aperturas, seu bases aequales et similes, etiamsi si longior sit breviori angustior, credo illos. parem aquae quantitatem emissuros » (ibid., pag. 166). Nè del creder così poteva d'altronde essergli venuto il motivo, che dall'essersi finalmente persuaso non dipendere le quantità dalle altezze e dal tempo, ma dalle sezioni, e dalle velocità, che sono manifestamente uguali, essendo, così nel tubo retto come nell' inclinato, scese l' acque per uguali spazi perpendicolari.

Figura 228.

In ogni modo la certezza di queste verità idrometriche non apparisce, che dopo qualche tempo, in una, che è delle ultime epistole raccolte in questa seconda parte. Quivi, ammettendo il Cartesio che le gocciole scendano realmente dalla sommità del tubo, rappresentato nella figura 227, e giunte in B, con l' accelerazione della discesa, si rivolgano orizontalmente per la CL; dimostra che le CD, CF son curve paraboliche, « quemadmodum optime observavit Galileius » (ivi, pag. 392). Ma il più bello argomento, da provare che, dopo tanti penosi errori, la mente del Cartesio erasi finalmente riposata nel vero, è una osservazione, nella quale poi s' incontrò il Borelli. Se in fondo al vaso AB (fig. 229), mantenuto costantemente pieno fino al livello AC, siano applicati due tubi DF, FG, d'ugual diametro, ma di differente lunghezza, i due cilindri d'acqua escono dalle bocche E, G con velocità proporzionali alle radici delle altezze EH, GI, cosicchè le quantità d'acqua, raccolte qua e là nel medesimo tempo, corrispondono ai teoremi, che il Mersenno traduceva nella sua Idraulica dal trattato del Castelli, e dalle speculazioni del Torricelli. « Deinde etiam adverto cylindros ex aqua, aut ex aliaque vis materia, primo quo incipiunt descendere momento, eo celerius moveri, quo longiores sunt, idque in ratione longitudinum subduplicata » (ibid., pag. 392).

Figura 229.

A questo punto non vogliamo proseguire la storia, senza fare un' osservazione. Ci tornano alla memoria coloro, che intesero di togliere o di menomare i meriti del Castelli, dicendolo un plagiario, un restauratore della scienza di Frontino e del Buteone. Ora è certo che, mentre la letteratura romana era a Italiani e a Francesi comune, i Francesi avevano il Buteone per loro connazionale, e nonostante s' è, per l' esempio del Mersenno e del Cartesio, veduto come nel 1644, quando fra noi era da sedici anni divulgato il libro della Misura delle acque correnti, là s' ignorassero dell' Idrometria i primi principii.

S' osservi inoltre che quasi connazionale ai Francesi era lo Stevino, e nonostante aspettarono, a riconoscere le pressioni idostatiche, che il Pascal

s' inspirasse alle spiegazioni, che il Torricelli dava dell' esperienza dell' argento vivo. Chi vuol conoscere in quali condizioni si trovasse fra loro l' Idrostatica, prima di questo tempo, ripensi alle parole, che premetteva alla sua XLIII proposizione il Mersenno: « Omnes fere credunt corpus aqua gravius ad usque fundum descendere, quod moles aquae illi corpori aequalis nequeat ei resistere, vique maiore cogatur loco cedere: corpus vero aqua levius aliquam sui partem mergere, quod vim habeat eiiciendi, et elevandi aquae molem parti mersae aequalem » (Hydraulica cit., pag. 195). E a ridurre al senno le menti, così dannosamente traviate, di quasi tutti, non le richiama il Mersenno alla verità delle proposizioni steviniane, ma al Discorso di Galileo intorno alle galleggianti, ch' ei magnifica, e dentro cui crede pigliar suggello di verità anche le proposizioni, che dalla verità son più aliene, qual' è quella per esempio che non si senta il marangone oppresso, certi essendo « aquam, in aqua gravitatis aequalis, nihil ponderare » (ibid., pag. 205).

Ma benchè sia la fiaccola fumosa, è pure un gran benefizio a chi ritrovasi al buio. Del qual benefizio debbono i Francesi esser grati al Mersenno, che recò a loro, insieme con l' Idrostatica di Galileo, l' Idrometria del Castelli, e l' Idrodinamica torricelliana. Grati pure, placate l' ire al Magiotti, glie ne dovrebbero essere gl' Italiani, non solamente per avere diffusa la loro scienza oltremonti, ma per essere stato cote ai loro ingegni. Gli esempi, che di ciò ne porge la storia in vari soggetti, non mancano in questo, che abbiamo per le mani.

Il trattato *De motu aquarum* era già da un anno venuto in Firenze alla luce. Il Mersenno sente che ci manca qualche cosa, e vuol che il Torricelli riduca l' opera alla sua perfezione. Tendono a questo fine le seguenti parole, che scriveva, non all' emulo, ma al maestro, da Roma, il dì 15 Marzo 1645: « Hactenus expectavi Vir illustrissime, mei dubii harmonici solutionem, quam Vestra Dommatio meditata est: cur nempe nervus ad aliquem sonum acutiorem adducendo ac tendendo, pondera seu vires tendentes in ratione duplicata intervallorum harmonicorum appendenda sint. Cum enim, ut iam scripseram, diapason v. g. habeat suam rationem 1 ad 2, quare vis tendens nervum ad sonum acutum ut 2 debet esse, ad vim facientem sonum ut unum, ut 4 ad 1. Erat etiam ex re ut doceret V. D. cur aqua fluens ex foramine facto in imo tubi censeatur eadem exilire velocitate, ac si descendisset a tubi summitate. Id enim supponit V. D., et tamen aqua in imo fluens re vera non descendit ex summitate tubi » (MSS. Gal. Disc., T. XLI, fol. 16).

Si vede che di ciò, che aveva scritto nella prefazione *ad Lectorem*, « Nec obstat quod aquae prima gutta non descenderit revera » il Mersenno o se n' era dimenticato, o che gli era in questo tempo venuta a mancar la fede a quell' Uomo illustre che, domandato del perchè si richiedesse altezza quadrupla a voler ottenere quantità doppia, l' aveva compiaciuto di così pronta risposta. Il Torricelli dall' altra parte che, nel proemio alla sua appendice *De motu aquarum*, credeva d' essersi intorno a ciò spiegato abbastanza, rimase in silenzio, ma il Mersenno, anche tornato a Parigi, non gli dava pace.

Di là scrivendogli il dì 26 Agosto 1646, dop' avergli fatto un monte di domande, « denique, voleva sapere, si rationem repereris meae, quum essem Romae, quaestionis de Musica: nempe cur vis requiratur quadrupla ad nervum elevandum vel acuendum usque ad diapason seu octavam, cum ratio diapasonis sit tantum dupla. Me novis amiciliae vinculis obstringes, si eam mihi explicaveris, quemadmodum et cur tubus aqueus debeat esse in ratione dupla quoad altitudinem, ut duplam aquam effundat, utriusque enim difficultatis vel eamdem vel germanam rationem esse vix dubito » (ivi, fol. 64).

Il pensiero gli era nato, come dicemmo, quattro anni prima in Roma, ma non aveva ancora potuto trovar chi gli dicesse quella ragione, che alle due difficoltà sentiva dover esser germana. Solamente monsù De Beaune aveva in questo tempo tentato di risolvere il quesito armonico, per via di due triangoli, gli spazi de' quali, presi a rappresentare le forze tendenti la corda, dimostrava esser proporzionali ai quadrati de' lati omologhi, rappresentanti le celerità delle vibrazioni, da cui dipendono le acutezze dei suoni. Il Cartesio vedemmo come, nell' epistola XXIX, si studiasse di applicare il metodo del Beaune a risolvere il quesito armonico, ma non par che il Mersenno ne rimanesse appagato. In una infatti delle ultime proposizioni della *Ballistica*, mentre la difficoltà « de necessaria chordae tensione in ratione quadrupla, ut duplo moveatur celerius » dice « ab acutissimo viro domino De Beaune explicata » (Paris 1644, pag. 132), dell' altra difficoltà, riguardante l' acqua, dà una spiegazione diversa, e tale da valer veramente per ambedue i quesiti. « Quemadmodum enim, cum tubus aquae libra plenus salit uno gradu velocitatis a lumine, debent addi 3 librae ut duplo, quinque praeterea librae ut triplo, et postea 7 aquae librae ut quadruplo velocitatis gradu saliant; ita funi seu fidibus addenda sunt pondera 1, 4, 9 et 16, ut praedictis gradibus vadant et redeant » (ibid., pag. 130).

Risoluto, in questa medesima proposizione XXXVI della *Ballistica*, infino dal 1644, il quesito delle corde tese, e insieme anche l' altro delle acque salienti; nel 1646 il Mersenno stesso tornava a domandar di ciò la soluzione al Torricelli, il quale aveva mostrato di non approvare la sopra riferita analogia. Ma ora sarebbe il tempo di dire quello che ne pensava, giacchè di pensarci aveva promesso, e si sperava che avesse mantenuto. *Hactenus expectavi solutionem quam V. D. meditata est.* A voler sapere con certezza il resultato di queste meditazioni bisognerebbe veder le lettere del Torricelli al Mersenno, ma perchè queste ci mancano, non si può che per via di congetture, in qualche modo, supplire al difetto.

S' accennò altrove che la nuova regola di misurare le quantità dell' acqua era quella medesima, che un mezzo secolo dopo si proporrebbe generalmente, per misurare qualunque sorta di forze vive. Come Galileo paragonava la forza della percossa ai pesi morti, così il Castelli prendeva le pressioni dell' acqua stagnante per la misura delle velocità dell' acque correnti. Quest' errore degli antichi, e di cui non s' erano avveduti i due grandi Maestri, fu sagacemente scoperto dal Torricelli, il quale pensò che, per passar dal conato al moto at-

tuale, era necessario che la virtù si moltiplicasse in sè stessa, cosicchè di doppia diventasse quadrupla, di tripla nonupla e così di seguito, secondo la progressione dei numeri quadrati, d' onde la regola di misurare dai quadrati delle velocità tutte le forze vive.

Il ragionamento germano a questo, fatto dal Torricelli per risolvere l' altra difficoltà relativa alle corde armoniche, secondo che desiderava il Mersenno, è facile congetturare di qui che fosse tale: Un peso doppio può doppiamente tendere la corda. Ma perchè la forza morta della tensione diventi viva, nel moto doppio della vibrazione, bisogna che si moltiplichi in sè stessa, cosicchè, se quella era due, questa si riduca a quattro, com' è confermato dall' esperienza.

Il Mersenno non poteva penetrare la profondità di questi pensieri, come non la penetrarono i Matematici contemporanei e i posteriori, che dettero tanta faccenda al Leibniz, quando volle formulare il teorema delle forze vive: Di qui è che i primi promotori dell' Idrodinamica torricelliana trovarono espediente l' ammettere che la velocità dell' acqua, nell' atto dell' uscire dai fori dei vasi, sia tale, non perchè essa acqua operi con la sua pressione come se vi fosse scesa dal supremo livello, secondo che supponeva il Torricelli, ma perchè ella vi discenda in realtà, non in tutta la sua mole, ma nelle gocciole via via componenti il cilindro liquido, che ha l' apertura del foro per base. « Neque enim dubium est, osservava il Cartesio, quin primae quaelibet guttae huius aquae eadem cum sequentibus celeritate effluant, modo supponatur tubus manere interea semper aequaliter plenus, et si attendatur quod, cum aqua ex hoc tubo effluit per foramen C (figura 227 qui addietro), non opus est ut tota aqua in eo contenta moveatur, sed solum ut guttae omnes quae componunt exiguum cylindrum, cuius basis est foramen C, et qui ad fastigium usque extenditur, alia post aliam descendant; facile concipietur fore ut gutta, quae est in puncto A, postquam pervenerit ad puntum C, acquisiverit, descendendo ab A usque ad C, duplum celeritatis eius, quam acquisivisset si descendisset tantum ab H, et proinde, cum egreditur per C, duplo celerius movetur, quando tubus ad quatuor pedum, quam cum ad unius tantum altitudinem plenus est, atque idem est de reliquis guttis, quandoquidem eadem vi moventur (Epistol., P. II cit., pag. 391).

A questa medesima conclusione conduceva il ragionamento del Nardi, quando, alla ragion meccanica di Galileo, volle sostituirne una fisica, per poter più facilmente spiegare l' equilibrio de' liquidi in vasi comunicanti di varie grandezze, come sarebbe un tino e una gracile canna, dicendo che l' acqua in questa è solamente premuta da altrettant' acqua, quanta se ne conterrebbe in una simile canna, immaginata continuarsi in mezzo al liquido del vaso grande: ciò che si conferma, dice egli, *dall' apparire nella superficie sua certa fossetta, corrispondente in tutto al sito e lunghezza della canna, nella qual fossa continuamente d' ogni intorno l' umore circostante sdrucciola.*

Il Borelli pure accolse questi pensieri del Nardi, nel suo libro *De mo-*

tionibus naturalibus alla CCXVII proposizione, dove, per dichiarar come le velocità e le moli attinte dipendono solamente dalla grandezza del foro, e dall' altezza del liquido, qualunque sia del resto l' ampiezza del vaso, si serve di questo esempio: « Si fuerit fistula aliqua vitrea ad horizontem perpendicularis, et puteus aeque altus, in cuius fundo aperiatur foramen, prorsus aequale infimo fistulae foramini; tunc aqua ab orificio putei profluit eadem fere velocitate, et aequali mole ac ex illa fistula vitrea aeque plena egreditur, propterea quod in aqua putei concipi debet fistula perpendiculariter horizonti erecta ab infimo foramine usque ad summitatem aquae, et solummodo praedicta aqua in fistula imaginaria contenta fluit, reliqua vero collateralis innititur sustentaturque a fundo impenetrabili et firmo ipsius putei, a quo aquae fluxus perpendicularis impeditur, et ideò perinde aqua excurrit perpendiculariter, ac si in fistula vitrea contineretur » (pag. 457).

Il Nardi e il Borelli toccarono il soggetto per incidenza, ma il Baliani ne compose un trattato a parte, intitolato *De motu gravium liquidorum*, che distinse in tre libri. Per dare un' idea del particolar modo della trattazione, vogliamo citare dal libro primo il teorema secondo, e i due problemi che gli succedono. Quel teorema è proposto così: « In pluribus canalibus, ductis ad idem planum orizontale, aquae quantitates sunt ut canales » (Genuae 1646, pag. 117). E si dimostra dietro il postulato che le quantità d'acqua son proporzionali ai tempi degli efflussi, applicandovi il teorema di Meccanica che dice i tempi stare come le lunghezze dei piani, ossia, nel caso presente, come le lunghezze degli stessi canali.

Il primo poi dei detti problemi è tale: « In canali declinante reperire portionem continentem aquam aequalem eius, quae est in perpendiculari » (ibid., pag. 118). E supposto essere sopra l' orizontale CB (fig. 230) il canale inclinato AC, e il perpendicolo AD, si risolve il quesito conducendo da B, sopra l' AC, la perpendicolare DB, che precide in D tal porzione AD del canale, qual' è quella richiesta.

Figura 230.

L' altro problema, che si diceva, è così esposto: « In quibusdam canalibus, quomodolibet inclinatis, reperire portiones continentes aquam aequalem cuiusvis dicti canalis » (ibid., pag. 119). Siano AB, AC, AD (fig. 231) i proposti canali: se intorno al perpendicolo AE si descriva un mezzo cerchio, le porzioni AB′, AC′, AD′, tagliate da lui, son quelle cercate.

Figura 231.

Si vede bene come, così procedendo, tutte le proposizioni del terzo dialogo delle due Nuove Scienze si possano trasformare in un trattato d' Idrodinamica, senza far altro che cambiare i piani inclinati e le cadenti perpendicolari in canali pieni d' acque correnti. Nè diversa indole da questo ha il libro secondo. Nel terzo poi, proponendosi l' Autore di trattare del flusso dai vasi, a

dimostrar la proposizione fondamentale formulata: « Impetus foraminum aequalium vasis sunt in subduplicata ratione distantiae a summo vasis » (pag. 162), gli basta richiamarsi all' esperienza, che mostra l' acqua cadere al foro con l' impeto suo naturale dal sommo dal vaso. « Aqua transiens per vasis foramen decurrit a summo vasis ad foramen, tamquam per canalem perpendicularem. Quod experieris, si vas aqua plenum, in cuius imo sit foramen, sit perspicuum: videbis etenim in eo formali canale per quod aqua superior exeat » (ibid., pag. 158).

Ai magnificatori del Newton, autore della famosa cateratta, questi del Cartesio, del Nardi, del Borelli e del Baliani sembreranno promozioni di grande importanza. L' importanza però svanisce in tutto o in grandissima parte, riflettendo che al Torricelli non era sfuggito il pensiero di tutti i suoi promotori, dal Cartesio al Newton, ma ch' egli fu costretto a rinunziarvi dalle diligenti osservazioni dei fatti. La promozione desiderata si sarebbe dovuta far consistere piuttosto nell' applicazione delle leggi delle velocità al corso dei fiumi, ma nessun si rimosse, rispetto a ciò, dal proposito del Torricelli, da noi esposto con le ultime parole del capitolo precedente.

Il Mersenno, dop' aver notate le differenze del moto dell' acqua, dentro i tubi o per i fiumi, mentre per quelli dimostra verificarsi, come vedemmo, la legge torricelliana, per questi non crede prudente dilungarsi dai principii e dalla proposizion del Castelli, benchè conosca dover questa venire alterata da innumerevoli impedimenti. « Jam vero statuamus fluminis alicuius currentis altitudinem, ex alterius fluminis aequalis adventu, duplo maiorem. Si praeterea novi fluminis advenientis impetus seu velocitas prioris fluminis sit duplo maior, fiat altitudo nova composita ex ratione altitudinum et ex ratione velocitatum utriusque fluvii, adeo ut qui prius, ob solam aequalem advenientis altitudinem duplo fuerat altior, ob duplam advenientis velocitatem quadruplo fiat altior. Sed cum mare refluens non parum videatur interturbare fluviorum in illud ingredientium velocitates, et alia occurrant impedimenta innumera, haec libenter omitto studiosoribus: videatur interea tractatus Benidicti Castelli, qui nuper ad plures abiit » (Hydraulica cit., pag. 177, 78).

Tale udimmo essere stato il motivo per cui, volendo il Baliani passar da quello de' solidi a trattar del moto de' liquidi, lasciò l' opera imperfetta (Alb. IX, 142). E il Cartesio, dop' aver risposto secondo qual proporzione si faccia il moto dell' acqua dentro i tubi, soggiungeva: « Sed hoc ad fluminum decursum aptari nequit, eo quod ad ostium suum occursu maris valde tardentur » (Epist. cit., pag. 137). Altrove, mettendo in campo la questione se il fiume corra più lento in fondo o alla superficie, e risolvendola a modo del Cardano, terminava il Cartesio stesso così, con questa notabile osservazione, il suo discorso: « Neque etiam credo posse illorum declivitatem ex illorum celeritatis inaequalitate colligi, sed solum libella explorando » (ibid., pag. 167), come, a proposito delle Chiane, diceva il Torricelli, e aveva detto già Galileo, a proposito del Bisenzio.

Il Borelli, dop' aver, nel capitolo XI *De motionibus natur.*, illustrata in modi nuovi la legge delle velocità proporzionali alle radici delle altezze, mentre si consideri l' acqua scorrere per i tubi; trattandosi poi dei fiumi riteneva anch' egli per verissima la proposizione seconda del secondo libro idrometrico del Castelli. Il documento di ciò ce lo esibisce la storia delle correzioni da farsi alla dimostrazion della detta proposizione. E perchè in essa storia si comprendono, insieme col Borelli, i più valenti Idraulici italiani di quei tempi, non vogliamo lasciar di narrarla ne' suoi particolari, sembrandoci che in tanta varietà d' ingegni non si possa meglio che di qui far apparire la concorde unità delle opinioni.

III.

La radicale riforma, che veniva a subir l' opera della Misura delle acque correnti dopo la nuova istituzione idrodinamica, vedemmo come fosse sentita e consentita dal Castelli stesso ne' colloqui, e negli epistolari commerci col Torricelli. Si disse, in sull' ultimo del precedente capitolo, altresì il modo come si pensava particolarmente d' introdur nel libro la detta riforma, assegnando alle acque fluenti dai piccoli fori dei vasi altra legge, che a quelle correnti per i canali e per gli alvei dei fiumi, secondo che, dietro esperienze diligentemente istituite in ambedue i casi, pareva consigliar la Natura stessa alla scienza dell' uomo. Ma gli stami, così bene orditi dal Castelli, furono nell' Aprile del 1643 recisi dalla morte, cosicchè il manoscritto originale del secondo libro Delle acque correnti si rimase in Roma, nella cella del monastero di S. Callisto, non variato di nulla dalla copia dedicata al neonato principe di Toscana, e consegnata come si disse nelle mani del principe Leopoldo.

Il Torricelli allora sentì nel pio animo il dovere di ricambiare il benefizio. E come il Castelli avevagli promesso di onorare col nome e con le opere di lui il suo libro della Misura delle acque correnti, così ora egli proponeva di ornare il suo trattato *De motu aquarum* col nome e con l' opere del Castelli. L' idrometria di questo, che nell' aspetto presente discordava, si doveva conciliar con l' Idrodinamica nuova, e la bellezza e la perfezion dell' opera, che ne sarebbe di qui resultata, si può facilmente immaginar da ognuno, che ripensi all' ingegno del Torricelli, e allo zelo di mantenere intemerata dagli attacchi degli emuli la reputazione del suo caro maestro. Ma tutto intento com' era allora alle opere sue geometriche, aspettava, a metter mano al nuovo libro del Moto delle acque, di aver dato quelle stesse opere alle stampe.

Intanto a Michelangiolo Ricci era aperta dai monaci la cella, dov' era morto colui, che l' aveva amato e onorato tanto, e gli erano presentate le opere postume perchè l' esaminasse, e specialmente il secondo libro della Misura delle acque. Concorse allora col desiderio di quei padri il suo vivis-

simo di pubblicare il manoscritto, de' pregi del quale era assai bastante caparra il nome dell'Autore. E mentre era in trattare di ciò col tipografo, ne dette avviso a Firenze al Torricelli, il quale volle avvertirlo di quel ch'era passato fra sè e il padre don Benedetto, a proposito di alcune correzioni da farsi al libro di lui, e come, lasciandolo uscir fuori a quel modo, potrebbe dare occasion di censure agli emuli, e di calunnie agli invidiosi, specialmente stranieri: per cui, speditosi appena il suo, avrebbe dato mano a pubblicare il libro del Castelli. Inteso ciò, rispondeva il Ricci così da Roma, in una lettera del dì 12 Settembre 1643:

« Fu mio pensiero il procurar la luce della stampa delle opere di don Benedetto, avendomi ciò persuaso quella gratitudine, che io sempre ho detto a V. S. aver nell'animo mio altamente fisse le sue radici. Sono troppo grandi le obbligazioni, che io debbo alla memoria immortale di quel Padre, che con affetti di non ordinaria umanità sempre mi ha ricevuto ed onorato e amato. Ma poichè le cose passano nel modo che ella mi dice, ed il pubblicar le sue scritture potrebbe fomentare in altrui qualche livido affetto di malignità, non tirerò più avanti il negoziato, ma distornerò quel poco trattato, che ordito avevo co' monaci e con il libraio, e attenda pure frattanto V. S. a sollecitare il suo libro, perchè possa poi affaticare a pubblica utilità, e ridurre in netto quest'opera di don Benedetto » (MSS. Gal. Disc., T. XLII, fol. 9).

Il libro a cui qui s'accenna, contenente le due parti delle Opere geometriche, era da qualche mese venuto in Firenze alla luce, e in questo tempo un tipografo s'era profferto ai monaci di S. Callisto di pubblicare le opere postume del loro padre abate, a sue spese. Onde il Ricci avendo, l'ultimo giorno dell'anno 1644, occasione di scrivere al Torricelli, lo pregava così a voler mantener le fatte promesse, prendendosi egli la cura dell'edizione: « Un monaco di S. Callisto, che tien cura delle scritture postume del padre abate Castelli, prega V. S. a volergli far grazia del proprio parere intorno la seconda parte delle Acque correnti, perchè si trova un libraro che la stâmperebbe a sue spese, e li padri non vedono volentieri sepolte le gloriose fatiche del buon vecchio. Quando ancora V. S. si trovasse in istato di porvi mano, e perfezionarle, credo che i padri se'ne reputerebbero favoriti » (ivi, fol. 71).

Il perfezionamento però, quale s'intendeva dare allo scritto altrui dallo squisito gusto del Torricelli, non era faccenda nè così lieve, nè così pronta. La mano voleva esser rimessa, non sopra il secondo libro solamente, ma e sopra il primo, in cui si poneva per legge fondamentale dei flussi laterali dai vasi le velocità proporzionali alle semplici altezze. In che modo si potesse a questa sostituire la legge idrodinamica nuovamente scoperta, e dalle esperienze approvata, senza che perciò venisse a offendersene il magistero del Castelli, per varii anni oramai, e con tanta autorità pubblicamente esercitato; era quel che metteva in gran pensiero il Torricelli, e mentre passava, nel tacito meditar, da un proposito a un altro, lo venne inaspettatamente a coglier la morte. Distratto il Ricci dagli onori della dignità cardi-

nalizia e dagli uffici, successi altri monaci a quelli, co' quali era convissuto il Castelli, nessuno poi pensò più agli scritti postumi di lui, de' quali nonostante si lasciò prendere copia ad alcuni periti d' acque, per servirsene ai loro studii.

Una di coteste copie giunse alle mani del Barattieri quando, pubblicata nel 1656 la prima parte della sua *Architettura d' acque,* attendeva a scrivere la seconda. E perchè l' esperienze, che avevano indotto il Castelli a stabilire le velocità proporzionali alle altezze, trovò che riscontravano con le sue proprie, fatte nell' acquedotto della Codogna; volle che ne fosse nota a tutti la dimostrazione, incominciando a inserir nella stampa delle cose sue le proposizioni inedite dello stesso Castelli. Varietà d' accidenti avendo fermata l' impressione dell' Opera alla fine del quarto libro, quando il Barattieri tornò a ripigliarla in mano erano già in Bologna dal Manolessi mandati insieme alla luce per le stampe del Dozza, i due libri della Misura delle acque correnti, conforme all' edizione del 1626 rispetto al primo, e conforme al manoscritto, copiato nell' abbazia di S. Callisto di Roma, rispetto al secondo. Alcuni forse dei nostri Lettori, svolgendo il volume, avranno a pag. 82 trovata scritta la proposizione seconda con la sua dimostrazione; altri però, benchè lusingati d' aver copia identica a questa, come quella che in tutto corrisponde all' esterno, e che è del medesimo anno, e del medesimo editore; troveranno alla detta pagina, invece della dimostrazione, un avvertimento scritto in carattere corsivo. Il fatto, non nuovo forse ai bibliofili, ma però non comune, deve aver messo una certa curiosità in tutti coloro che l' hanno osservato, e noi ci proponiamo di sodisfarla, com' assunto principale di questa storia.

Si disse che, andato a monte il negoziato del Ricci, nessuno pensava più alla pubblicazione degli scritti postumi del Castelli, e ne aveva forse deposta ogni speranza lo stesso principe Leopoldo dei Medici, nelle mani del quale erano i venerati manoscritti, perchè, venuta la morte a rapirgli di palazzo il Torricelli, non vedeva chi tra i discepoli potesse degnamente sostituirlo nel glorioso ufficio di correggere l' opera del Maestro. Ma la notizia ch' egli ebbe della stampa in Bologua, nell' atto stesso del venir pubblicata, non lasciava oramai più a dubitare di quel che fosse da farsi: al marchese Cospi, luogotenente del Granduca a Bologna, faceva scrivere in tali termini, quali si ricavano dalla seguente minuta, che c' è rimasta:

« Il Manolessi, stampatore di Bologna, ha già finito di stampare le opere di don Benedetto Castelli sopra l' Acque correnti, e di più v' ha aggiunte altre cosette, o rifiutate o falsamente attribuite al detto Padre. Però si desidera che il Manolessi sospenda la pubblicazione di tale opera, e ne mandi qua una copia, per poterla far correggere dai discepoli del detto padre Castelli, ed anco s' invieranno due altri libretti bellissimi, e desideratissimi, del medesimo Autore, uno *Del modo di farsi la vista,* e l' altro *Del bianco e del nero,* non mai stampati, i quali rendano più caro e desiderato il libro di quel grand' Uomo, di quel che non sarà pubblicandolo manchevole ed adul-

terato, com' egli è, nella forma che l' ha stampato il Manolessi » (MSS. Cim., T. XXIII, fol. 22).

Il qual Manolessi, ricevutone così il comando, sospese la pubblicazione, e spedì la copia desiderata, avuta la quale in mano è naturale che il Principe ricorresse con l' occhio e col pensiero alla proposizione seconda del secondo libro, e al trovarla stampata conforme al manoscritto si deve essere risovvenuto del Torricelli, e come gli avesse, 17 anni fa, fatto osservare che se la nuova acqua nel regolatore del fiume sta in altezza alla prima come quattro a due; non però come quattro a due staranno le velocità respettive, ma come quattro alla radice di due. Dev' essere inoltre esso Principe stato informato come, risaputa l' osservazione, il Castelli rispondesse, che sebben non si trovasse sodisfatto della dimostrazione, nonostante la proposizione in sè stessa, essendo il legittimo resultato dell' esperienza, non poteva non esser vera. Ond' essendo dovuto convenir di ciò il Torricelli, non rimaneva dubbio intorno alla parte della detta proposizione, che aveva bisogno d' esser corretta, secondo le convenzioni stesse fatte fra que' due grandi uomini. La difficoltà però consisteva nel saper trovare la ragion di un fatto particolare, che si sottrae alle leggi universali de' corpi naturalmente cadenti, per cui, essendo in quel punto presente in Firenze il Borelli, volle il principe Leopoldo conferir la cosa primieramente con lui, comandandogli di dirne il suo parere. Il Borelli allora rispose che questo sarebbe di sopprimere la dimostrazione, e in carattere corsivo stamparvi invece un avvertimento, che dicesse come quella mancava, perchè l' Autore fu sorpreso dalla morte, mentr' era in cercarla, e che perciò aveva pensato di supplirvi uno scolare di lui, mettendola in fondo al libro. Non decidendo il Principe nulla ancora del resto, comandò al Borelli facesse egli stesso quella dimostrazione, che pochi giorni dopo recapitava in palazzo, scritta in questa maniera:

Figura 232.

« Sia il fiume SBC (fig. 232) per il regolatore CEBF, annesso al vaso QIDR, che sia prisma con le sponde erette all'orizonte. E prima, l' origine del fiume M versi tanta acqua, che arrivi al livello OP, e scorrendo con la velocità S faccia nel regolatore la sezione rettangolare EBH. Poi l' altro sifone o torrente N, versi nuova acqua, ed arrivi al livello QR, e scorrendo con la velocità T per il fiume riempia la sezione rettangolare EF. Dico che la velocità T, alla velocità S, ha l' istessa proporzione che l' altezza FB, all' altezza HB. »

« La quantità d' acqua, che passa per la sezione EF, cioè il prisma acqueo QIDR, alla quantità dell' acqua, che passa per la sezione EH, cioè il prisma acqueo OIDP, ha l' istessa proporzione che l' altezza QI all' altezza OI, per avere i detti prismi la base comune. Di più, la velocità T, con la